

$$"(+\infty) + (+\infty) = +\infty"$$

En la siguiente lista incluimos algunos límites de este tipo. Escribiremos  $+\infty$ ,  $-\infty$ ,  $\infty$  o  $\ell$  para indicar que el límite de la función es  $+\infty$ ,  $-\infty$ ,  $\infty$  (sin tener en cuenta el signo), o un número real  $\ell$  respectivamente.

$"(+\infty) + (+\infty) = +\infty"$	
$"(-\infty) + (-\infty) = -\infty"$	
$"\infty + \ell = \infty"$	
$"\infty \cdot \infty = \infty"$	el signo del resultado según la regla de los signos
$"\ell \cdot \infty = \infty"$	si $\ell \neq 0$ , y el signo del resultado según la regla de los signos
$"\frac{\ell}{\infty} = 0"$	en particular, $"\frac{0}{\infty} = 0"$
$"\frac{\ell}{0} = \infty"$	si $\ell \neq 0$
$"\frac{\infty}{0} = \infty"$	

También valen algunas propiedades de este tipo para funciones de la forma  $f(x)g(x)$  tales que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a > 0$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \infty$ :

$$a^{+\infty} = \begin{cases} +\infty & \text{si } a > 1 \\ 0 & \text{si } 0 < a < 1 \end{cases} \quad \text{y} \quad a^{-\infty} = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < a < 1 \\ +\infty & \text{si } a > 1 \end{cases}$$

Las propiedades que hemos enunciado valen tanto para límites con  $x \rightarrow +\infty$  como para límites con  $x \rightarrow -\infty$ .

### Ejemplos de cálculo de límites y asíntotas horizontales

Las siguientes funciones son cocientes de polinomios. En este tipo de funciones, tanto el numerador como el denominador por separado, suelen tender a infinito cuando  $x$  tiende a infinito. Cuando estamos frente a esta situación, decimos que tenemos una indeterminación del tipo "infinito sobre infinito", y ésta nos puede llevar a distintos resultados que hay que calcular. Veamos en algunos ejemplos cómo podemos calcular el límite de este tipo de funciones a pesar de la indeterminación.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x + 1}{x^2 - 4}$

Observemos que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x + 1 = +\infty$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 4 = +\infty$ . Es decir, estamos frente a una indeterminación de tipo " $\frac{\infty}{\infty}$ ".

Para salvarla, vamos a "sacar factor común" en el numerador la mayor potencia de  $x$  que aparece en el numerador, y en el denominador sacaremos la mayor potencia de  $x$  que aparece en el denominador.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x + 1}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left( 5 + \frac{1}{x} \right)}{x^2 \left( 1 - \frac{4}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left( 5 + \frac{1}{x} \right)}{x^2 \left( 1 - \frac{4}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\overbrace{\frac{1}{x}}^{\rightarrow 0} \cdot \overbrace{\left( 5 + \frac{\overbrace{1}}{\overbrace{x}^{\rightarrow 1}} \right)}^{\rightarrow 0}}{\underbrace{\left( 1 - \frac{4}{x^2} \right)}_{\rightarrow 0}} = 0.$$

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x + 1}{x^2 - 4} = 0.}$$