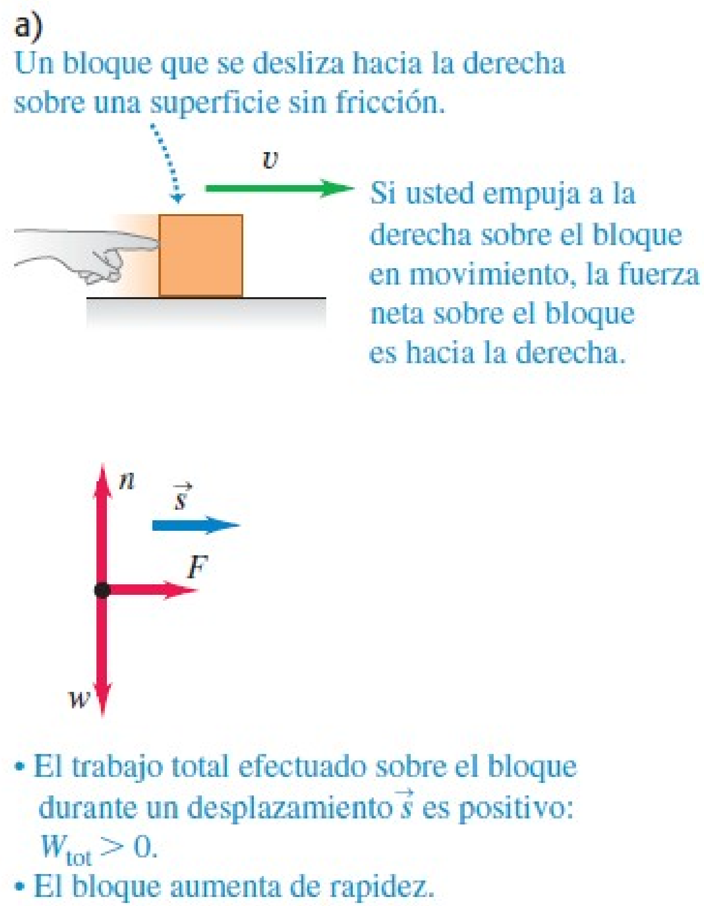
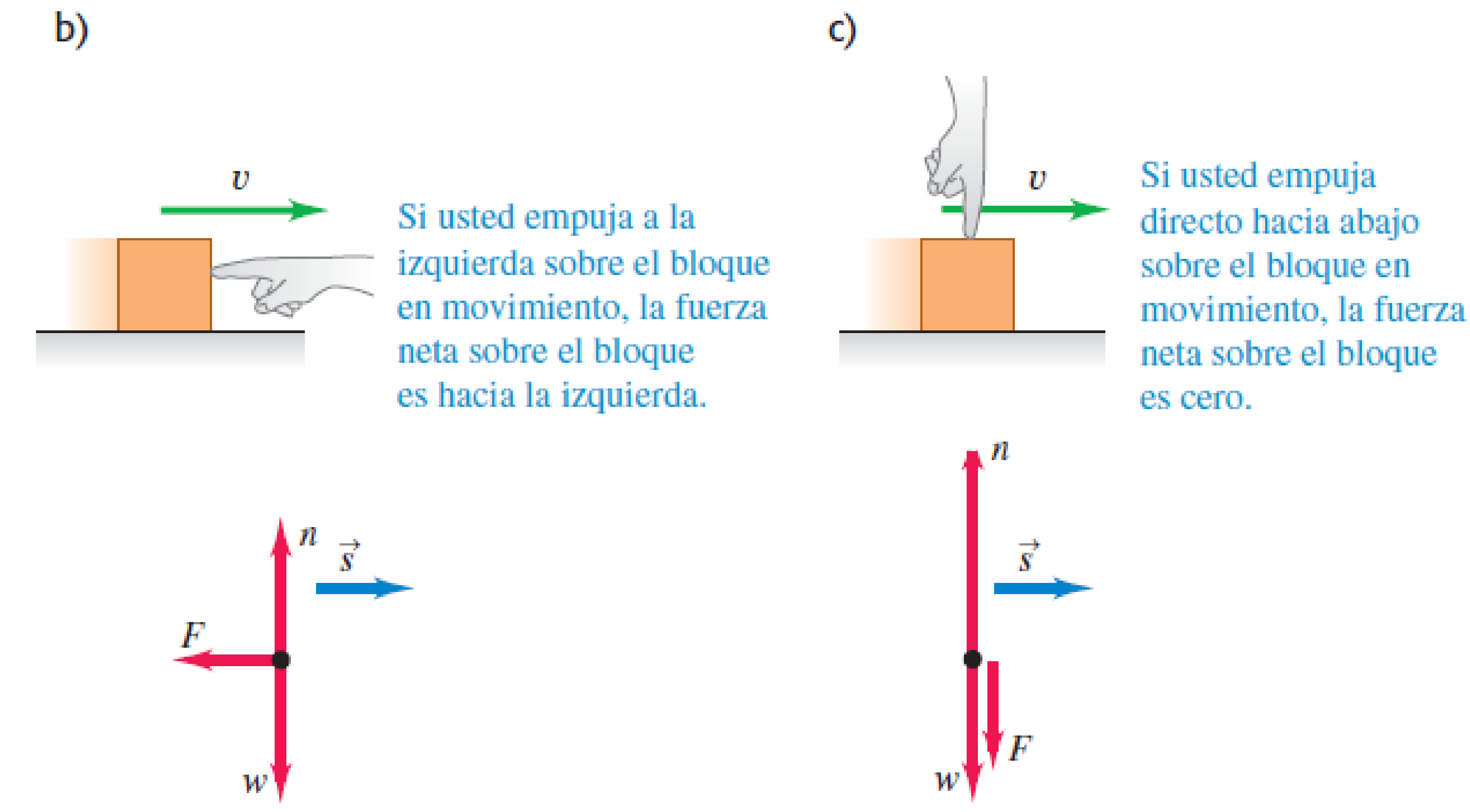
6.2 Energía cinética y el teorema trabajo-energía

El trabajo total realizado por fuerzas externas sobre un cuerpo se relaciona con el desplazamiento de éste (los cambios en su posición), pero también está relacionado con los cambios en la *rapidez* del cuerpo.

Veamos 3 casos:





- El trabajo total efectuado sobre el bloque durante un desplazamiento $\vec{s}$ es negativo: $W_{tot} < 0$.
- El bloque se frena.

- El trabajo total realizado sobre el bloque durante un desplazamiento $\vec{s}$ es cero: $W_{tot} = 0$.
- La rapidez del bloque permanece igual.

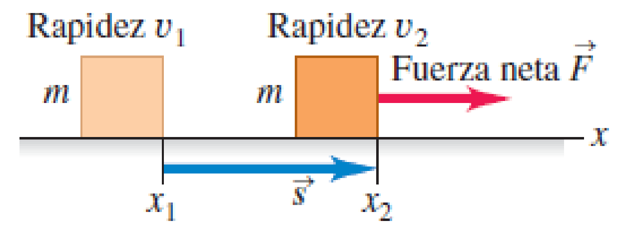
si una partícula se desplaza, se acelera si $W_{tot} > 0$, se frena si $W_{tot} < 0$ y mantiene su rapidez si $W_{tot} = 0$.

Considere una partícula con masa m que se mueve en el eje x bajo la acción de una fuerza neta constante de magnitud F dirigida hacia el eje $+x$ (figura 6.9). La aceleración de la partícula es constante y está dada por la segunda ley de Newton, $F = ma_x$. Suponga que la rapidez cambia de v_1 a v_2 mientras la partícula sufre un desplazamiento $s = x_2 - x_1$ del punto x_1 al x_2. Usando una ecuación de aceleración constante, ecuación (2.13), y sustituyendo v_{0x} por v_1, v_x por v_2 y $(x - x_0)$ por s, tenemos

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a_x s$$

$$a_x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

6.9 Una fuerza neta constante $\vec{F}$ efectúa trabajo sobre un cuerpo en movimiento.



Al multiplicar esta ecuación por m y sustituir ma_x por la fuerza neta F, obtenemos

$$F = ma_x = m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} \quad \text{y}$$

$$Fs = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \qquad (6.4)$$

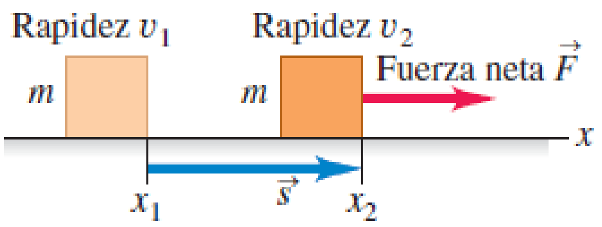
El producto Fs es el trabajo efectuado por la fuerza neta F y, por lo tanto, es igual al trabajo total W_{tot} efectuado por todas las fuerzas que actúan sobre la partícula. Llamamos a la cantidad $\frac{1}{2}mv^2$ la **energía cinética** K de la partícula (definición de energía cinética):

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \text{(definición de energía cinética)}$$

Igual que el trabajo, la energía cinética de una partícula es una cantidad escalar; sólo depende de la masa y la rapidez de la partícula, no de su dirección de movimiento. Un automóvil (visto como partícula) tiene la misma energía cinética yendo al norte a 10 m/s que yendo al este a 10 m/s. La energía cinética nunca puede ser negativa, y es cero sólo si la partícula está en reposo.

$$Fs = \boxed{\frac{1}{2} m v_2^2} - \boxed{\frac{1}{2} m v_1^2}$$

6.9 Una fuerza neta constante $\vec{F}$ efectúa trabajo sobre un cuerpo en movimiento.



Energía Cinética
Cinética
Final

Energía

El trabajo efectuado por la fuerza neta sobre una partícula es igual al cambio de energía cinética de la partícula:

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K \qquad \text{(teorema trabajo-energía)}$$

6.3 Trabajo y energía con fuerza variable

Hasta ahora hemos considerado sólo trabajo efectuado por *fuerzas constantes*. Pero, ¿qué sucede cuando estiramos un resorte? Cuanto más lo estiramos, con más fuerza debemos tirar, así que la fuerza ejercida *no* es constante al estirarlo. También analizamos únicamente movimiento *rectilíneo*. Podemos imaginar muchas situaciones en las que una fuerza que varía en magnitud, dirección o ambas cosas actúa sobre un cuerpo que sigue una trayectoria curva. Necesitamos poder calcular el trabajo realizado por la fuerza en estos casos más generales. Por fortuna, veremos que el teorema trabajo-energía se cumple aun cuando las fuerzas varían y la trayectoria del cuerpo no es recta.

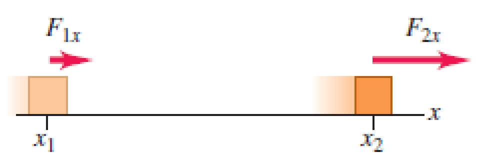
Trabajo efectuado por una fuerza variable, movimiento rectilíneo

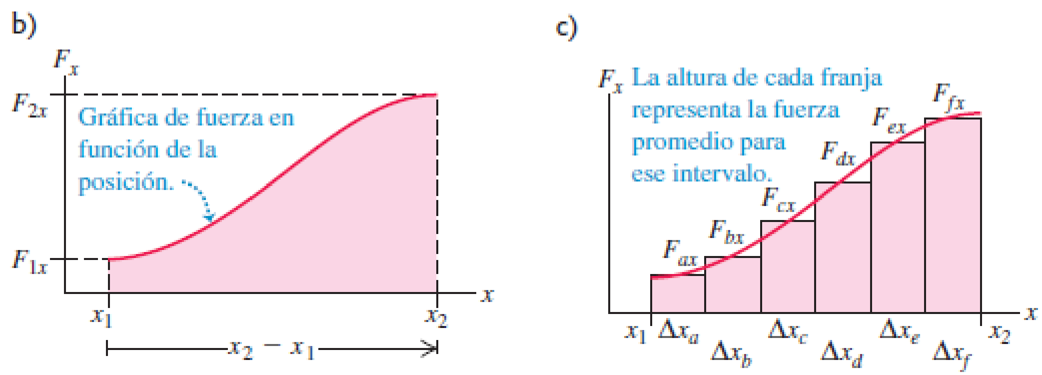
Agreguemos sólo una complicación a la vez. Consideremos un movimiento rectilíneo en el eje x con una fuerza cuya componente x F_x varía conforme se mueve el cuerpo. (Un ejemplo de la vida cotidiana es conducir un automóvil en una carretera recta, pero el conductor está acelerando y frenando constantemente.) Suponga que una partícula se mueve sobre el eje x de x_1 a x_2 (figura 6.16a). La figura 6.16b es una gráfica de la componente x de la fuerza en función de la coordenada x de la partícula. Para determinar el trabajo realizado por esta fuerza, dividimos el desplazamiento total en segmentos pequeños, Δx_a, Δx_b, etcétera (figura 6.16c). Aproximamos el trabajo realizado por la fuerza en el segmento Δx_a como la componente x media de fuerza F_{ax} en ese segmento multiplicada por el desplazamiento Δx_a. Hacemos esto para cada segmento y después sumamos los resultados. El trabajo realizado por la fuerza en el desplazamiento total de x_1 a x_2 es aproximadamente

$$W = F_{ax}\Delta x_a + F_{bx}\Delta x_b + \cdots$$

6.16 Cálculo del trabajo efectuado por una fuerza variable F_x en la dirección x cuando una partícula se mueve de x_1 a x_2.

a) La partícula se mueve de x_1 a x_2 en respuesta a una fuerza cambiante en la dirección x.

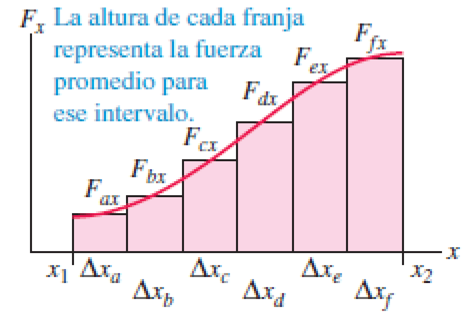




En el límite donde el número de segmentos se hace muy grande y su anchura muy pequeña, la suma se convierte en la *integral* de F_x de x_1 a x_2:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x \, dx \qquad \text{(componente } x \text{ de fuerza variable, desplazamiento rectilíneo)}$$

c)



. En una gráfica de fuerza en función de posición, el trabajo total realizado por la fuerza está representado por el área bajo la curva entre las posiciones inicial y final.

Si F_x, la componente x de la fuerza, es constante puede sacarse de la integral de la ecuación (6.7):

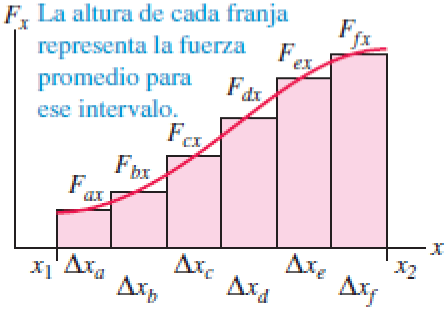
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x \, dx = F_x \int_{x_1}^{x_2} dx = F_x (x_2 - x_1) \qquad \text{(fuerza constante)}$$

Pero $x_2 - x_1 = s$, el desplazamiento total de la partícula. Así, en el caso de una fuerza constante F, la ecuación (6.7) indica que $W = Fs$, lo cual coincide con la ecuación

En el límite donde el número de segmentos se hace muy grande y su anchura muy pequeña, la suma se convierte en la *integral* de F_x de x_1 a x_2:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x \, dx \qquad \text{(componente } x \text{ de fuerza variable, desplazamiento rectilíneo)}$$

c)



. En una gráfica de fuerza en función de posición, el trabajo total realizado por la fuerza está representado por el área bajo la curva entre las posiciones inicial y final.

Si F_x, la componente x de la fuerza, es constante puede sacarse de la integral de la ecuación (6.7):

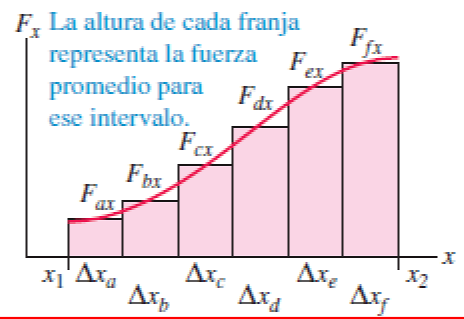
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x \, dx = F_x \int_{x_1}^{x_2} dx = F_x(x_2 - x_1) \qquad \text{(fuerza constante)}$$

Pero $x_2 - x_1 = s$, el desplazamiento total de la partícula. Así, en el caso de una fuerza constante F, la ecuación (6.7) indica que $W = Fs$, lo cual coincide con la ecuación

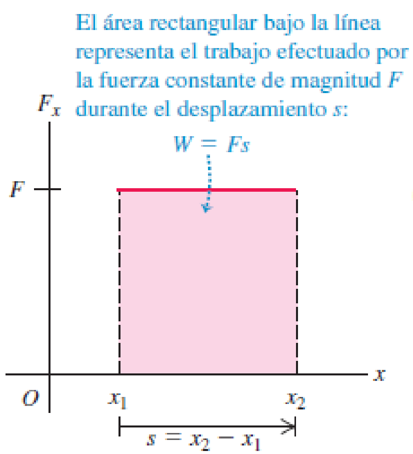
En el límite donde el número de segmentos se hace muy grande y su anchura muy pequeña, la suma se convierte en la *integral* de F_x de x_1 a x_2:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x \, dx \qquad \text{(componente } x \text{ de fuerza variable, desplazamiento rectilíneo)}$$

c)



. En una gráfica de fuerza en función de posición, el trabajo total realizado por la fuerza está representado por el área bajo la curva entre las posiciones inicial y final.



Si F_x, la componente x de la fuerza, es constante puede sacarse de la integral de la ecuación (6.7):

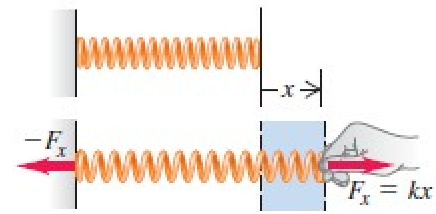
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x \, dx = F_x \int_{x_1}^{x_2} dx = F_x(x_2 - x_1) \qquad \text{(fuerza constante)}$$

Pero $x_2 - x_1 = s$, el desplazamiento total de la partícula. Así, en el caso de una fuerza constante F, la ecuación (6.7) indica que $W = Fs$, lo cual coincide con la ecuación

Vamos a aplicar esto al resorte estirado ($F_{elástica}$ 📷 x)

$F_x = kx$ (fuerza requerida para estirar un resorte)

6.18 La fuerza necesaria para estirar un resorte ideal es proporcional a su alargamiento: $F_x = kx$.



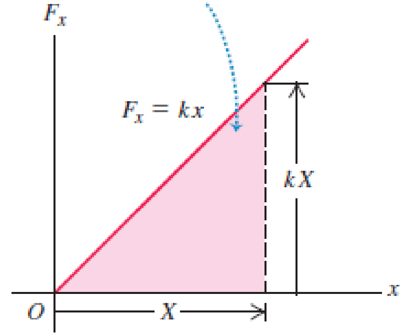
Para estirar un resorte, debemos efectuar trabajo. Aplicamos fuerzas iguales y opuestas a los extremos del resorte y las aumentamos gradualmente. Mantenemos fijo el extremo izquierdo, así que la fuerza aplicada en este punto no efectúa trabajo. La fuerza en el extremo móvil *sí* efectúa trabajo. La figura 6.19 es una gráfica de F_x contra x, el alargamiento del resorte. El trabajo realizado por F_x cuando el alargamiento va de cero a un valor máximo X es

$$W = \int_0^X F_x\,dx = \int_0^X kx\,dx = \frac{1}{2}kX^2 \qquad (6.9)$$

También podemos obtener este resultado gráficamente. El área del triángulo sombreado de la figura 6.19, que representa el trabajo total realizado por la fuerza, es igual a la mitad del producto de la base y la altura:

$$W = \frac{1}{2}(X)(kX) = \frac{1}{2}kX^2$$

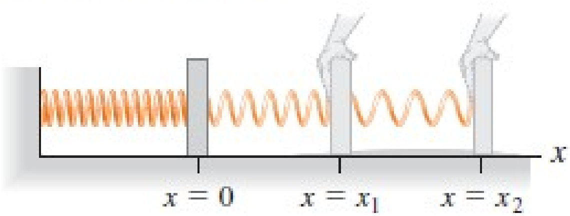
El área triangular bajo la línea representa el trabajo realizado sobre el resorte cuando éste se estira de $x = 0$ a un valor máximo X: $W = \frac{1}{2}kX^2$



La ecuación (6.9) supone que el resorte no estaba estirado originalmente. Si el resorte ya está estirado una distancia x_1, el trabajo necesario para estirarlo a una distancia mayor x_2 (figura 6.20) es

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx = \int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 \qquad (6.10)$$

a) Estiramiento de un resorte de un alargamiento x_1 a un alargamiento x_2



El área trapezoidal bajo la línea representa el trabajo efectuado sobre el resorte para estirarlo de $x = x_1$ a $x = x_2$: $W = \frac{1}{2}kx_2{}^2 - \frac{1}{2}kx_1{}^2$