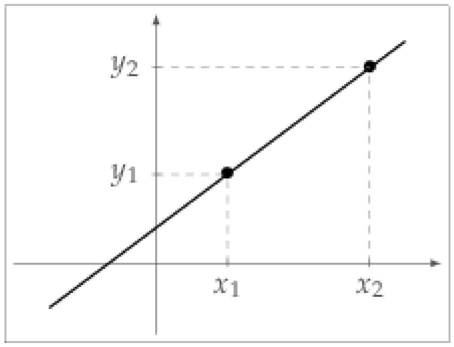
Reemplazando los valores hallados, $m = 2$ y $b = -3$, en la expresión de $f(x)$, obtenemos que

$$\boxed{f(x) = 2x - 3}$$

En general, si f es una función lineal tal que $f(x_1) = y_1$ y $f(x_2) = y_2$, con $x_1 \neq x_2$, el gráfico de f es la recta que pasa por los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2).



De la misma manera que en el ejemplo anterior, se puede ver que la pendiente de esta recta es

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Función lineal conociendo la pendiente y un punto de su gráfico

Una función lineal queda determinada a partir de la pendiente y un punto de su gráfico.

Ejemplo. Hallar la función lineal f tal que su gráfico es una recta de pendiente $m = -\frac{1}{2}$ que pasa por el punto $P = (4, 3)$.

Sabemos que, siendo f una función lineal, la expresión de $f(x)$ es de la forma

$$f(x) = mx + b,$$

donde m es la pendiente de la recta que es el gráfico de f. Esta pendiente es uno de los datos de los que disponemos: $m = -\frac{1}{2}$, con lo cual, podemos asegurar que

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + b$$

para algún número real b.

Por otro lado, sabemos que el punto $P = (4, 3)$ está en el gráfico de f. Esto significa que

$$f(4) = 3.$$

Reemplazando $x = 4$ en la expresión de $f(x)$, obtenemos que

$$f(4) = -\frac{1}{2}.4 + b = -2 + b.$$

Luego, debe ser

$$-2 + b = 3,$$

de donde deducimos que

$$b = 5.$$

Reemplazando el valor de b hallado en la expresión de $f(x)$, obtenemos que la función es

$$\boxed{f(x) = -\frac{1}{2}x + 5}$$

En general, si f es una función lineal cuyo gráfico es una recta de pendiente m que pasa por un punto dado (x_0, y_0), se puede ver que el valor de $f(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$ es

$$f(x) = m(x - x_0) + y_0.$$

Si aplicamos esta fórmula en el ejemplo anterior, donde $m = -\frac{1}{2}$ y un punto del gráfico es $(4, 3)$, obtenemos que

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x - 4) + 3$$

Veamos que el valor de $f(x)$ para cada $x \in \mathbb{R}$ coincide con el obtenido en el ejemplo, operando en la fórmula anterior:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x - 4) + 3 = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}.4 + 3 = -\frac{1}{2}x + 2 + 3 = -\frac{1}{2}x + 5$$