De la misma manera se puede ver que $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{5x+1}{x^2-4} = 0$. Luego, la recta de ecuación $y = 0$ es asíntota horizontal para $f(x) = \dfrac{5x+1}{x^2-4}$.

- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^3+6x}{x-7}$.

Tenemos que $\lim\limits_{x \to -\infty} x^3 + 6x = -\infty$ (es una situación del tipo "$(-\infty) + (-\infty)$") y $\lim\limits_{x \to -\infty} x - 7 = -\infty$, es decir, una indeterminación del tipo "$\dfrac{\infty}{\infty}$". Nuevamente sacaremos factor común en el numerador y en el denominador; en cada uno de ellos, la mayor potencia de x que aparece:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^3+6x}{x-7} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^3\left(1+\dfrac{6x}{x^3}\right)}{x\left(1-\dfrac{7}{x}\right)} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^{\cancel{3}2}\left(1+\dfrac{6\cancel{x}}{x^{\cancel{3}2}}\right)}{\cancel{x}\left(1-\dfrac{7}{x}\right)} = \lim_{x \to -\infty} \overbrace{x^2}^{\to +\infty} \cdot \frac{\overbrace{\left(1+\overbrace{\dfrac{6}{x^2}}^{\to 0}\right)}^{\to 1}}{\underbrace{\left(1-\underbrace{\dfrac{7}{x}}_{\to 0}\right)}_{\to 1}} = +\infty.$$

$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} \frac{x^3+6x}{x-7} = +\infty\ .}$$

En consecuencia, $f(x) = \dfrac{x^3+6x}{x-7}$ no tiene asíntota horizontal por derecha.

Análogamente se ve que $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^3+6x}{x-7} = +\infty$ y, por lo tanto, tampoco hay asíntota horizontal por derecha para f.

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x-4}{9x+8}$

Al igual que en los dos casos anteriores, el numerador y el denominador de la función tienden a infinito. Procediendo como antes:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x-4}{9x+8} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x\left(2-\dfrac{4}{x}\right)}{x\left(9+\dfrac{8}{x}\right)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\cancel{x}\left(2-\dfrac{4}{x}\right)}{\cancel{x}\left(9+\dfrac{8}{x}\right)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\overbrace{\left(2-\overbrace{\dfrac{4}{x}}^{\to 0}\right)}^{\to 2}}{\underbrace{\left(9+\underbrace{\dfrac{8}{x}}_{\to 0}\right)}_{\to 9}} = \frac{2}{9}.$$

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \frac{2x-4}{9x+8} = \frac{2}{9}.}$$

De la misma manera, se calcula $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x-4}{9x+8} = \dfrac{2}{9}$. En consecuencia la recta de ecuación $y = \dfrac{2}{9}$ es asíntota horizontal para $f(x) = \dfrac{2x-4}{9x+8}$.

Cuando f es de la forma $f(x) = \dfrac{p(x)}{q(x)}$ con p y q polinomios, y el grado de p es igual al grado de q, el límite cuando x tiende a más (o menos) infinito de $f(x)$ es el cociente de los coeficientes principales de los polinomios.

Finalmente, veamos un ejemplo de cálculo de límites y asíntotas horizontales con exponenciales:

Ejemplo. Sea $f(x) = \dfrac{3^{x+1} - 4}{2 \cdot 3^x + 3}$. Calcular $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, y dar las ecuaciones de las asíntotas horizontales para f si las tiene.

Para comenzar, recordemos que $\lim\limits_{x \to +\infty} 3^x = +\infty$ y $\lim\limits_{x \to -\infty} 3^x = 0$, ya que la base de la exponencial es $3 > 1$.

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3^{x+1} + 4}{3 - 2 \cdot 3^x}$

Como $\lim\limits_{x \to +\infty} 3^{x+1} + 4 = +\infty$ y $\lim\limits_{x \to +\infty} 3 - 2 \cdot 3^x = -\infty$, es una indeterminación del tipo $''\dfrac{\infty}{\infty}''$.

Para salvarla, sacaremos "factor común" en el numerador y en el denominador:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3^{x+1} + 4}{3 - 2 \cdot 3^x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{3^{x+1}\left(1 + \dfrac{4}{3^{x+1}}\right)}{3^x\left(\dfrac{3}{3^x} - 2\right)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{3 \cdot \cancel{3^x}\Big(1 + \overbrace{\dfrac{4}{3^{x+1}}}^{\to 0}\Big)}{\cancel{3^x}\Big(\underbrace{\dfrac{3}{3^x}}_{\to 0} - 2\Big)} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

En consecuencia, la recta de ecuación $y = -\dfrac{3}{2}$ es asíntota horizontal por derecha para f.

- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3^{x+1} + 4}{3 - 2 \cdot 3^x}$

Como $\lim\limits_{x \to -\infty} \underbrace{3^{x+1}}_{\to 0} + 4 = 4$ y $\lim\limits_{x \to -\infty} 3 - 2 \cdot \underbrace{3^x}_{\to 0} = 3$, entonces el límite que queremos calcular es el cociente de estos dos límites:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{3^{x+1} + 4}{3 - 2 \cdot 3^x} = \frac{4}{3}$$

Resumiendo:

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \frac{3^{x+1} + 4}{3 - 2 \cdot 3^x} = -\frac{3}{2}, \quad \lim_{x \to -\infty} \frac{3^{x+1} + 4}{3 - 2 \cdot 3^x} = \frac{4}{3}}$$

Notar que el hecho que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ den como resultado dos números reales distintos implica que f tendrá dos asíntotas horizontales distintas, una por derecha y otra por izquierda. En este caso,

$$\boxed{\text{la recta } y = -\frac{3}{2} \text{ es asíntota horizontal por derecha y la recta } y = \frac{4}{3} \text{ es asíntota horizontal por izquierda.}}$$