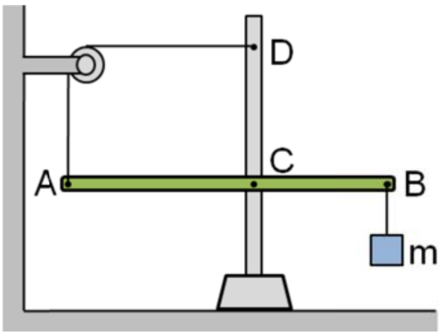
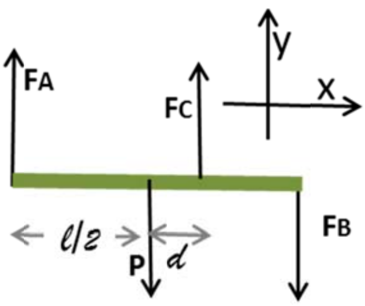
DESARROLLO ESTÁTICA DE CUERPOS EXTENSOS



CE: El sistema de la figura está compuesto por una barra horizontal y homogénea de 50 kg, y una caja de dimensiones despreciables y de 10 kg. La barra está vinculada a un poste vertical por medio de un eje que la atraviesa en C, ubicado a 30 cm respecto de su centro de gravedad, y por medio de una soga ideal en su extremo A, que pasa por una polea fija ideal que la vincula en D. Dicha soga ejerce una fuerza de 150 N, y en esas condiciones el sistema permanece en equilibrio.

a) Escriba el vector fuerza que ejerce el eje en C. Indique claramente el sistema de referencia.

b) Calcule la longitud de la barra.



Desarrollo:

Este es un ejercicio simple de Cuerpos extensos:

Sabemos que:

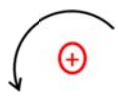
(i) $\Sigma\, \mathbf{F}_{barra} = m\, \mathbf{a}_{barra} = 0$ (en equilibrio)

(ii) $\Sigma\, \mathbf{M}_F^{\ C} = 0$ (en equilibrio) Elegimos a **C** como Centro de Momentos: Podríamos elegir cualquier otro punto, pero C tiene la característica que los M^A_{FC} es nulo y elimina una de las incognitas.

a) Para Calcular la fuerza que ejerce el eje C utilizamos la ecuación **(i)**

$\Sigma\, \mathbf{F}_{barra}|_y = F_A + F_C - F_B - P = 0 \rightarrow$

$F_C = -F_A + F_B + P = -150\text{ N} + 100\text{N} + 500\text{ N} = 450\text{ N} \rightarrow$ $\mathbf{F_C = 450\text{ N}\ \hat{j}}$



b) Para calcular la longitud de la barra, utilizo la ecuación **(ii),** sabiendo que d=0,3 m y todas las fuerzas son perpendiculares a la barra (sen α = 1)

$$\Sigma\, \mathbf{M}_F^{\ C} = \mathbf{M}_{FA}^{\ C} + \mathbf{M}_{FC}^{\ C} + \mathbf{M}_{FB}^{\ C} + \mathbf{M}_P^{\ C} = 0 = -F_A \cdot (\ell/2 + d) + 0 - F_B \cdot (\ell/2 - d) + P \cdot d = 0$$

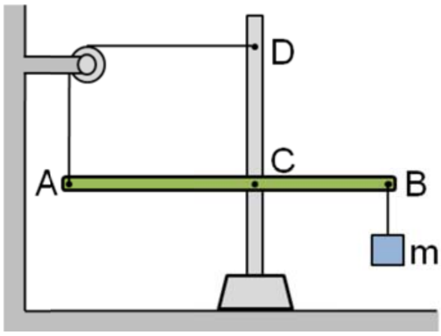
Reordenamos los términos y saquemos factor común l/2 y d

$$(F_A + F_B) \cdot \ell/2 + (F_A - F_B - P)\ d = 0$$

$$250\text{ N} \cdot \ell/2 - 450\text{ N} \cdot 0{,}3\text{ m} = 0 \rightarrow \ell/2 = 135\text{ N}\cdot\text{m} / 250\text{N} = 0{,}54\text{ m}$$

$$\rightarrow \ell = 2 \cdot 0{,}54\text{ m} = 1{,}08\text{ m}$$

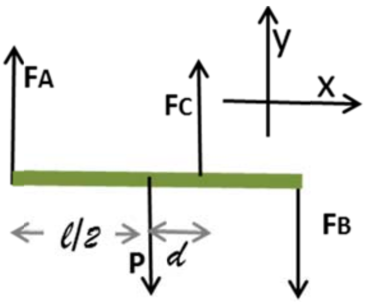
DESARROLLO ESTÁTICA DE CUERPOS EXTENSOS



CE: El sistema de la figura está compuesto por una barra horizontal y homogénea de 87 kg, y una caja de dimensiones despreciables y de 4 kg. La barra está vinculada a un poste vertical por medio de un eje que la atraviesa en C, ubicado a 20 cm respecto de su centro de gravedad, y por medio de una soga ideal en su extremo A, que pasa por una polea fija ideal que la vincula en D. Dicha soga ejerce una fuerza de 160 N, y en esas condiciones el sistema permanece en equilibrio.

a) Escriba el vector fuerza que ejerce el eje en C. Indique claramente el sistema de referencia.

b) Calcule la longitud de la barra.



Desarrollo:

Este es un ejercicio simple de Cuerpos extensos: Sabemos que:

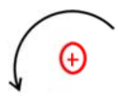
(i) $\Sigma\ \mathbf{F}_{barra} = m\ \mathbf{a}_{barra} = 0$ (en equilibrio)

(ii) $\Sigma\ \mathbf{M}_F^{\ C} = 0$ (en equilibrio) Elegimos a **C** como Centro de Momentos: Podríamos elegir cualquier otro punto, pero C tiene la característica que los M^A_{FC} es nulo y elimina una de las incognitas.

a) Para Calcular la fuerza que ejerce el eje C utilizamos la ecuación **(i)**

$$\Sigma\ \mathbf{F}_{barra}\,|_{\mathbf{y}} = F_A + F_C - F_B - P = 0 \rightarrow$$

$$F_C = -F_A + F_B + P = -160\ N + 40\ N + 870\ N = 750\ N \rightarrow \mathbf{F_C} = 750\ N\ \hat{\jmath}$$



b) Para calcular la longitud de la barra, utilizo la ecuación **(ii),** sabiendo que d=0,2 m y todas las fuerzas son perpendiculares a la barra (sen α = 1).

$$\Sigma\ \mathbf{M}_F^{\ C} = \mathbf{M}_{FA}^{\ C} + \mathbf{M}_{FC}^{\ C} + \mathbf{M}_{FB}^{\ C} + \mathbf{M}_P^{\ C} = 0 = -F_A \cdot (\ell/2 + d) + 0 - F_B \cdot (\ell/2 - d) + P \cdot d = 0$$

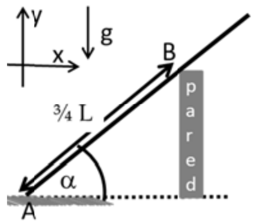
Reordenamos los términos y saquemos factor común l/2 y d

$$(F_A + F_B) \cdot \ell/2 + (F_A - F_B - P)\ d = 0$$

$$200\ N \cdot \ell/2 - 750\ N \cdot 0{,}2\ m = 0 \rightarrow \ell/2 = 150\ N \cdot m / 200N = 0{,}75\ m$$

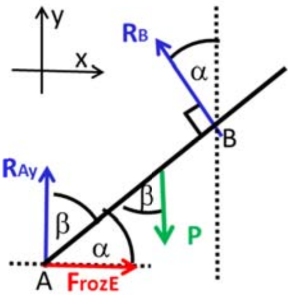
$$\rightarrow \ell = 2 \cdot 0{,}75\ m = 1{,}50\ m$$

CE- Una barra homogénea inclinada un ángulo **α**, de longitud **L** y masa **m**, se apoya en un piso horizontal **A** con rozamiento y una pared vertical **B** sin rozamiento. Analizar (justifique su respuesta) si el sistema se encuentra en equilibrio y encontrar:



a) El vector fuerza que ejerce la pared sobre la barra en **B**.
b) El vector fuerza que el piso ejerce sobre la barra en **A**

Datos: m=500 kg; L=8 m; $|g|=10\ m/s^2$; $\mu_E = 0{,}8$; $\mu_D = 0{,}3$;
$\alpha = 37°$; sen 37°=0,6; cos 37° = 0,8.



Desarrollo:

1) Diagrama de cuerpo libre
2) Condiciones de equilibrio:

(i) $\Sigma F = 0 \rightarrow \ -R_{Bx} + F_{rozE} = 0 \ \rightarrow R_{Bx} = R_B \text{ sen } \alpha = F_{rozE}$ **(I)**

$R_{Ay} + R_{By} - P = 0 \ \rightarrow \ R_{Ay} + R_B \cos \alpha = 5000N$ **(II)**

(ii) Elegimos al punto A como Centro de Momentos:

Podríamos elegir cualquier otro punto, pero A tiene la característica que los M^A_{Froz} y M^A_{RAy} son nulos y eliminan de la ecuación dos incognitas.

$$\Sigma M^A = 0 \rightarrow \ - P \cdot L/2 \cdot \cos \alpha \ + \ R_B \cdot \tfrac{3}{4} L = 0 \rightarrow 2000\ N = \tfrac{3}{4} R_B$$

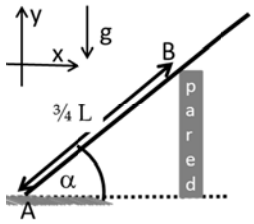
$$\rightarrow R_B \sim 2667N \ \textbf{(III)}$$

(iii) Reemplazo **(III)** en **(I)** $R_B \text{ sen } \alpha \ = \ F_{rozE} = 1600\ N$ es ≤ Cota máxima?

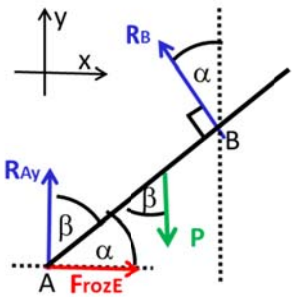
De **(II)** → Cota máxima = $\mu_E \ R_{Ay} = 0{,}8 \cdot (5000\ N - R_B \cos \alpha) \sim 2294\ N$ → hay equilibrio!

a) $R_B = 2667N\ (-\text{sen } 37°\ \hat{\imath} + \cos 37°\ \hat{\jmath}) = (-1600; 2134)\ N$ y
b) $R_A = F_{rozE}\ \hat{\imath} + R_{Ay}\ \hat{\jmath} = (1600, 2866)\ N$

CE- Una barra homogénea inclinada un ángulo **α**, de longitud **L** y masa **m**, se apoya en un piso horizontal **A** con rozamiento y una pared vertical **B** sin rozamiento. Analizar (justifique su respuesta) si el sistema se encuentra en equilibrio y encontrar:

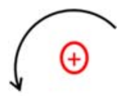


a) El vector fuerza que la pared ejerce sobre la barra en **B**.
b) El vector fuerza que el piso ejerce sobre la barra en **A**
Datos: m= 500 kg; L= 8 m; d=1,5 m; $|g| = 10\ m/s^2$; $\mu_E = 0{,}8$ $\mu_D = 0{,}3$;
$\alpha = 53°$; sen 53°= 0,8; cos 53°= 0,6



Desarrollo:
1) Diagrama de cuerpo libre
2) Condiciones de equilibrio:
(i) $\Sigma F = 0 \rightarrow -R_{Bx} + F_{rozE} = 0 \rightarrow R_{Bx} = R_B \text{ sen } \alpha = F_{rozE}$ **(I)**
$R_{Ay} + R_{By} - P = 0 \rightarrow R_{Ay} + R_B \cos\alpha = 5000N$ **(II)**

(**(ii)** Elegimos al punto A como Centro de Momentos: Podríamos elegir cualquier otro punto, pero A tiene la característica que los M^A_{Froz} y M^A_{RAy} son nulos y eliminan de la ecuación dos incognitas



$$\Sigma M^A = 0 \rightarrow -P \cdot L/2 \cdot \cos\alpha + R_B \cdot ¾\ L = 0 \rightarrow 1500\ N = ¾\ R_B$$

$$R_B \sim 2000N\ \textbf{(III)}$$

(iii) Reemplazo (III) en (I) R_B sen α = $F_{rozE} = 1600\ N$ es ≤ Cota máxima?

De (II) → Cota máxima = $\mu_E\ R_{Ay} = 0{,}8 \cdot (5000\ N - R_B \cos\alpha) \sim 3040\ N$ → hay equilibrio!

a) R_B= 2000N (-sen 53° î +cos 53° ĵ)= (- 1600; 1200) N y
b) R_A = F_{rozE} î + R_{Ay} ĵ = (1600,3800) N