Ejemplo 7.1 Altura de una pelota por conservación de la energía

Usted lanza una pelota de béisbol con masa de 0.145 kg hacia arriba, dándole una velocidad inicial hacia arriba de 20.0 m/s. Determine qué altura alcanza, despreciando la resistencia del aire.

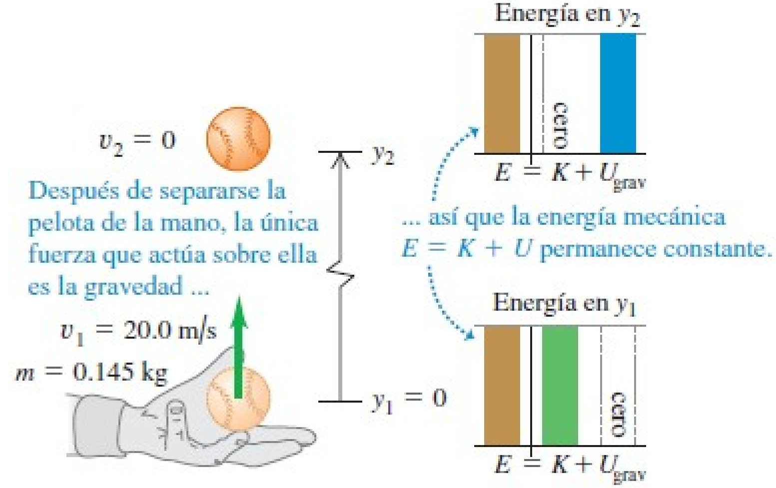
SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Una vez en el aire, la única fuerza que actúa sobre la pelota es la gravedad; por lo tanto, podemos usar la conservación de la energía mecánica.

PLANTEAR: Usaremos las ecuaciones (7.4) y (7.5); el punto 1 será el punto en que la bola sale de la mano, y el punto 2 donde la pelota alcanza su altura máxima. Al igual que en la figura 7.2, elegimos el eje $+y$ que apunta verticalmente hacia arriba. La rapidez de la pelota en el punto 1 es $v_1 = 20.0$ m/s. La pelota está instantáneamente en reposo en el punto más alto de su movimiento, así que $v_2 = 0$.

La incógnita es la distancia que la pelota se mueve verticalmente entre estos dos puntos, es decir, el desplazamiento $y_2 - y_1$. Si colocamos el origen donde la pelota sale de la mano (punto 1), entonces, $y_1 = 0$ (figura 7.4) y la incógnita es simplemente y_2.

7.4 Después de que la pelota sale de la mano, se conserva la energía mecánica $E = K + U$.



EJECUTAR: Puesto que $y_1 = 0$, la energía potencial en el punto 1 es $U_{grav,1} = mgy_1 = 0$. Además, dado que la pelota está en reposo en el punto 2, la energía cinética en ese punto es $K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = 0$. Así que la ecuación (7.4), que dice que $K_1 + U_{grav,1} = K_2 + U_{grav,2}$, se convierte en

$$K_1 = U_{grav,2}$$

Como se ve en las gráficas de barras de energía de la figura 7.4, la energía cinética de la pelota en el punto 1 se convierte totalmente en energía potencial gravitacional en el punto 2. En el punto 1, la energía cinética es

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(0.145\text{ kg})(20.0\text{ m/s})^2 = 29.0\text{ J}$$

y es igual a la energía potencial $U_{grav,2} = mgy_2$ en el punto 2, así que

$$y_2 = \frac{U_{grav,2}}{mg} = \frac{29.0\text{ J}}{(0.145\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)} = 20.4\text{ m}$$

También podemos resolver $K_1 = U_{grav,2}$ algebraicamente despejando y_2:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgy_2$$

$$y_2 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{(20.0\text{ m/s})^2}{2(9.80\text{ m/s}^2)} = 20.4\text{ m}$$

Ejemplo 7.2 Trabajo y energía al lanzar una pelota de béisbol

En el ejemplo 7.1, suponga que la mano sube 0.50 m al lanzar la pelota, la cual, al salir de la mano, tiene una velocidad hacia arriba de 20.0 m/s. Otra vez ignore la resistencia del aire. *a*) Suponiendo que su mano ejerce una fuerza constante hacia arriba sobre la pelota, calcule la magnitud de esa fuerza. *b*) Calcule la rapidez de la pelota en un punto 15.0 m arriba del punto de donde salió de la mano.

La pelota parte del reposo en el punto 1, así que $v_1 = 0$, y nos dicen que la rapidez con que la pelota sale de la mano es $v_2 = 20.0$ m/s. Las incógnitas son *a*) la magnitud F de la fuerza que la mano aplica y *b*) la rapidez v_3 en el punto 3.

EJECUTAR: *a*) Para determinar la magnitud de $\vec{F}$, primero usaremos la ecuación (7.7) al calcular el trabajo W_{otras} efectuado por esa fuerza. Tenemos

$$K_1 = 0$$

$$U_{\text{grav},1} = mgy_1 = (0.145\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)(-0.50\ \text{m}) = -0.71\ \text{J}$$

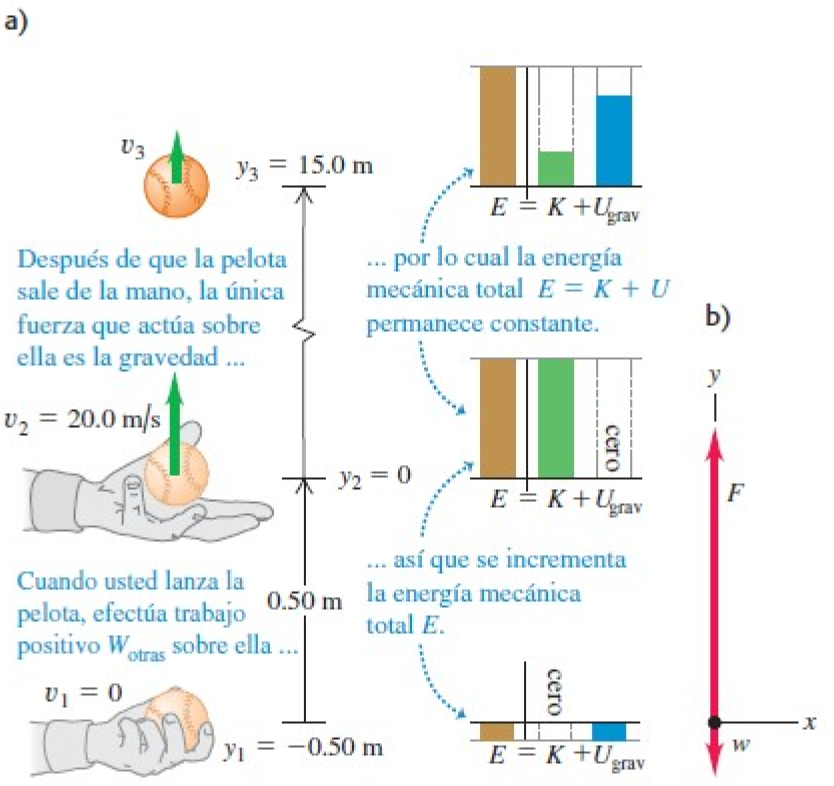
$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}(0.145\ \text{kg})(20.0\ \text{m/s})^2 = 29.0\ \text{J}$$

$$U_{\text{grav},2} = mgy_2 = (0.145\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)(0) = 0$$

La energía potencial inicial $U_{\text{grav},1}$ es *negativa* porque la pelota inicialmente estaba abajo del origen. (No se preocupe de tener una energía potencial que sea menor que cero. Recuerde que lo importante es la *diferencia* en energía potencial de un punto al otro.) Por la ecuación (7.7), $K_1 + U_{\text{grav},1} + W_{\text{otras}} = K_2 + U_{\text{grav},2}$, así que

$$W_{\text{otras}} = (K_2 - K_1) + (U_{\text{grav},2} - U_{\text{grav},1})$$
$$= (29.0\ \text{J} - 0) + (0 - (-0.71\ \text{J})) = 29.7\ \text{J}$$

7.6 a) Aplicación de las nociones de energía al lanzamiento vertical de una pelota hacia arriba. b) Diagrama de cuerpo libre de la pelota al lanzarla.



La energía cinética de la pelota aumenta en $K_2 - K_1 = 29.0$ J, y la energía potencial aumenta en $U_{grav,2} - U_{grav,1} = 0.71$ J; la suma es $E_2 - E_1$, el cambio en la energía mecánica total, que es igual a W_{otras}.

Suponiendo que la fuerza $\vec{F}$ hacia arriba aplicada por la mano es constante, el trabajo W_{otras} efectuado por esta fuerza es igual a la magnitud F de la fuerza multiplicada por el desplazamiento hacia arriba $y_2 - y_1$ en el que actúa:

$$W_{otras} = F(y_2 - y_1)$$

$$F = \frac{W_{otras}}{y_2 - y_1} = \frac{29.7\ \text{J}}{0.50\ \text{m}} = 59\ \text{N}$$

b) Para obtener la rapidez en el punto 3, tomamos nota de que, entre los puntos 2 y 3, se conserva la energía mecánica total; la fuerza de la mano ya no actúa, así que $W_{otras} = 0$. Podemos calcular la energía cinética en el punto 3 mediante la ecuación (7.4):

$$K_2 + U_{grav,2} = K_3 + U_{grav,3}$$

$$U_{grav,3} = mgy_3 = (0.145\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)(15.0\ \text{m}) = 21.3\ \text{J}$$

$$K_3 = (K_2 + U_{grav,2}) - U_{grav,3}$$

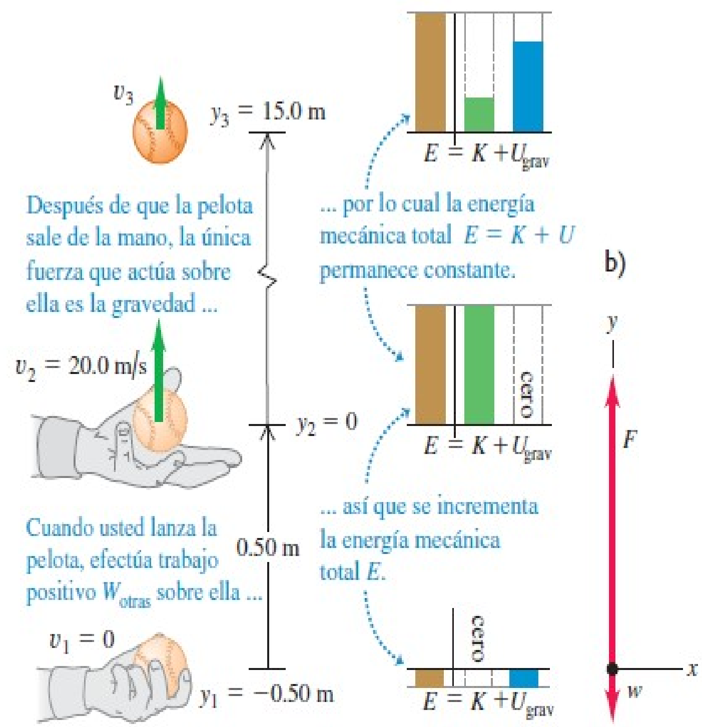
$$= (29.0\ \text{J} + 0\ \text{J}) - 21.3\ \text{J} = 7.7\ \text{J}$$

Dado que $K_3 = \frac{1}{2}mv_{3y}^2$, donde v_{3y} es la componente y de la velocidad de la pelota en el punto 3, tenemos

$$v_{3y} = \pm\sqrt{\frac{2K_3}{m}} = \pm\sqrt{\frac{2(7.7\ \text{J})}{0.145\ \text{kg}}} = \pm 10\ \text{m/s}$$

7.6 a) Aplicación de las nociones de energía al lanzamiento vertical de una pelota hacia arriba. b) Diagrama de cuerpo libre de la pelota al lanzarla.

a)

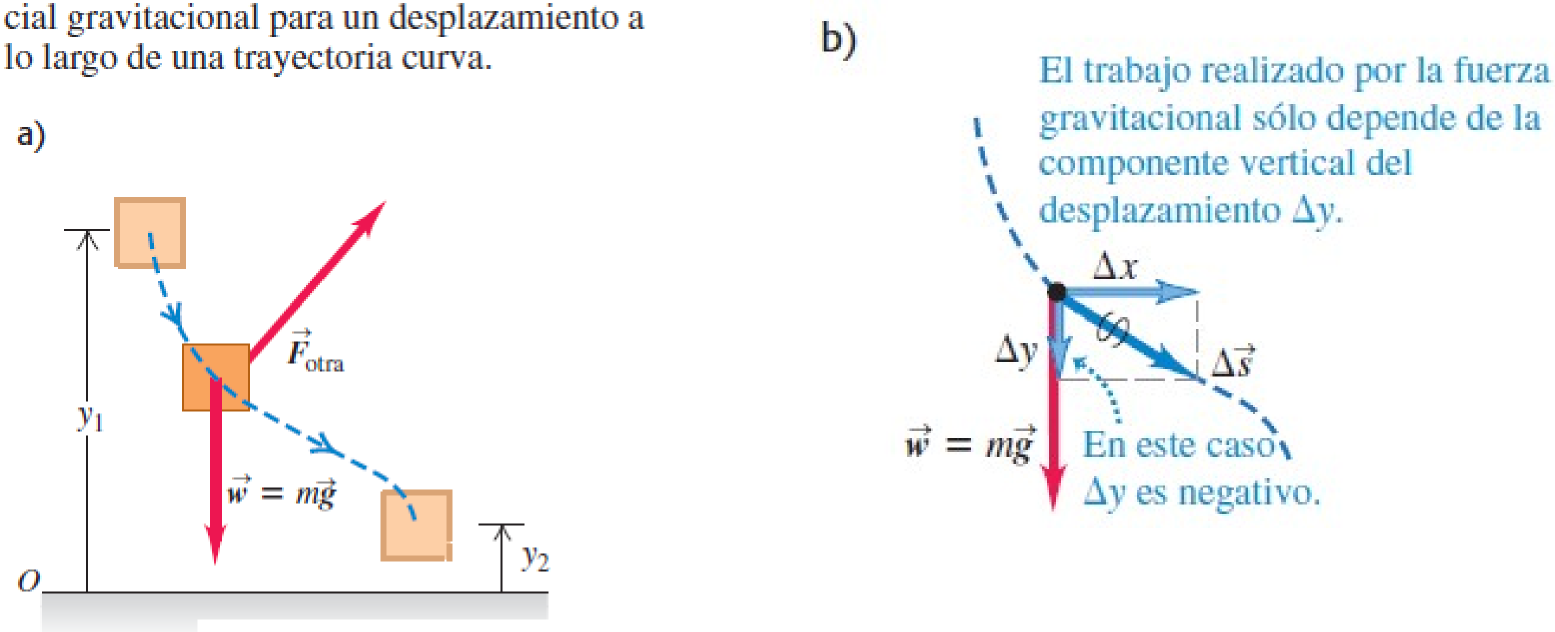


Pasa dos veces por (3): de ida y de vuelta

Energía potencial gravitacional para movimiento en una trayectoria curva

En nuestros primeros dos ejemplos, el cuerpo se movió en una trayectoria vertical recta. ¿Qué sucede si la trayectoria es inclinada o curva (figura 7.7a)? Sobre el cuerpo actúa la fuerza gravitacional $\vec{w} = m\vec{g}$ y tal vez otras fuerzas cuya resultante llamamos $\vec{F}_{\text{otras}}$.

7.7 Cálculo del cambio en energía potencial gravitacional para un desplazamiento a lo largo de una trayectoria curva.



pico se muestra en la figura 7.7b. El trabajo realizado por la fuerza gravitacional sobre este segmento es el producto escalar de la fuerza y el desplazamiento. En términos de vectores unitarios, la fuerza es $\vec{w} = m\vec{g} = -mg\hat{j}$ y el desplazamento es $\Delta\vec{s} = \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j}$, así que el trabajo efectuado por la fuerza gravitacional es

$$\vec{w} \cdot \Delta\vec{s} = -mg\hat{j} \cdot (\Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j}) = -mg\Delta y$$

El trabajo efectuado por la gravedad es el mismo que si el cuerpo se hubiera desplazado verticalmente una distancia Δy, sin desplazamiento horizontal. Esto se cumple para cada segmento, así que el trabajo *total* efectuado por la fuerza gravitacional es $-mg$ multiplicado por el desplazamiento vertical *total* $(y_2 - y_1)$:

$$W_{\text{grav}} = -mg(y_2 - y_1) = mgy_1 - mgy_2 = U_{\text{grav},1} - U_{\text{grav},2}$$

Esto es igual a la ecuación (7.1) o (7.3), donde se supuso una trayectoria completamente vertical. Así que, aun si la trayectoria de un cuerpo entre dos puntos es curva, el trabajo total efectuado por la gravedad depende sólo de la diferencia de altura entre esos dos puntos. Este trabajo no se ve afectado por ningún movimiento horizontal que pueda darse. Por lo tanto, *podemos usar la misma expresión para la energía potencial gravitacional, sea la trayectoria del cuerpo recta o curva.*

$$W_{\text{grav}} = Fs = w(y_1 - y_2) = mgy_1 - mgy_2$$

Ejemplo conceptual 7.3 Energía en el movimiento de proyectiles

Se batean dos pelotas de béisbol idénticas con la misma rapidez y altura iniciales pero distintos ángulos iniciales. Demuestre que, a una altura dada h, ambas pelotas tienen la misma rapidez si puede despreciarse la resistencia del aire.

SOLUCIÓN

Si no hay resistencia del aire, la única fuerza que actúa sobre cada pelota después de ser bateada es su peso, así que la energía mecánica total de cada pelota es constante. La figura 7.8 muestra las trayectorias de dos pelotas bateadas a la misma altura con la misma rapidez inicial y, por lo tanto, la misma energía mecánica total, pero con diferentes ángulos iniciales. En todos los puntos con la misma altura, la energía potencial es la misma. Entonces, la energía cinética a esta altura debe ser igual para ambas pelotas y su rapidez es idéntica.

7.8 Para la misma rapidez y altura iniciales, la rapidez de un proyectil a una altura dada h siempre es la misma, si se desprecia la resistencia del aire.