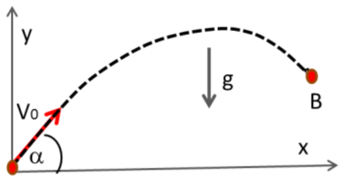
EJERCICIOS DE TIRO OBLICUO



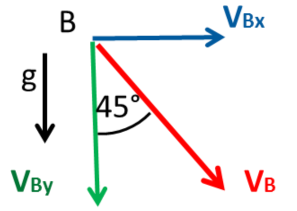
TO: Se lanza una bala con una velocidad inicial de **50 m/s** formando un ángulo de **α=53°** con la horizontal.
Cuando la bala pasa por el punto **B** su velocidad $\mathbf{v_B}$ forma un ángulo de **β=45°** con el vector aceleración (ver figura). Se desprecian todo tipo de rozamientos.

(a) ¿Cuál es el tiempo de vuelo, en segundos, hasta B?
(b) ¿Cuáles son las coordenadas del punto B?

❖ **Entendemos el enunciado:**

1) Nos dan todas las condiciones iniciales: $t_0 = 0s$; $x_0 = y_0 = 0$ m; Vo y α
2) " Cuando la bala pasa por el punto **B** su velocidad $\mathbf{v_B}$ forma un ángulo de **β=45°** con el vector aceleración"

   → Vector aceleración, **g,** es SIEMPRE en la dirección vertical y <u>opuesto</u> a
   y → $V_{BX} = V_B \cos 45°$ y $V_{BY} = (-1) \cdot V_B \text{ sen } 45°$
   → $\frac{V_{By}}{V_{Bx}} = -1$, dado que cos 45 °= sen 45 °



Ejercicio de Tiro Oblicuo:

❖ Ecuaciones MRUV (**HOJA DE FORMULAS**)

eje y	eje x
a_y = constante $v_y(t) = v_{0y} + a\,(t-t_0)$ $y(t) = y_0 + v_{0y}(t-t_0) + ½\, a\,(t-t_0)^2$	$a_x = 0$ $v_x(t) = v_{0x}$ = constante $x(t) = x_0 + v_{0x}(t-t_0)$
Condiciones/ datos del problema $t_0 = 0$ s; $x_0 = 0$; $y_0 = 0$; Vo y α → v_{0x} y v_{0y}	
$a_y = -10\ m/s^2$ $v_y(\mathbf{t}) = v_{0y} - 10 m/s^2\, \mathbf{t}$ **(1)** $y(\mathbf{t}) = v_{0y}\mathbf{t} - 5\ m/s^2 \mathbf{t^2}$ **(2)**	$a_x = 0$ $v_x(\mathbf{t}) = v_{0x}$ = constante**(3)** $x(\mathbf{t}) = v_{0x}\mathbf{t}$ **(4)**

❖ **Desarrollo:**

- Datos: Vo= 50 m/s y α = 53° → v_{0x} = 30m/s ; v_{0y} = 40m/s

De **(3)** → $v_x(\mathbf{t_B}) = v_{0x}$ = 30 m/s

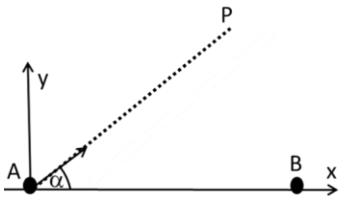
De **(1)** → $v_y(\mathbf{t_B})$ = 40 m/s $-10 m/s^2\, \mathbf{t_B}$ → $\frac{V_{By}}{V_{Bx}} = -1 = \frac{40\frac{m}{s} - 10\frac{m}{s^2}t_B}{30\frac{m}{s}}$

→ 40 m/s $-10 m/s^2\, \mathbf{t_B}$= (-1) · 30 m/s → t_B = 7 seg

De (4) → $x(\mathbf{t_B})$ = 30 m/s $\mathbf{t_B}$ = 210 m
De (2) → $y_B(\mathbf{t_B})$ = 40 m/s $\mathbf{t_B}$ - 5 $m/s^2 \mathbf{t_B^2}$ = 35 m → r_B = (210 m ; 35 m)

- Datos: Vo= 100 m/s y α = 53° → v_{0x} = 60m/s ; v_{0y} = 800m/s

→ t_B = 14 seg; → r_B = (840 m ;140 m)



TO: Desde A se lanza un proyectil apuntando hacia el punto P (ver figura). Desprecie todo rozamiento con el aire.

a) ¿Cuál debe ser la velocidad inicial V_0 (en m/s) para que el proyectil impacte en el punto B?

b)¿Cuántos segundos tarda en llegar B?

Ejercicio de Tiro Oblicuo:

❖ Ecuaciones MRUV (**HOJA DE FORMULAS**)

eje y	eje x
a_y = constante $v_y(t) = v_{0y} + a\,(t-t_0)$ $y\,(t) = y_0 + v_{0y}\,(t-t_0) + ½\,a\,(t-t_0)^2$	$a_x = 0$ $v_x(t) = v_{0x}$ = constante $x(t) = x_0 + v_{0x}\,(t-t_0)$
Condiciones/ datos del problema $t_0 = t_A = 0$ s; Δx_{BA}; Δy_{BA}; y α	
$a_y = -10\ m/s^2$ $v_y(\mathbf{t}) = v_{0y}\ -10m/s^2\,\mathbf{t}$ **(1)** $y\,(\mathbf{t}) = v_{0y}\mathbf{t}\ - 5\ m/s^2\mathbf{t^2}$ **(2)**	$a_x = 0$ $v_x(\mathbf{t}) = v_{0x}$ = constante **(3)** $x(\mathbf{t}) = v_{0x}\mathbf{t}$ **(4)**

❖ **Desarrollo:**

(1) $v_y(\mathbf{t_B}) = v_{0y}\ -10m/s^2\,\mathbf{t_B}$ → $v_y\,(\mathbf{t_B}) = v_0$ sen α $-10m/s^2\,\mathbf{t_B}$

(2) $\Delta y\,(\mathbf{t_{BA}}) = 0 = v_{0y}\mathbf{t_B} - 5\ m/s^2\mathbf{t_B}^2$ → $\Delta y\,(\mathbf{t_{BA}}) = 0 = v_0$ sen $\alpha\ \mathbf{t_B} - 5\ m/s^2\mathbf{t_B}^2$

(3) $v_x(\mathbf{t_B}) = v_0 \cos\alpha$

(4) $\Delta x(\mathbf{t_{BA}}) = v_{0x}\mathbf{t_B} = v_0 \cos\alpha\ \mathbf{t_B}$

<u>Datos:</u> ***y_B-y_A = 0 m; x_B-x_A = 20 m; α= 53°; |g|=10m/s²***

(4) $\Delta x(\mathbf{t_{BA}}) = 20\ m = v_0\ 0{,}6\ \mathbf{t_B}$ → $v_0\ \mathbf{t_B} = 20\ m/0{,}6$

(2) $\Delta y(\mathbf{t_{BA}}) = 0 = v_0\,0{,}8\ \mathbf{t_B} - 5\ m/s^2\mathbf{t_B}^2 = v_0\,\mathbf{t_B}\,0{,}8 - 5\ m/s^2\mathbf{t_B}^2 = 0{,}8{\cdot}20\ m/0{,}6 - 5\ m/s^2\mathbf{t_B}^2$

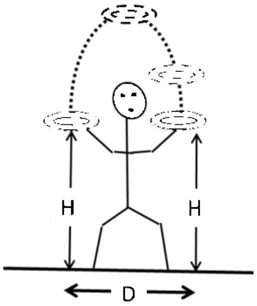
→ **0** = 26,67 m $- 5\ m/s^2\mathbf{t_B}^2$ **→ $\mathbf{t_B}$ = 2,3 s ; $\mathbf{v_0}$ = ~ 14,43 m/s**

<u>Datos:</u> ***y_B-y_A = 0 m; x_B-x_A = 60 m; α= 37°°; |g|=10m/s²***

(4) $\Delta x(\mathbf{t_{BA}}) = 60\ m = v_0\ 0{,}8\ \mathbf{t_B}$ → $v_0\ \mathbf{t_B} = 60\ m/0{,}8$

(2) $\Delta y\,(\mathbf{t_{BA}}) = 0 = v_0\ 0{,}6\ \mathbf{t_B} - 5\ m/s^2\mathbf{t_B}^2 = v_0\,\mathbf{t_B}\,0{,}6 - 5\ m/s^2\mathbf{t_B}^2 = 0{,}6{\cdot}60\ m/0{,}8 - 5\ m/s^2\mathbf{t_B}^2$

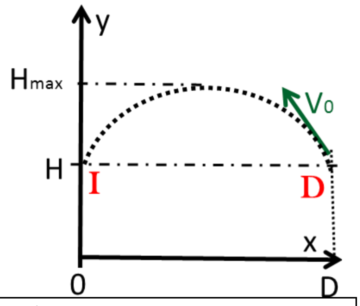
→ **0** = 45 m $- 5\ m/s^2\mathbf{t_B}^2$ **→ $\mathbf{t_B}$ = 3 s ; $\mathbf{v_0}$ = ~ 25 m/s**



TO: Un malabarista muestra su destreza, manteniendo continuamente en el aire cuatro platos que describen trayectorias parabólicas. Los recibe con su mano **derecha**, a una altura **H = 1,25m** del piso, y los lanza con su mano **izquierda**, desde la misma altura y a una distancia **D = 1,4m** de donde los recibió (ver figura). Sabiendo que los platos alcanzan una altura máxima $\mathbf{H_{max}}$ = **2H** medido desde el piso. Hallar

a) El vector velocidad inicial, con los que los arroja

b) Cuánto tarda cada plato en alcanzar su altura máxima?



- **Entendemos el enunciado:**
  - Se lanzan platos de derecha a izquierda (visto de frente).
- Elegir un sistema de coordenadas:
  - En este sistema : La velocidad v_{0x} es negativa y v_{0y} positiva
- Ecuaciones MRUV (**HOJA DE FORMULAS**)

eje y	**eje x**
a_y = constante $v_y(t) = v_{0y} + a\,(t-t_0)$ $y(t) = y_0 + v_{0y}\,(t-t_0) + ½\, a\,(t-t_0)^2$	$a_x = 0$ $v_x(t) = v_{0x}$ = constante $x(t) = x_0 + v_{0x}\,(t-t_0)$
Condiciones/ datos del problema $t_0 = 0$ s; $x_0 = D$; $x_F = 0$ m; $y_0 = H$; $y_F = H$; $H_{max} = 2H$; t_I (tiempo cuando recibe)	
$a_y = -10\ m/s^2$ $v_y(\mathbf{t}) = v_{0y} - 10m/s^2\,\mathbf{t}$ **(1)** $y(\mathbf{t}) = v_{0y}\mathbf{t} - 5\ m/s^2\,\mathbf{t^2}$ **(2)**	$a_x = 0$ $v_x(\mathbf{t}) = -\,v_{0x}$ = constante **(3)** $x(\mathbf{t}) = D - v_{0x}\mathbf{t}$ **(4)**

- **Desarrollo:**

(1) $v_y(\mathbf{t_I}) = v_{0y} - 10m/s^2\,\mathbf{t_I}$; **(3)** $v_x(\mathbf{t_I}) = -\,v_{0x}$; **(4)** $x(\mathbf{t_I}) = 0 = D - v_{0x}\mathbf{t_I}$

(2) $y(\mathbf{t_I}) = H = H + v_{0y}\mathbf{t_I} - 5\ m/s^2\,\mathbf{t_I}^2$ → $\Delta y\,(\mathbf{t_{BA}}) = 0 = v_{0y}\mathbf{t_I} - 5\ m/s^2\,\mathbf{t_I}^2$

Condición de altura máxima en tiro oblicuo:

(1) $v_y\,(t_{Hmax}) = v_{0y} - 10m/s^2\ t_{Hmax} = 0$; **(2)** $y(t_{Hmax}) = H_{max} = H + v_{0y}\,t_{Hmax} - 5\ m/s^2\,(t_{Hmax})^2$

(1) $v_{0y} = 10m/s^2 \cdot t_{Hmax}$ → **(2)** $H_{max} - H = 10m/s^2 * (t_{Hmax})^2 - 5\ m/s^2\,(t_{Hmax})^2 = 5\ m/s^2 \cdot (t_{Hmax})^2$

Además, por simetría de la parábola: $\mathbf{t_I} = 2 \cdot t_{Hmax}$

***Datos**: H = 1,25 m; H_{max} = 2·H; D = 1, 4 m*

(2) → $H = 5\ m/s^2 \cdot (t_{Hmax})^2$ → $1{,}25\ m /(5m/s^2) = (t_{Hmax})^2 = 0{,}25\ s^2$ → $t_{Hmax} = 0{,}5$ s → $\mathbf{t_I} = 1$ s

(1) → $v_{0y} = 5$ m/s **y** **(4)** $v_{0x} = D/\mathbf{t_I} = 1{,}4$ m/s → $\mathbf{V_0} = (-\,1{,}4\ m/s;\ 5\ m/s)$.

***Datos**: H = 0,8 m; H_{max} = 2·H; D = 1, 2 m*

(2) → $H = 5\ m/s^2 \cdot (t_{Hmax})^2$ → $0{,}8\ m /(5m/s^2) = (t_{Hmax})^2 = 0{,}16\ s^2$ → $t_{Hmax} = 0{,}4$ s → $\mathbf{t_I} = 0{,}8$ s

(1) → $v_{0y} = 4$ m/s **y** **(4)** $v_{0x} = D/\mathbf{t_I} = 1{,}5$ m/s → $\mathbf{V_0} = (-\,1{,}5\ m/s\ ;4\ m/s)$

TO. En un experimento llevado a cabo en la Luna, a la que podemos considerar sin atmósfera, un astronauta desde la puerta de la nave arroja un objeto horizontalmente. Observa que a los 2,5 segundos descendió 5 m y se alejó 12,5 m en la dirección horizontal. Se pide:
a) ¿Cuál es el vector velocidad del objeto a los 2,5 segundos?
b) Si toca la superficie lunar a los 3 segundos, ¿desde qué altura arrojo el objeto?

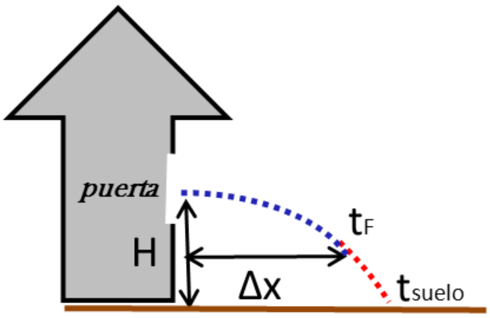
❖ **Entendemos el enunciado:**

- En un experimento llevado a cabo en la Luna, a la que podemos considerar sin atmósfera.

Sin atmósfera → despreciamos el rozamiento con el aire.

- Importante: $g_L \neq g_T$
- Un astronauta desde la puerta de la nave arroja un objeto horizontalmente.
  →Tiro horizontal
- Observa que a los 2,5 segundos descendió 5 m y se alejó 12,5m en la dirección horizontal.
  $\mathbf{t_F}$ = 2,5 s→Δy = -5 m y Δx = 12,5 m

❖ Hagamos un grafico



❖ Ecuaciones MRUV (**HOJA DE FORMULAS**)

eje y	**eje x**
a_y = constante $v_y(t) = v_{0y} + a\,(t-t_0)$ $y\,(t) = y_0 + v_{0y}\,(t-t_0) + ½\, a\,(t-t_0)^2$	$a_x = 0$ $v_x(t) = v_{0x}$ = constante $x(t) = x_0 + v_{0x}\,(t-t_0)$
Condiciones/ datos del problema $t_0 = 0$ s; $x_0 = 0$; $x_F = D$; $y_0 = H$; $y(t_F) = H - 5m$; $t_F = 2,5$ s; $t_{suelo} = 3s$; $v_{0y} = 0$	
$a_y = -g_L$ $v_y(\mathbf{t}) = -g_L\mathbf{t}$ **(1)** $y\,(\mathbf{t}) = H - ½\, g_L\mathbf{t}^2$ **(2)**	$a_x = 0$ $v_x(\mathbf{t}) = v_{0x}$ **(3)** $x(\mathbf{t}) = D = v_{0x}\mathbf{t}$ **(4)**

❖ **Desarrollo:**

(4) $x(\mathbf{t_F}) = D = v_{0x}\mathbf{t_F} \rightarrow v_{0x} = D/t_F$
(2) $y(\mathbf{t_F}) = H - ½\, g_L\mathbf{t_F}^2 \rightarrow g_L = (-2)\cdot[y\,(t_F) - H]/\mathbf{t_F}^2$

<u>Datos:</u> ***t_F = 2,5 s; x_F = 12,5 m; y_0 = H; y_F = H - 5m; t_{suelo}= 3s; $y(t_{suelo})$= 0 m***

(4) $v_{0x} = D/t_F$ = 12,5m/2,5 s = 5 m/s→ $V_{\text{inicial del objeto}} \equiv V_0$ = (5m/s;0)
(2) g_L = (-2) · [-5 m] / (2,5 s)^2 = 1, 6 m/s^2
(1) $v_y(\mathbf{t_F}) = -g_L\mathbf{t_F}$= -1,6 m/s^2 · 2, 5 s = 4 m/s
(2) $y(\mathbf{t=3s})$ = 0m = H – ½ 1,6 m/s^2 · (3s)^2 = H – 7, 2m → H = 7,2 m