Situaciones con energía potencial tanto gravitacional como elástica

Las ecuaciones (7.11) y (7.12) son válidas si la única energía potencial del sistema es la elástica. ¿Qué sucede si tenemos fuerzas *tanto* gravitacionales *como* elásticas, digamos un bloque conectado al extremo inferior de un resorte que cuelga verticalmente? ¿Y qué ocurre si el trabajo también es efectuado por otras fuerzas que *no pueden* describirse en términos de energía potencial, como la fuerza de resistencia del aire sobre un bloque en movimiento? Entonces, el trabajo total es la suma del trabajo efectuado por la fuerza gravitacional (W_{grav}), por la fuerza elástica (W_{el}) y por otras fuerzas (W_{otras}): $W_{tot} = W_{grav} + W_{el} + W_{otras}$. De esta manera, el teorema trabajo-energía da

$$W_{grav} + W_{el} + W_{otras} = K_2 - K_1$$

El trabajo efectuado por la fuerza gravitacional es $W_{grav} = U_{grav,1} - U_{grav,2}$ y el trabajo efectuado por el resorte es $W_{el} = U_{el,1} - U_{el,2}$. Por lo tanto, podemos rescribir el teorema trabajo-energía para este caso más general como

$$K_1 + U_{grav,1} + U_{el,1} + W_{otras} = K_2 + U_{grav,2} + U_{el,2} \qquad \text{(válida en general)} \tag{7.13}$$

$$K_1 + U_1 + W_{otras} = K_2 + U_2 \qquad \text{(válida en general)}$$

$$U = U_{grav} + U_{el} = mgy + \tfrac{1}{2}kx^2$$

El trabajo realizado por todas las fuerzas distintas de la elástica o la gravitacional es igual al cambio de energía mecánica total $E = K + U$ del sistema, donde $U = U_{grav} + U_{el}$ es la suma de la energía potencial gravitacional y la energía potencial elástica.

Ejemplo 7.7 Movimiento con energía potencial elástica

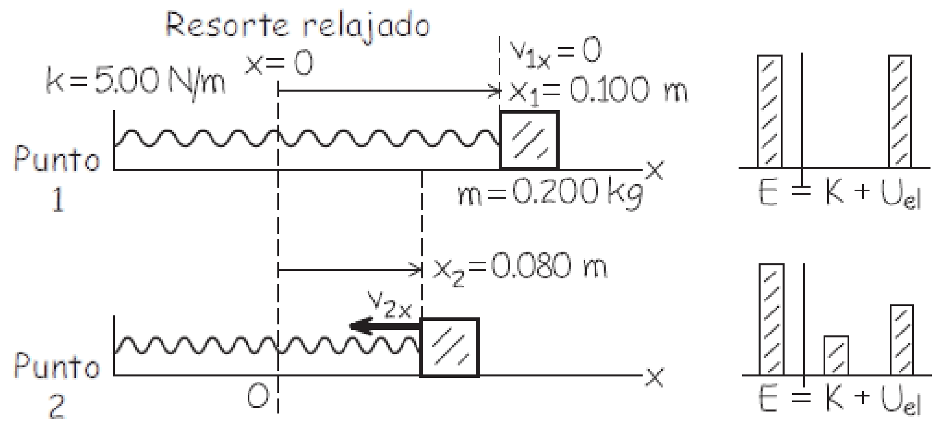
Un deslizador de masa $m = 0.200$ kg descansa en un riel de aire horizontal, sin fricción, conectado a un resorte con constante de fuerza $k = 5.00$ N/m. Usted tira del deslizador, estirando el resorte 0.100 m, y luego se suelta con velocidad inicial cero. El deslizador regresa a su posición de equilibrio ($x = 0$). ¿Qué velocidad tiene cuando $x = 0.080$ m?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Como la fuerza del resorte varía con la posición, este problema no puede resolverse con las ecuaciones para movimiento con aceleración constante; ahora usaremos la idea de que, al comenzar a moverse el deslizador, la energía potencial elástica se convierte en energía cinética. (El deslizador permanece a la misma altura durante todo el movimiento, así que la energía potencial gravitacional no es importante. Por lo tanto, $U = U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$.)

$W_{otras} = 0$ y podemos usar la ecuación (7.11). Sea el punto 1 donde se suelta el deslizador, y el punto 2, en $x = 0.080$ m. Conocemos la velocidad en el punto 1 ($v_{1x} = 0$); la incógnita es la velocidad x en el punto 2, v_{2x}.

7.16 Nuestros esquemas y gráficas de barra de la energía para este problema.



PLANTEAR: La figura 7.16 muestra nuestros esquemas. La fuerza del resorte es la única que efectúa trabajo sobre el deslizador, así que

Cuentas

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_{1x}^2 = \frac{1}{2}(0.200\ \text{kg})(0)^2 = 0$$

$$U_1 = \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}(5.00\ \text{n/m})(0.100\ \text{m})^2 = 0.0250\ \text{J}$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_{2x}^2$$

$$U_2 = \frac{1}{2}kx_2^2 = \frac{1}{2}(5.00\ \text{N/m})(0.080\ \text{m})^2 = 0.0160\ \text{J}$$

Recordando $K_1 + U_{el,1} = K_2 + U_{el,2}$

$$K_2 = K_1 + U_1 - U_2 = 0 + 0.0250\text{ J} - 0.0160\text{ J} = 0.0090\text{ J}$$

$$v_{2x} = \pm\sqrt{\frac{2K_2}{m}} = \pm\sqrt{\frac{2(0.0090\text{ J})}{0.200\text{ kg}}} = \pm 0.30\text{ m/s}$$

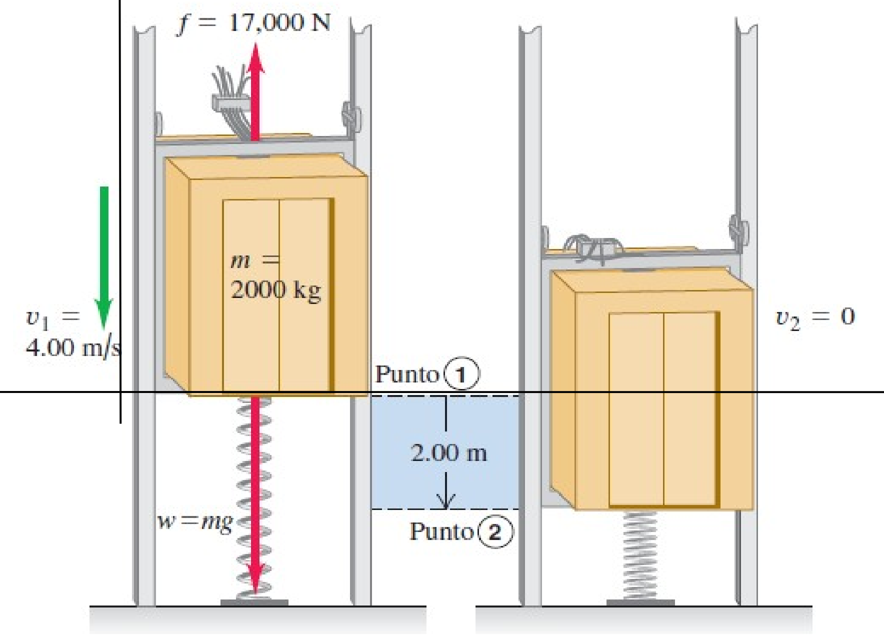
Elegimos la raíz negativa porque el deslizador se está moviendo en la dirección $-x$; la respuesta que queremos es $v_{2x} = -0.30$ m/s.

EVALUAR: ¿Qué significa la segunda solución, $v_{2x} = +0.30$ m/s? En algún momento, el resorte se comprimirá y empujará el deslizador hacia la derecha en la dirección $+x$ (véase la figura 7.13d). La segunda solución nos dice que, cuando el deslizador pase por $x = 0.080$ m moviéndose hacia la derecha, su rapidez será de 0.30 m/s: la misma que cuando pasó por este punto moviéndose hacia la izquierda.

Ejemplo 7.9 Movimiento con fuerzas gravitacional, elástica y de fricción

En una situación de diseño “del peor caso”, un elevador de 2000 kg con cables rotos cae a 4.00 m/s cuando hace contacto con un resorte amortiguador en el fondo del cubo. Se supone que el resorte debe detener el elevador, comprimiéndose 2.00 m al hacerlo (figura 7.17). Durante el movimiento, un freno de seguridad aplica una fuerza de fricción constante de 17,000 N al elevador. Imagine que es un consultor de diseño y le piden determinar qué constante de fuerza debería tener el resorte.

7.17 La caída de un elevador es detenida por un resorte y una fuerza de fricción constante.



Energía potencial elástica

Energía potencial gravitatoria

Condiciones: $y_1 = 0 \qquad y_2 = -2m$

Conocemos la fuerza de rozamiento

Datos: v_1 y v_2

EJECUTAR: La rapidez inicial del elevador es $v_1 = 4.00$ m/s, así que su energía cinética inicial es

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(2000\ \text{kg})(4.00\ \text{m/s})^2 = 16{,}000\ \text{J}$$

El elevador se detiene en el punto 2, así que $K_2 = 0$. La energía potencial en el punto 1, U_1, es cero; $U_{grav} = 0$ porque $y_1 = 0$, y $U_{el} = 0$ porque el resorte aún no está comprimido. En el punto 2, hay energía potencial tanto gravitacional como elástica, de modo que

$$U_2 = mgy_2 + \frac{1}{2}ky_2^2$$

La energía potencial gravitacional en el punto 2 es

$$mgy_2 = (2000\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)(-2.00\ \text{m}) = -39{,}200\ \text{J}$$

La otra fuerza es la fuerza de fricción (17,000 N), que actúa opuesta al desplazamiento de 2.00 m, por lo que

$$W_{otras} = -(17{,}000\ \text{N})(2.00\ \text{m}) = -34{,}000\ \text{J}$$

Ahora planteamos la conservación de la energía

Incluimos estos términos en $K_1 + U_1 + W_{otras} = K_2 + U_2$ y obtenemos

$$K_1 + 0 + W_{otras} = 0 + \left(mgy_2 + \frac{1}{2}ky_2^2\right)$$

así que la constante de fuerza del resorte es

$$\begin{aligned} k &= \frac{2(K_1 + W_{otras} - mgy_2)}{y_2^2} \\ &= \frac{2[16{,}000\ \text{J} + (-34{,}000\ \text{J}) - (-39{,}200\ \text{J})]}{(-2.00\ \text{m})^2} \\ &= 1.06 \times 10^4\ \text{N/m} \end{aligned}$$

7.3 Fuerzas conservativas y no conservativas

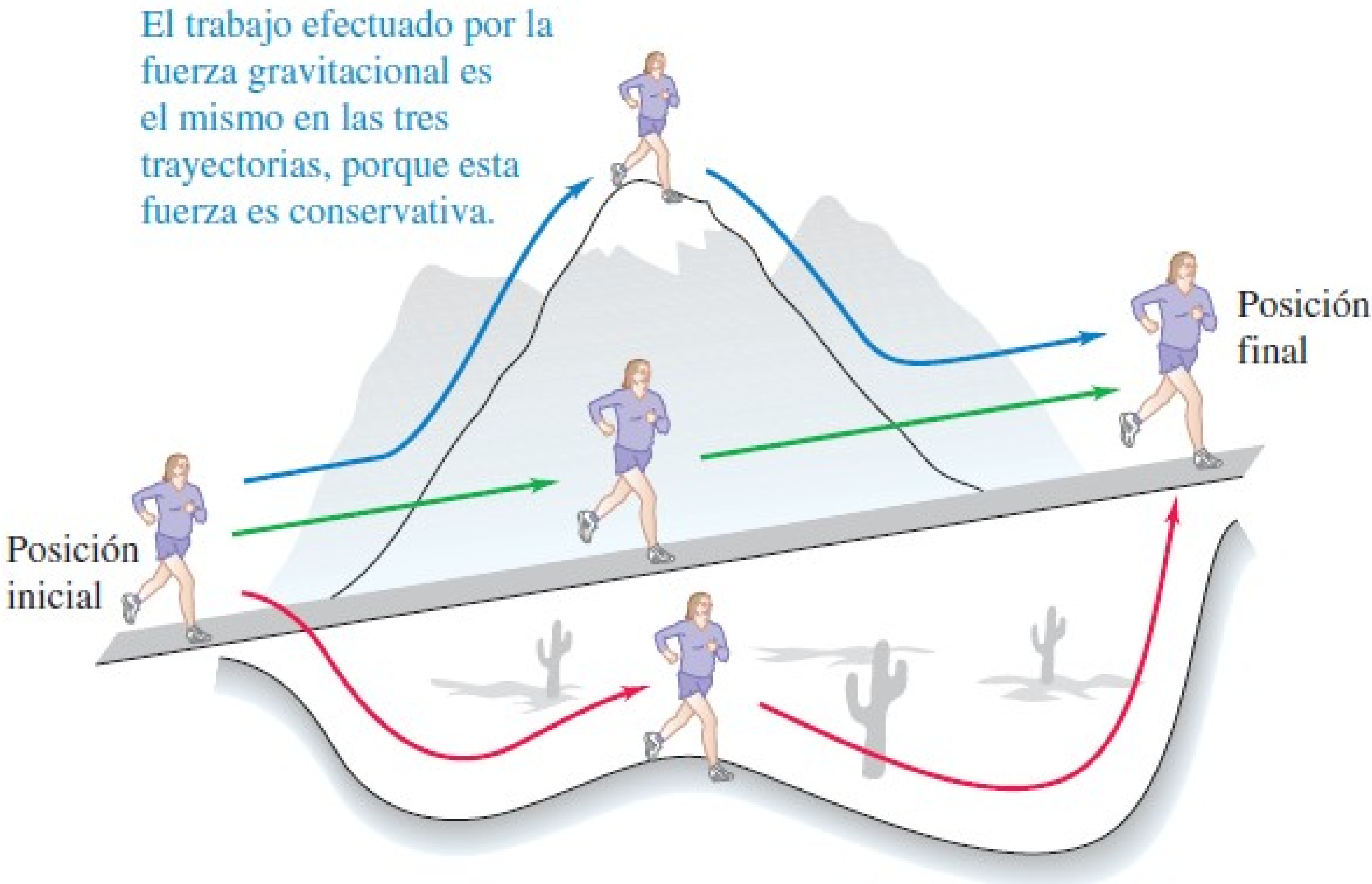
Al estudiar la energía potencial hemos hablado de "almacenar" energía cinética convirtiéndola en energía potencial, pensando siempre que podremos recuperarla después como energía cinética. Por ejemplo, una pelota lanzada hacia arriba se frena al convertir su energía cinética en potencial; sin embargo, al bajar la conversión se invierte y la pelota se acelera al convertir su energía potencial otra vez en energía cinética. Si no hay resistencia del aire, la pelota se mueve con la misma rapidez cuando regresa al punto de lanzamiento que cuando se lanzó.

Otro ejemplo es el de un deslizador que se mueve sobre un riel de aire horizontal sin fricción que choca contra un amortiguador de resorte en el extremo del riel. El resorte se comprime y el deslizador se detiene; luego rebota. Como no hay fricción, el deslizador tiene la misma rapidez y energía cinética que tenía antes de chocar. Aquí también hay una conversión bidireccional: de energía cinética a potencial y viceversa. En ambos casos, podemos definir una función de energía potencial tal que la energía mecánica total, cinética más potencial, es constante o *se conserva* durante el movimiento.

Fuerzas Conservativas: más precisión

El trabajo W es el concepto alrededor del cual podemos definir qué es una fuerza conservativa:

* Siempre puede expresarse como la diferencia entre los valores inicial y final de una función de energía potencial.
* Es reversible.
* Es independiente de la trayectoria del cuerpo y depende sólo de los puntos inicial y final.
* Si los puntos inicial y final son el mismo, el trabajo total es cero. Si las únicas fuerzas que realizan trabajo son conservativas la energía mecánica total $E = K + U$ es constante.


El trabajo efectuado por la fuerza gravitacional es el mismo en las tres trayectorias, porque esta fuerza es conservativa.
Posición final
Posición inicial

¿Cómo usamos la energía para abordar los problemas?

1. Identificar qué tipo de fuerzas intervienen en el problema.
2. Identificar como mínimo dos estados: Inicial y Final.
3. Identificar cuales son los datos que tenemos sobre la masa en cuestión en dichos estados.
4. Escribir la ecuación de conservación de la energía (si es que se conserva).
5. Escribir las ecuaciones para el trabajo.
6. Despejar todo lo que se pueda de 4 y 5.

Fuerzas NO Conservativas

El trabajo realizado por una **fuerza no conservativa** *no* puede representarse con una función de energía potencial. Algunas fuerzas no conservativas, como la fricción cinética o la resistencia de fluidos, hacen que se pierda o se disipe energía mecánica: son **fuerzas disipadoras**. También hay fuerzas no conservativas que *aumentan* la energía mecánica. Los fragmentos de un petardo que estalla salen despedidos con una energía cinética muy grande, debido a una reacción química de la pólvora con el oxígeno. Las fuerzas liberadas por esta reacción no son conservativas porque el proceso no es reversible. ¡Los trozos nunca se volverán a unir espontáneamente para formar un petardo!

7.5 Diagramas de energía

Cuando una partícula se mueve en línea recta bajo la acción de una fuerza conservativa, podemos entender mejor los posibles movimientos examinando la gráfica de la función de energía potencial $U(x)$. La figura 7.23a muestra un deslizador con masa m que se mueve en el eje x sobre un riel de aire. El resorte ejerce sobre él una fuerza de magnitud $F_x = -kx$. La figura 7.23b es la gráfica de la función de energía potencial correspondiente $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$. Si la fuerza elástica del resorte es la *única* fuerza horizontal que actúa sobre el deslizador, la energía mecánica total $E = K + U$ es constante, independiente de x. En ese caso, una gráfica de E en función de x es una recta horizontal. Empleamos el término **diagrama de energía** para una gráfica así, la cual muestra tanto la función de energía potencial $U(x)$ como la energía de la partícula bajo la influencia de la fuerza que corresponde a $U(x)$.

7.23 a) Deslizador en un riel de aire. El resorte ejerce una fuerza $F_x = -kx$. b) Función de energía potencial.