

Práctica 3

Composición de funciones - Más funciones usuales

Respuestas

Ejercicio 1.

$$a) (f \circ g)(x) = 3x^2 + 7 \quad (g \circ f)(x) = 9x^2 - 12x + 7$$

$$b) (f \circ g)(x) = \frac{28x - 35}{x^2 - 6x + 9} \quad (g \circ f)(x) = \frac{2x^2 - 7}{x^2 - 7}$$

$$c) (f \circ g)(x) = x \quad (g \circ f)(x) = x$$

$$d) (f \circ g)(x) = 2x\sqrt{x^2 + 2} - 1 \quad (g \circ f)(x) = (2x - 1)\sqrt{4x^2 - 4x + 3}$$

Ejercicio 2.

$$a) f(x) = x - 273$$

$$b) g(x) = 1,8x - 459,4; \text{ es lineal.}$$

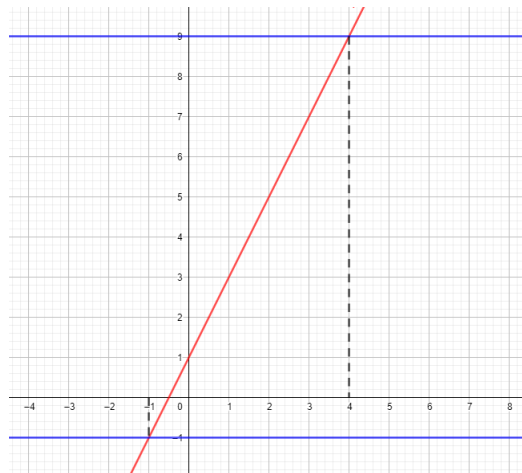
Ejercicio 3.

$$a) k = -\frac{3}{2}, (f \circ g)(1) = \frac{1}{2}.$$

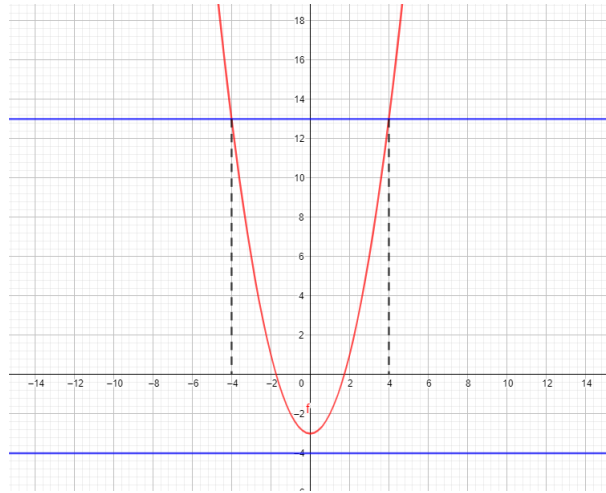
$$b) k = 4, (f \circ g)(1) = \frac{26}{3}.$$

Ejercicio 4.

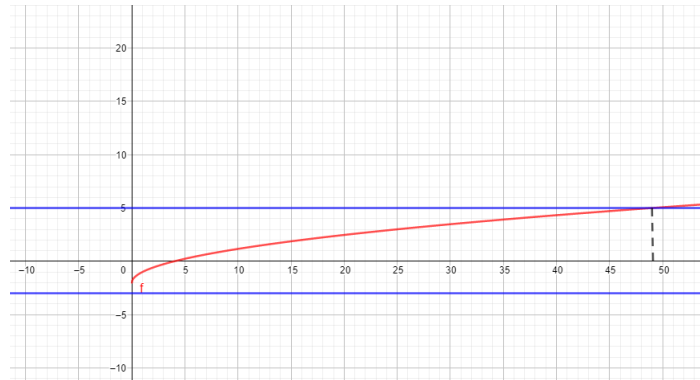
$$a) x = 4; x = -1$$



b) $x = 4$ y $x = -4$; no tiene solución.

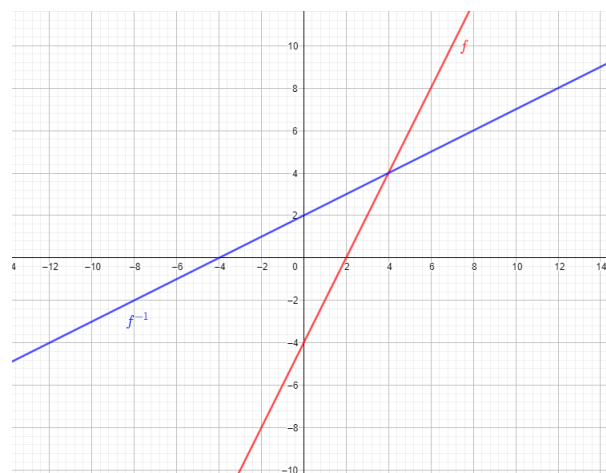


c) $x = 49$; no tiene solución.

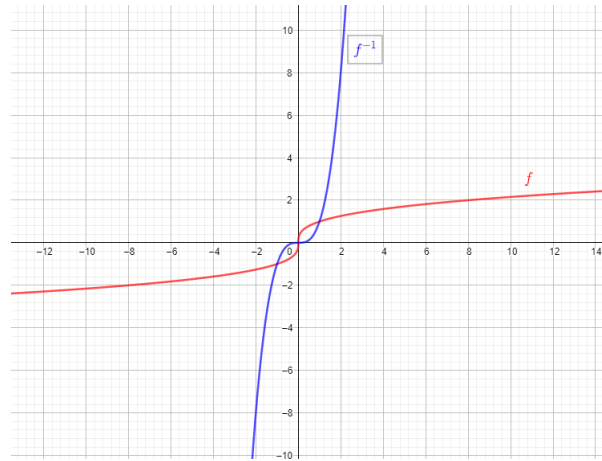


Ejercicio 5.

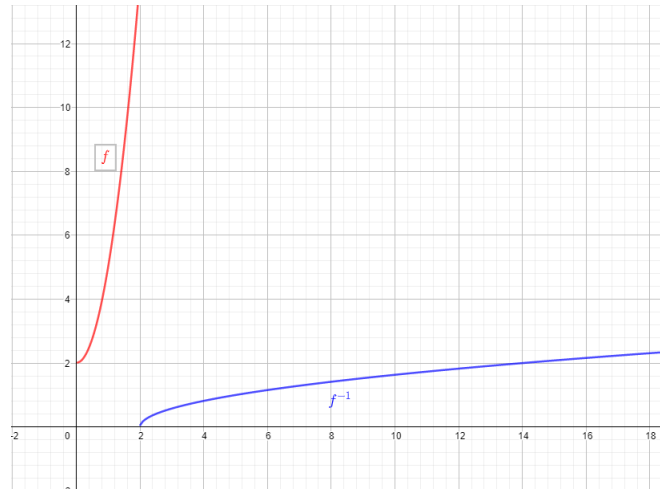
a) $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + 2$, $\text{Dom } f^{-1} = \mathbb{R}$



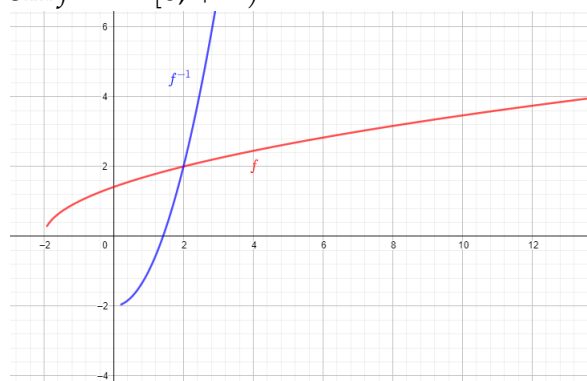
b) $f^{-1}(x) = x^3$, $\text{Dom } f^{-1} = \mathbb{R}$



c) $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}}$, $\text{Dom } f^{-1} = [2; +\infty)$



d) $f^{-1}(x) = x^2 - 2$, $\text{Dom } f^{-1} = [0; +\infty)$



Ejercicio 6. $f^{-1}(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$. 232,778° C aproximadamente.

Ejercicio 7.

a) $h(x) = \frac{2x + 2}{-8x + 3}$ $h^{-1}(x) = \frac{3x - 2}{8x + 2}$

$$b) h(x) = \frac{-x-9}{3x+5} \quad h^{-1}(x) = \frac{-5x-9}{3x+1}$$

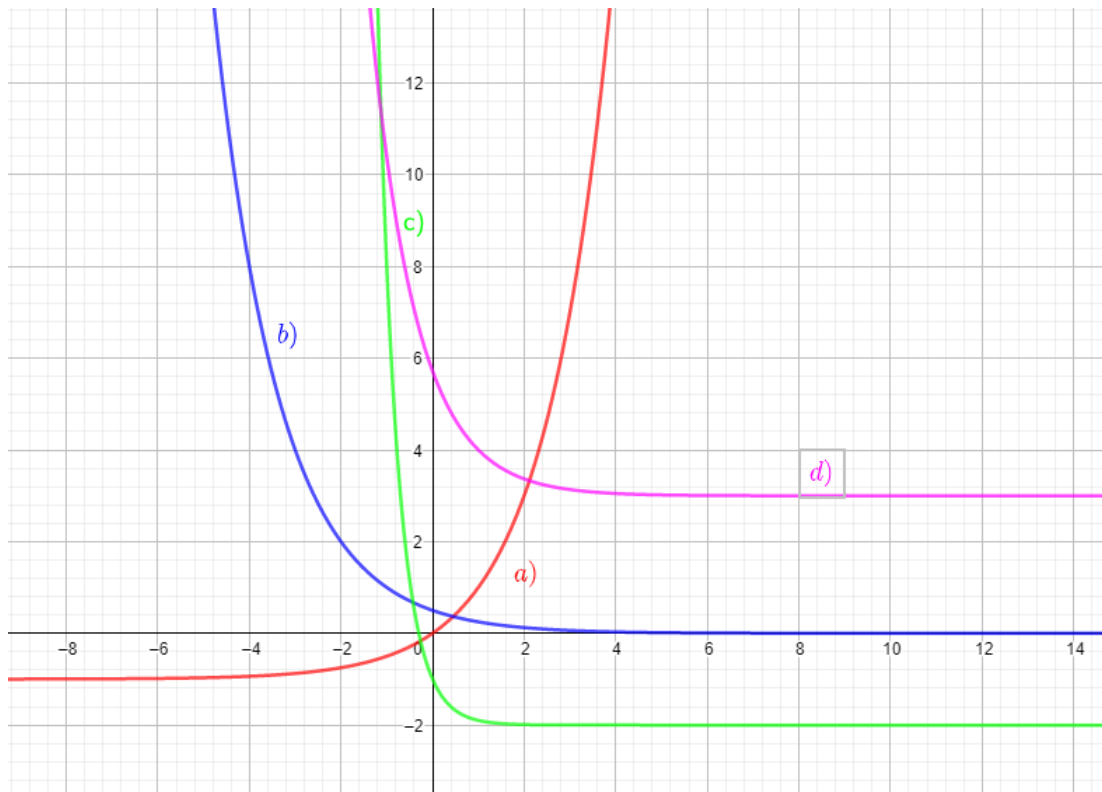
Ejercicio 8.

a) $\text{Im}(f) = (-1; +\infty)$

b) $\text{Im}(f) = (0; +\infty)$

c) $\text{Im}(f) = (-2; +\infty)$

d) $\text{Im}(f) = (3; +\infty)$



Ejercicio 9.

a) $x = 2$

b) $x = \frac{5}{2}$

c) $x = 2$

d) $x = 2$

Ejercicio 10.

a) $\text{Dom}(f) = (-\infty, 2), C^0(f) = \{1\}$

b) $\text{Dom}(f) = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty), C^0(f) = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$

Ejercicio 11.

a) $f^{-1}(x) = \frac{\ln(x) - 1}{2}$, $\text{Dom}(f) = \text{Im } f^{-1} = \mathbb{R}$, $\text{Im}(f) = \text{Dom } f^{-1} = (0; +\infty)$

b) $f^{-1}(x) = 3 - e^x$, $\text{Dom}(f) = \text{Im } f^{-1} = (-\infty; 3)$, $\text{Im}(f) = \text{Dom } f^{-1} = \mathbb{R}$

c) $f^{-1}(x) = \frac{e^{x-1} - 3}{2}$, $\text{Dom}(f) = \text{Im } f^{-1} = (-\frac{3}{2}; +\infty)$, $\text{Im}(f) = \text{Dom } f^{-1} = \mathbb{R}$

Ejercicio 12. $b = 9$, $f^{-1}(x) = \frac{\ln(x - 9) + 8}{4}$

Ejercicio 13.

- a) 300 millones, 365,698 millones aproximadamente.
- b) 662,412 millones aproximadamente.
- c) En el año 2035.

Ejercicio 14.

- a) 30,3° C aproximadamente.
- b) 3 minutos y 23 segundos aproximadamente.

Ejercicio 15.

- a) $f(x) = 5 \cdot 2^x$
- b) $f(x) = 3 \cdot (2,5)^x$

Ejercicio 16.

a)

Radianes	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
Grados	0°	30°	45°	60°	90°	180°

b)

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\text{sen}(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\text{cos}(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\text{tg}(x)$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	\notin

c)

x	$\frac{5}{6}\pi$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{7}{3}\pi$	$-\frac{3}{4}\pi$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{7}{6}\pi$	$-\frac{\pi}{4}$
$\text{sen}(x)$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\text{cos}(x)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\text{tg}(x)$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1

Ejercicio 17.

a) $\frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi$

b) $\frac{7}{6}\pi + 2k\pi, \frac{11}{6}\pi + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$

c) $-\frac{\pi}{6}, \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi$

d) $-\frac{3}{4}\pi, -\frac{\pi}{4}$

e) $\frac{5}{6}\pi$

f) $\pi + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$

g) $-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$

h) $0, \pi$

i) $\frac{1}{3}\pi + 2k\pi, \frac{4}{3}\pi + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$

j) $-\frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$

Ejercicio 18.

a) $-\frac{3}{4}\pi, \frac{\pi}{4}, \frac{5}{4}\pi, \frac{9}{4}\pi, \frac{13}{4}\pi, \frac{17}{4}\pi$

b) $-\frac{5}{8}\pi, -\frac{1}{8}\pi, \frac{3}{8}\pi, \frac{7}{8}\pi, \frac{11}{8}\pi, \frac{15}{8}\pi, \frac{19}{8}\pi, \frac{23}{8}\pi, \frac{27}{8}\pi, \frac{31}{8}\pi, \frac{35}{8}\pi, \frac{39}{8}\pi$

c) $-\frac{2}{3}\pi, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi, \frac{7}{3}\pi, \frac{8}{3}\pi$

d) $\frac{\pi}{12}, \frac{17}{12}\pi, \frac{25}{12}\pi$ e) $-\pi, 0, \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi, \pi$

f) $-\frac{5}{6}\pi, -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}$

Ejercicio 19.

a) $\text{Im}(f) = \left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]$.

Valor máximo: $y = \frac{1}{3}$, se alcanza en $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.

Valor mínimo: $y = -\frac{1}{3}$, se alcanza en $x = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.

b) $\text{Im}(f) = [-2; 2]$.

Valor máximo: $y = 2$, se alcanza en $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.

Valor mínimo: $y = -2$, se alcanza en $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.

c) $\text{Im}(f) = [-1; 5]$.

Valor máximo: $y = 5$, se alcanza en $x = 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.

Valor mínimo: $y = -1$, se alcanza en $x = \pi + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.

d) $\text{Im}(f) = [-3; 1]$.

Valor máximo: $y = 1$, se alcanza en $x = \frac{2}{3}k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.

Valor mínimo: $y = -1$, se alcanza en $x = \frac{\pi}{3} + \frac{2}{3}k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.

Ejercicio 20.

$k = -1, f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -4, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.$