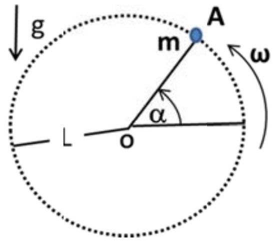
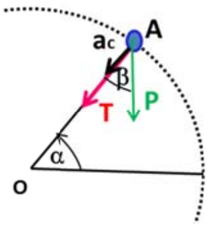
# DESARROLLO – FUERZA ELASTICA & etal




**DC-** Una esfera de 2 kg de masa está unida a una cuerda de 90 cm de longitud que gira **en el plano vertical.** La tensión de la cuerda cuando pasa por el punto A, α=30°, es de 20 N:

**a)** ¿Cuál es el módulo de la aceleración centrípeta en A?

Desarrollo:




1) Movimiento es circular NO uniforme → $\Sigma \mathbf{F}_A = m\, \mathbf{a}_A$

2) Descompongo la ecuación vectorial anterior en una dirección radial entrante ≡ **x** y una perpendicular en el sentido de giro y tangente a la trayectoria ≡ **y:**

x) →dirección de la aceleración centrípeta:

$$F_{netaA}|_x = T_A + P_{xA} = T_A + mg \cdot \cos\beta = m\, a_{cA}$$

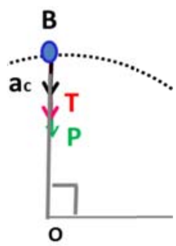
y) → $-\, m\, g \cdot \text{sen}\,\beta = m\, a_y$

De x)

$$a_{cA} = F_{netaA}|_x / m = (P_{xA} + T_A)/m = m\, g \cdot \cos\beta / m\ + 20\ \text{N}/2\text{kg} = g \cdot \text{sen}\,\alpha + 10\ \text{m/s}^2$$

$$a_{cA} = 10\ \text{m/s}^2 \cdot \text{sen}\ 30° + 10\ \text{m/s}^2 = 15\ \text{m/s}^2$$

**b)** ¿Cuál es la mínima velocidad, en módulo, de la esfera en el punto más alto de la trayectoria que le permite realizar el giro completo?



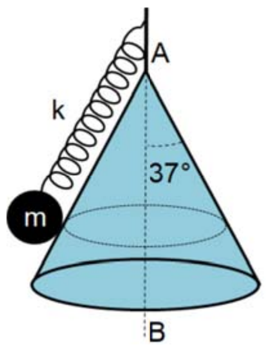

x) →Dirección de la aceleración centrípeta, es decir en la dirección de g!

$$F_{netaB}|_x = T_B + P_{xB} = T_B + m\, g\ =\ m \cdot a_{cB}\ =\ m \cdot\ (V_B)^2/L$$

$$(T_B + m\, g) \cdot L \cdot (1/m)\ = (V_B)^2\ \ \rightarrow \text{mínima } V_B \rightarrow T_B = 0$$

$$(m\, g) \cdot L \cdot (1/m)\ \ = L \cdot g = (V_B)^2\ \ \rightarrow V_B = [0{,}9\ \text{m} * 10\ \text{m/s}^2]^{½} = 3\ \text{m/s}$$

**Contratema:** L = 40 cm; α=37°, T= 16 N; m = 2kg → $a_{cA}$= 14 m/s$^2$ y V(B) = 2 m/s

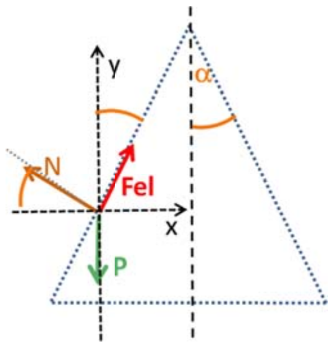



**DC.** Un cuerpo de 4,5 kg cuelga de un resorte ideal de constante elástica k = 500 N/m y longitud natural $\ell_0$ = 15 cm, y gira con velocidad angular constante alrededor del eje vertical AB, apoyado sobre la superficie cónica de la figura, describiendo siempre una circunferencia horizontal. El extremo superior del resorte está fijo a la cúspide del cono. Se desprecian todos los rozamientos.

**a)** ¿Cuál es la máxima velocidad angular con la que puede girar el cuerpo para que el resorte se mantenga siempre paralelo a la superficie del cono?

**b)** Calcule la intensidad de la fuerza que la superficie del cono ejerce sobre el cuerpo mientras éste gira, si la longitud del resorte es 24 cm..

Desarrollo:




**i)** El resorte **sólo** puede estar estirado → $\Delta l = l - l_0 > 0$

**ii)** sen 37 °= 0,6 y cos 37 °= 0,8

**(iii)** Diagrama de cuerpo Libre

**(iv)** Proyectamos las fuerzas a lo largo de los ejes cartesianos x e y

x) $F_{el}$ sen α – N cos α = m ac = m $\omega^2$ L sen α

y) $F_{el}$ cos α + N sen α = mg

**v)** Me piden: la máxima velocidad angular (o sea **ω**) con la que puede girar el cuerpo para que el resorte se mantenga siempre paralelo a la superficie del cono.

Observando la ecuación (iv-x) la única manera que **ω** aumente es que la fuerza de contacto N decrezca, y **ω** → será máxima ($\omega_{max}$) cuando N=0.
Reescribimos (iv-x) e (iv-y)

x) $F_{el}$ sen α = m $(\omega_{max})^2$ L sen α → $F_{el}$ = m $(\omega_{max})^2$ L = 56,25 N **(I)**

y) $F_{el}$ cos α = mg →$F_{el}$ · 0,8 =45 N → K · (L - $L_0$) = 45 N/0,8 = 56,25 N

→(L - $L_0$) = 45 N/ (0,8 · 500 N/m) = 0,1125;

→L= (0,1125 + 0,15) m

L= 0.2625 m

De **(I)** → m $(\omega_{max})^2$ L = 56,25 N → $(\omega_{max})^2$ = 56,25 N/ (m · L) = 47,62 $s^{-2}$ →

$\omega_{max}$= 6,9 $s^{-1}$

**b)** Calcule la intensidad de la fuerza que la superficie del cono ejerce sobre el cuerpo mientras éste gira, si la longitud del resorte es 24 cm.

Para responder pregunta usamos (iv- y)

$F_{el} \cos \alpha + N \operatorname{sen} \alpha = mg$

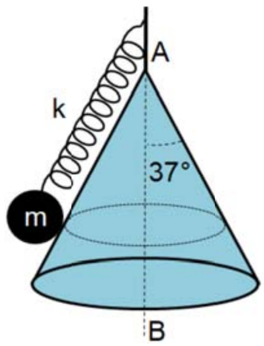
$N \operatorname{sen} \alpha = mg - F_{el} \cos \alpha$

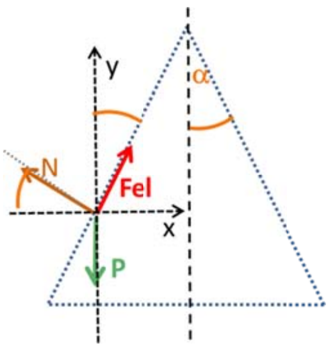
$\rightarrow N = mg / \operatorname{sen} \alpha - F_{el} / \tan \alpha = 45\ N / 0.6 - 500\ N/m \cdot 0{,}09\ m / 0.75 \quad = \ 15\ N$

**DC:** Un cuerpo de 3 kg cuelga de un resorte ideal de constante elástica $k = 600$ N/m y longitud natural $\ell_0 = 20$ cm, y gira con velocidad angular constante alrededor del eje vertical AB, apoyado sobre la superficie cónica de la figura, describiendo siempre una circunferencia horizontal. El extremo superior del resorte está fijo a la cúspide del cono. Se desprecian todos los rozamientos.

a) ¿Cuál es la máxima velocidad angular con la que puede girar el cuerpo para que el resorte se mantenga siempre paralelo a la superficie del cono?

b) Calcule la intensidad de la fuerza que la superficie del cono ejerce sobre el cuerpo mientras éste gira, si la longitud del resorte es 25 cm.




<u>Desarrollo</u>:

**i)** El resorte **sólo** puede estar estirado $\rightarrow \Delta l = l - l_0 > 0$

**ii)** sen 37 °= 0,6 y cos 37 °= 0,8

**(iii)** Diagrama de cuerpo Libre

**(iv)** Proyectamos las fuerzas a lo largo de los ejes cartesianos x e y

x) $F_{el} \operatorname{sen} \alpha - N \cos \alpha = m\, a_c = m\, \omega^2\, L \operatorname{sen} \alpha$

y) $F_{el} \cos \alpha + N \operatorname{sen} \alpha = mg$

**v)** Me piden: la máxima velocidad angular (o sea **ω**) con la que puede girar el cuerpo para que el resorte se mantenga siempre paralelo a la superficie del cono.

Observando la ecuación (iv-x) la única manera que **ω** aumente es que la fuerza de contacto N decrezca, y **ω** $\rightarrow$ será máxima ($\omega_{max}$) cuando N=0.
Reescribimos (iv-x) e (iv-y)

x) $F_{el}$ sen α = m $(\omega_{max})^2$ L sen α → $F_{el}$ = m $(\omega_{max})^2$ L **(I)**

y) $F_{el}$ cos α = mg → →$F_{el}$ · 0,8 = 30 N → K · (L - $L_0$) = 30 N/0,8 = 37,5N

→(L - $L_0$) = 35,5 N/ 600 N/m = 0,0625;

→L= (0,0625 + 0,20) m

L= 0.2625 m

De **(I)** → m $(\omega_{max})^2$ L = 37,5 N → $(\omega_{max})^2$ = 37,5 N/ (m · L) = 47,62 $s^{-2}$ →

$\omega_{max}$= 6,9 $s^{-1}$

**b)** Calcule la intensidad de la fuerza que la superficie del cono ejerce sobre el cuerpo mientras éste gira, si la longitud del resorte es 25cm.

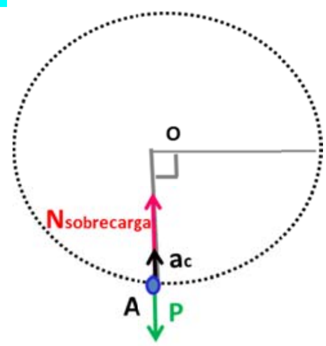
Para responder pregunta usamos (iv- y)

$F_{el}$ cos α + N sen α = mg

N sen α = mg − $F_{el}$ cos α

→ N = mg / sen α − $F_{el}$ / tan α = 30 N/0,6 – 600N/m · 0,05 m /0,75 = 10 N

**DC:** Una prueba aérea consiste en registrar la intensidad de la fuerza de contacto entre el piloto y el asiento, y representa la "sobrecarga" que experimenta el piloto, especialmente en movimientos que implican aceleraciones de gran módulo. Consideremos un avión que describe una circunferencia vertical de 1 km de radio.
El piloto que lo conduce pesa 70 kgf.



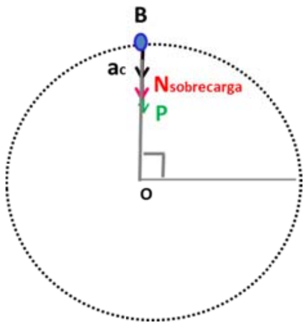

**a)** Si la rapidez con la que viaja el avión es 720 km/h, ¿cuál es la "sobrecarga" del piloto en el punto más bajo de la trayectoria?
**b)** Calcule la mínima rapidez que debe tener el avión en el punto más alto de la trayectoria para que el piloto no se despegue del asiento.

Desarrollo:

- **(a)** Punto más bajo de la trayectoria circular → A
- $\Sigma F_{ext}|_{centrípetaA} = m\, a_{cA} = N_{sobrecarga} - P = N_{sobrecarga} - 700N$ **(I)**
- $V_{aviónA} = 720\ km/h = 200\ m/s \rightarrow a_{cA} = [V_{aviónA}]^2/R = [200m/s]^2/1000m = 40\ m/s^2$
- De (1)

  $N_{sobrecarga} - 700N = 70\ kg \cdot 40\ m/s^2 \rightarrow N_{sobrecarga} = 2800\ N + 700N = 3500N$

- **(b)** Calcule la mínima rapidez que debe tener el avión en el punto más alto de la trayectoria→B



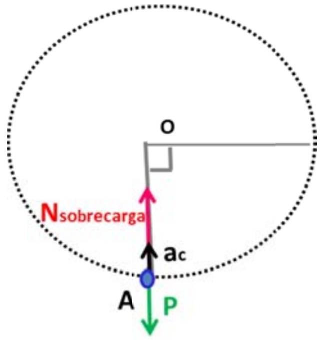

- $\Sigma F_{ext}|_{centrípetaB} = m\, a_{cB} = N_{sobrecarga} + P = N_{sobrecarga} + 700N$ **(II)**
- $N_{sobrecarga} + P = m\, a_{cB} = m\, [V_{aviónB}]^2/R$
- $V_{aviónB}$ mínima → $N_{sobrecarga} = 0\ N$
- De **(II)**

  $P = m\, g = m\, [V_{aviónB}]^2/R \rightarrow$
- $V_{aviónB} = [\ g\ R\ ]^{1/2} = [10000\ m^2/s^2]^{1/2} = 100\ m/s$

**DC:** Una prueba aérea consiste en registrar la intensidad de la fuerza de contacto entre el piloto y el asiento, y representa la "sobrecarga" que experimenta el piloto, especialmente en movimientos que implican aceleraciones de gran módulo. Consideremos un avión que describe una circunferencia vertical de 1 km de radio.
El piloto que lo conduce pesa 80 kgf.

**a)** Si la rapidez con la que viaja el avión es 900 km/h, ¿cuál es la "sobrecarga" del piloto en el punto más bajo de la trayectoria?

**b)** Calcule la mínima rapidez que debe tener el avión en el punto más alto de la trayectoria para que el piloto no se despegue del asiento.

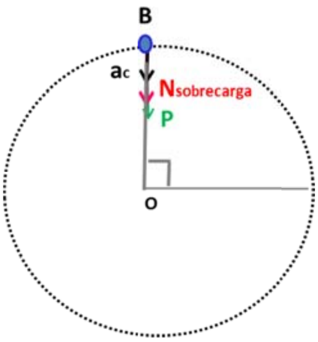



Desarrollo:

- **(a)** Punto más bajo de la trayectoria circular → A
- $\Sigma F_{ext}|_{centrípetaA} = m\, a_{cA} = N_{sobrecarga} - P = N_{sobrecarga} - 800N$ **(I)**
- $V_{aviónA}$ =900 km/h = 250 m/s→ $a_{cA} = [V_{aviónA}]^2/R = [250 m/s]^2/1000m = 62{,}5\ m/s^2$
- De **(I)**

  $N_{sobrecarga} - 800N = 80\ kg \cdot 62{,}5\ m/s^2$ → $N_{sobrecarga} = 5000\ N + 800N = 5800N$

- **(b)** Calcule la mínima rapidez que debe tener el avión en el punto más alto de la trayectoria→B




- $\Sigma F_{ext}|_{centrípetaB} = m\, a_{cB} = N_{sobrecarga} + P = N_{sobrecarga} + 700N$ **(II)**
- $N_{sobrecarga} + P = m\, a_{cB} = m\, [V_{aviónB}]^2/R$
- $V_{aviónB}$ mínima → $N_{sobrecarga} = 0\ N$
- De **(II)**

  $P = m\, g = m\, [V_{aviónB}]^2/R$ →
- $V_{aviónB} = [\, g\, R\, ]^{1/2} = [\, 10000\ m^2/s^2]^{1/2} = 100\ m/s$