práctica, calculando muchas integrales. En este ejemplo, si hubiéramos elegido $f(x) = \cos(x)$ y $g'(x) = x$ habríamos llegado a una integral que tampoco sabemos resolver con los métodos anteriores:

$$\int x\cos(x)dx \underset{\substack{f(x)=\cos(x)\to f'(x)=-\text{sen}(x)\\ g'(x)=x\to g(x)=\frac{x^2}{2}}}{\overset{\downarrow}{=}} \frac{x^2}{2}(-\text{sen}(x)) - \int(-\text{sen}(x))\frac{x^2}{2}dx$$

$$= -\frac{x^2}{2}\text{sen}(x) + \frac{1}{2}\int x^2\,\text{sen}(x)dx$$

Ejemplo 2. Calcular $\int x\ln(x)dx$.

Nuevamente, esta integral no figura en tabla, no tiene ninguna suma (o resta), no tiene ningún número que pueda "sacarse afuera", ni tiene ninguna composición evidente. Si intentamos calcularla utilizando el método de integración por partes, necesitamos que un factor tenga una primitiva conocida o calculable. Entre los factores, x y $\ln(x)$, al único que le conocemos una primitiva por tabla es a x. Por esta razón, llamaremos $f(x) = \ln(x)$ y $g'(x) = x$. Para continuar con el método, tenemos que obtener $f'(x)$, que en este caso es $f'(x) = \frac{1}{x}$; y $g(x)$, que es una primitiva de $g'(x)$. En este caso vemos por la tabla que puede tomarse $g(x) = \frac{x^2}{2}$. Entonces nos queda:

$$\int x\ln(x)dx \underset{\substack{f(x)=\ln(x)\to f'(x)=\frac{1}{x}\\ g'(x)=x\to g(x)=\frac{x^2}{2}}}{\overset{\downarrow}{=}} \ln(x)\frac{x^2}{2} - \int\frac{1}{x}.\frac{x^2}{2}dx \underset{\text{operando}}{\overset{\downarrow}{=}} \ln(x)\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\int xdx =$$

$$\underset{\text{integral por tabla}}{\overset{\downarrow}{=}} \boxed{\ln(x)\frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{4} + C}$$

Ejemplo 3. Calcular $\int e^{3x}(5x+1)dx$.

La función adentro de esta integral no está en tabla pero, si distribuimos, es la integral de una suma. Sin embargo, separar esta suma no necesariamente nos va a simplificar las cuentas (esto se aprende después de mucha ejercitación).

Aunque vemos la composición de la función e^x con $h(x) = 3x$, no encontramos relación entre $5x+1$ y $(3x)' = 3$. Luego, podemos ver si se resuelve con el método de integración por partes. Vamos a tomar $f(x) = 5x+1$ y por lo tanto será $f'(x) = 5$. Y si tomamos $g'(x) = e^{3x}$ (que no está en la tabla), para hallar g tenemos que aplicar el método de sustitución, por la composición que acabamos de mencionar.

$$\int e^{3x}dx \underset{\substack{u=3x\\ du=3dx}}{\overset{\downarrow}{=}} \int\frac{3}{3}.e^{3x}dx = \frac{1}{3}\int e^u du = \frac{1}{3}e^u + C = \frac{1}{3}e^{3x} + C$$

Entonces, para resolver nuestra integral procedemos de la siguiente manera:

$$\int e^{3x}(5x+1)dx \underset{\substack{\downarrow \\ f(x)=(5x+1)\to f'(x)=5 \\ g'(x)=e^{3x}\to g(x)=\frac{1}{3}e^{3x}}}{=} \frac{1}{3}(5x+1)e^{3x} - \int 5.\frac{1}{3}.e^{3x}dx = \frac{1}{3}(5x+1)e^{3x} - \frac{5}{3}\int e^{3x}dx =$$

$$\underset{\substack{\downarrow \\ \text{como arriba}}}{=} \frac{1}{3}(5x+1)e^{3x} - \frac{5}{3}.\frac{1}{3}e^{3x} + C = \boxed{\frac{1}{3}(5x+1)e^{3x} - \frac{5}{9}e^{3x} + C}$$