# Física 03
# 1er Cuatrimestre 2026

Universidad de Buenos Aires
Ciclo Básico Común

# Presentación de la Materia - Bienvenida

*"La ciencia es un intento, en gran medida exitoso, de comprender el mundo..."* [1]

Les damos la bienvenida a quienes comienzan la cursada de Física en el Ciclo Básico Común. Este primer año de la carrera universitaria que ustedes han elegido es una etapa de transición en la que se presentarán muchos desafíos. Nuestra materia será parte de esos desafíos. A lo largo de la cursada trabajaremos para que el alumnado aprenda a organizar el tiempo, a detectar dificultades en la comprensión de los ejercicios y textos de estudio, a estudiar de manera autónoma, a formular preguntas y a argumentar con fundamentos. Sabemos que este proceso puede estar cargado de incertidumbre pero es necesario remarcar que lo más importante es sostener la constancia: asistir siempre a clase, utilizar todos los medios que la UBA pone a disposición de sus estudiantes, utilizar todas las instancias de consulta y las oportunidades de conversar con las y los docentes de nuestra cátedra, estudiar en grupo e intercambiar ideas. Esperamos que este curso sea una experiencia enriquecedora, que les permita crecer académica y personalmente, y que sea el inicio de una etapa universitaria plena y estimulante. Les deseamos un excelente comienzo.

## Material Disponible

- Página web: https://fisica.cbc.uba.ar/
  Aquí encontrarán la siguiente información: Reglas de aprobación de la Materia, Bibliografía, Guías de Trabajos Prácticos, Fechas de Finales, Fechas de exámentes libres, Reglamentos del CBC, Programa de la Materia Física 03, etc. Se sugiere que la consulten siempre y, sobre todo, antes de cada examen.

- Campus CBC: https://cbccampusvirtual.uba.ar/
  Aquí encontrarán toda la información respecto de la comisión de matriculación de cada estudiante. Cronograma de la materia, fechas y horarios de exámenes, material para autoevaluar los aprendizajes, etc.

## Claves para prepararse para el Primer Parcial

En esta sección listamos algunas tareas que es bueno realizar antes de presentarse al primer parcial. Algunas sugerencias se aplican también a otros parciales o finales que serán parte de la carrera de cada estudiante.

1. Identificar la fecha del parcial.

2. Hacer un listado de todos los temas que serán evaluados en el parcial.

[1] Carl Sagan, El mundo y sus demonios. La ciencia como una luz en la oscuridad (1995)

3. Identificar cuáles son los ejercicios de las guías que son claves (y los más completos) para poder abordar dichos temas. Si existen dudas es importante discutir esto con los docentes.

4. Conocer la calculadora que se utilizará en el examen. Es importante saber cómo utilizar las funciones seno, coseno y pasar de grados a radianes.

5. Armar la hoja de fórmulas (a mano).

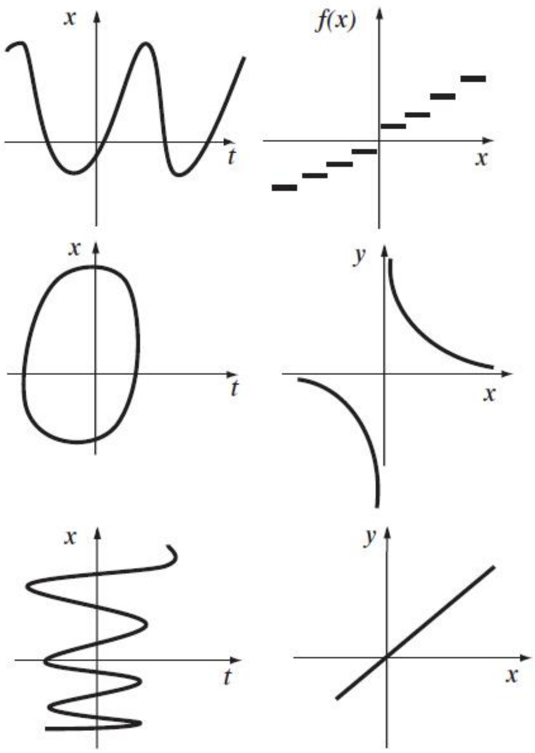
6. Revisar si las herramientas consignadas en la hoja de fórmula son útiles para poder realizar los ejercicios identificados

7. Releer las condiciones reglamentarias a cumplimentar para poder presentarse en el Primer Parcial.

# Unidad 0
# Repaso Funciones

## Funciones

**Ejercicio 1.** Indicar cuáles de los siguientes gráficos representa una función en el conjunto $\mathbb{R}$ de los números reales.




Ejercicio 1

# Funciones lineales

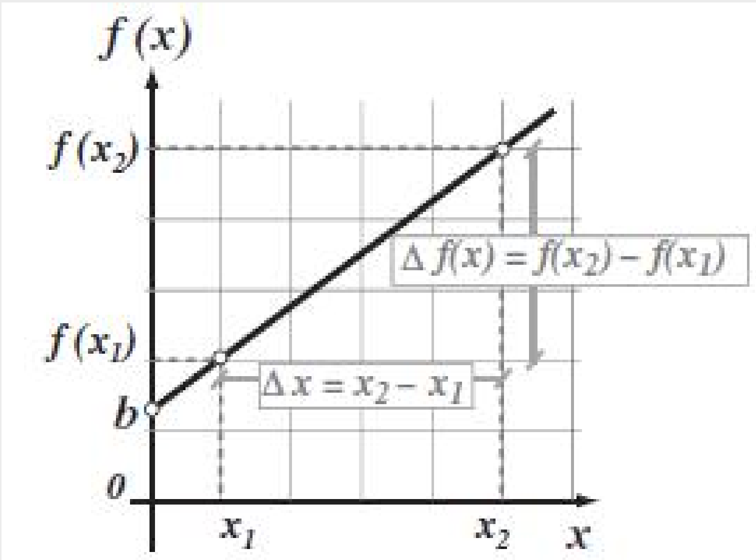
Una función lineal es una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$y = f(x) = ax + b$$

donde $a$ y $b$ son números reales.
La pendiente es:

$$a = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

y $b$ es la ordenada al origen.




Interpretación geométrica de pendiente y ordenada

**Ejercicio 2.** Indicar cuáles de las siguientes funciones son lineales:

1. $f(x) = 0$
2. $f(x) = 2x + 3$
3. $f(x) = -\frac{1}{3}x$
4. $f(x) = 5x^2 - x$
5. $f(x) = (x - 1)^2 + 3x$
6. $$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x \leq 0 \\ 3x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

**Ejercicio 3.** Determinar la pendiente y la ordenada al origen:

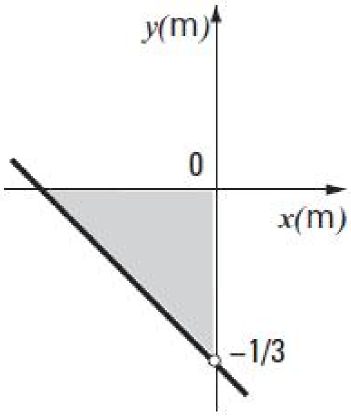
1. $f(x) = 3$
2. $f(x) = -3x$
3. $f(x) = 4 - \frac{1}{5}x$
4. $f(x) = \frac{5x+8}{3}$

**Ejercicio 4.** Graficar:

1. $y = 3$
2. $y = 3x$
3. $-\frac{1}{2}x + y - 4 = 0$
4. $3y - 5x - 8 = 0$

**Ejercicio 5.** A partir de los gráficos, obtener la pendiente y ordenada al origen (ver la figura en la página siguiente).

**Ejercicio 6.** Dada la recta: $y = ax - \frac{1}{3}$, sabiendo que las unidades están en metros, determinar el valor de $a$ para que el área de la figura sea $0{,}5\,m^2$.



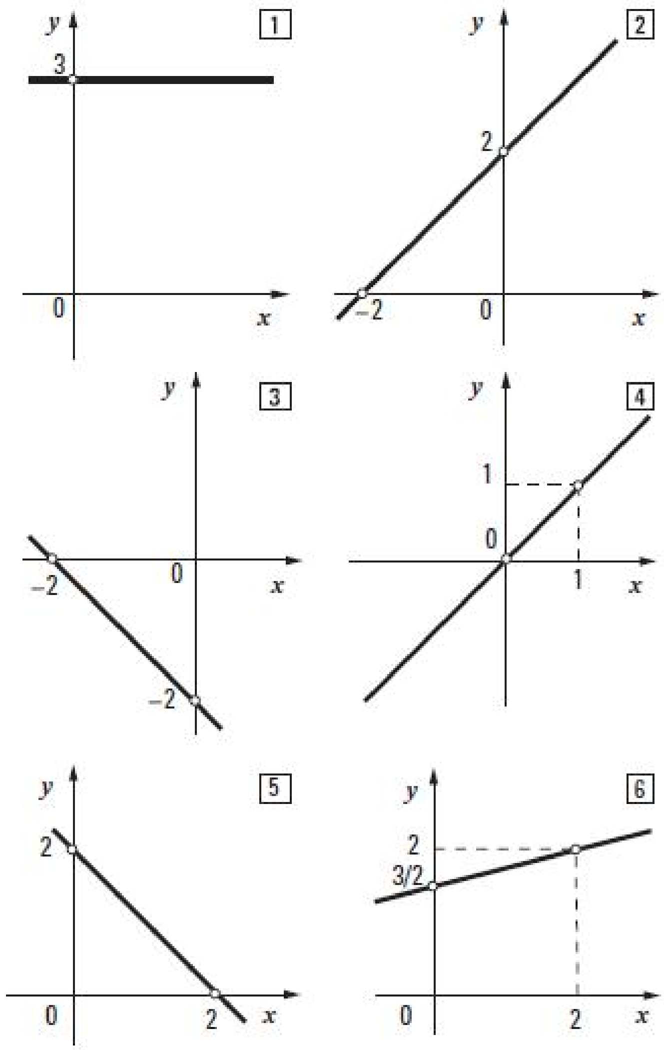

Ejercicio 6

**Ejercicio 7.** Dadas las rectas:

$$-2x + 3y - 3 = 0$$
$$3cx + y + d = 0$$

determinar $c$ y $d$ para que sean:

1. Coincidentes
2. Paralelas y distintas
3. Perpendiculares




Ejercicio 5

# Sistemas de ecuaciones

**Ejercicio 8.** Resolver los siguientes sistemas:

1. $$\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x + 6y = 4 \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} 8y = x + 5 \\ 17 = 2y + \frac{1}{5}x \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} 5x + y - 4 = 0 \\ 10x + 2y = 4 \end{cases}$$

4. $$\begin{cases} 2x = 3y - 1 \\ 4x = 6y + 2 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 25 \end{cases}$$

**Ejercicio 9.** Un comerciante compra 60 televisores y 60 DVD's pagando en total al proveedor \$34,000. Si vende los televisores con un recargo del 8 % sobre el costo y los DVD's con un recargo del 10 % sobre el costo, obtiene \$37,080. ¿Cuánto pagó el comerciante al proveedor por cada televisor y cada DVD?

**Ejercicio 10.** La suma de la base y de la altura de un rectángulo es igual a 25 cm. Si la base midiera 15 cm más sería 20 cm mayor que el triple de la altura. Calcular el área del rectángulo.

# Funciones cuadráticas

Una función cuadrática se expresa a través de la siguiente expresión matemática:

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

Cuyo gráfico es una curva denominada **parábola** (ver figuras ilustrativas).

## Vértice

El vértice es:

$$x_V = -\frac{b}{2a}$$

$$y_V = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

## Ceros o raíces

Las soluciones de:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

son:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

donde: $\Delta = b^2 - 4ac$ es definido como el discriminante.

- Si $\Delta > 0$: dos raíces reales.
- Si $\Delta = 0$: raíz doble.
- Si $\Delta < 0$: no tiene raíces reales.

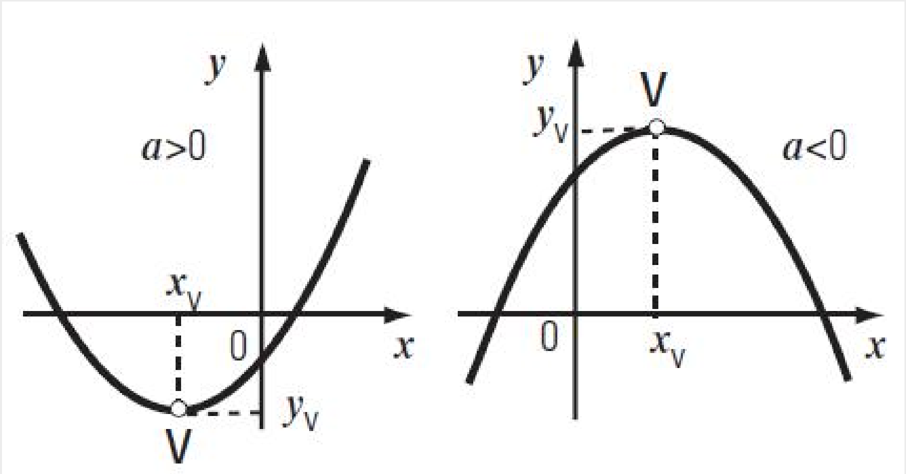
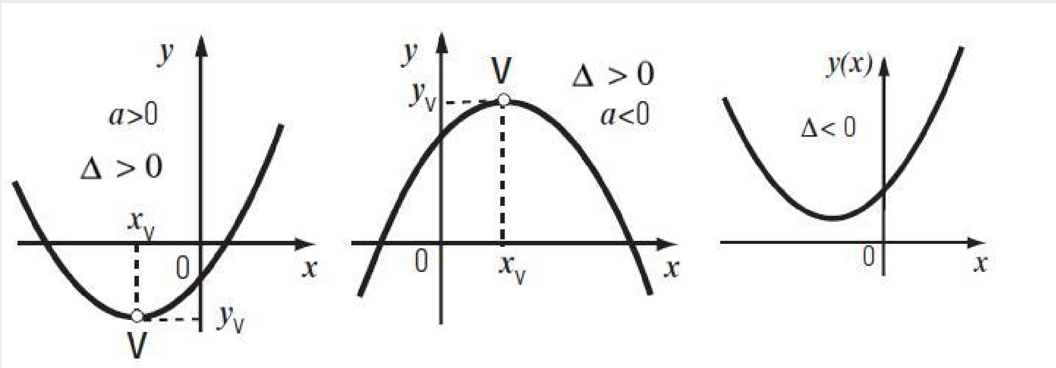



Ilustración de la Concavidad según el signo de $a$ y vértices de la cada parábola




Casos del Discriminante

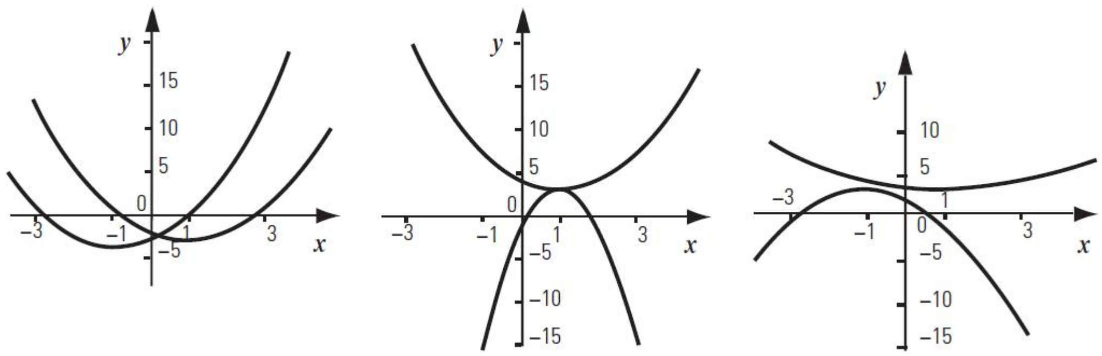
**Ejercicio 11.** A partir del gráfico $y = x^2$, representar gráficamente las siguientes funciones cuadráticas indicando, en cada caso, si se produjo un desplazamiento vertical, horizontal o cambio de concavidad:

1. $y = -2x^2$
2. $y = (x-5)^2$
3. $x^2 + 4 - y = 0$

**Ejercicio 12.** Relacionar cada una de las parábolas del gráfico con la expresión correspondiente:

1. $y = (x-1)^2 - 3$
2. $y = \frac{1}{4}(x-1)^2 + 3$
3. $y = -(x+1)^2 + 3$

4. $y = (x-1)^2 + 3$
5. $y = -4(x-1)^2 + 3$
6. $y = (x+1)^2 - 3$

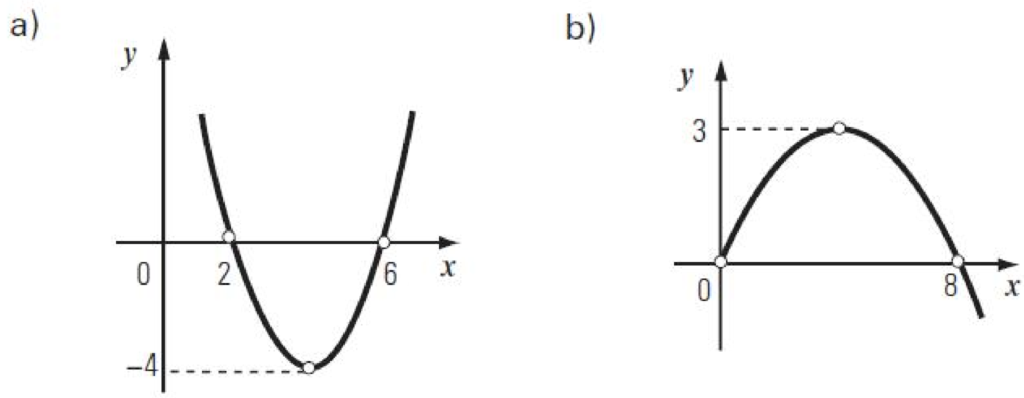



Ejercicio 12

**Ejercicio 13.** Resolver:

1. $x^2 - 9 = 0$
2. $5x^2 - 2x = 0$
3. $(x+3)^2 - 4 = 0$
4. $(x-2)^2 + 1 = 0$
5. $3x^2 = 4 - x$
6. $6x^2 + 21x = 12$

**Ejercicio 14.** Hallar, en cada caso, la expresión de la función cuadrática utilizando los datos indicados en los gráficos:




Ejercicio 14

# Guía 1 - Magnitudes Físicas y Vectores

## Magnitudes Físicas

**Ejercicio 1.** ¿Qué objetos, instrumentos o aparatos de medición conoce para medir longitudes, corrientes eléctricas, masa y peso? Enumerarlos y caracterizarlos.

**Ejercicio 2.** ¿Cuáles de las siguientes magnitudes son fundamentales en el sistema MKS?

| | |
|---|---|
| Área | Aceleración |
| Volumen | Fuerza |
| Masa | Velocidad |

**Ejercicio 3.** Completar usando notación científica:

a) 800 gramos = ____ kilogramos.

b) 1000 cm = ____ pulgadas.

c) 83 horas = ____ minutos = ____ segundos.

d) 1 pie = ____ milímetros.

e) 16 km = ____ centímetros.

**Ejercicio 4.** El espesor de una moneda es 2 mm. ¿Cuál es el espesor total de 6 monedas? Expresar la respuesta en nm, km y m.

**Ejercicio 5.** Calcular el tiempo que tarda un haz de luz (cuya velocidad se denota habitualmente como $c$) en ir y volver de la Tierra a la Luna, sabiendo que:

$$d = 384\,400 \text{ km}, \qquad c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

**Ejercicio 6.** Expresar $320\,\text{kg/m}^3$ en $\text{g/cm}^3$.

**Ejercicio 7.** Demostrar que las siguientes expresiones son dimensionalmente correctas:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$v - v_0 = a(t - t_0)$$

**Ejercicio 8.** Analizando dimensiones, indicar cuáles ecuaciones son incorrectas:

$$t = \frac{v_0^2 \sin\alpha}{3a}$$

$$x - x_0 = \frac{v_0^2}{2a}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = Fd^2$$

$$\frac{F}{A} = \frac{mah}{V}$$

$$mv = F(t - t_0)^2$$

**Ejercicio 9.** Calcular el número total de latidos en 80 años (60 lat/min).

**Ejercicio 10.** Si el cabello crece 0,35 mm diarios, ¿cuántos km crece en un segundo?

**Ejercicio 11.** Una persona realiza 12 respiraciones por minuto, movilizando 500 ml por respiración. ¿Cuántos $m^3$ moviliza en un día?

**Ejercicio 12.** Área de superficie corporal (ASC):

$$ASC = \frac{\text{Peso} \cdot \text{Altura}}{3600}$$

Calcular su propia ASC en $\text{m}^2$ y expresarla en $\text{cm}^2$.

## Tablas de Referencia

| Prefijo | Símbolo | Número | Notación exponencial |
|---|---|---|---|
| exa | E | 1.000.000.000.000.000.000 | $10^{18}$ |
| peta | P | 1.000.000.000.000.000 | $10^{15}$ |
| tera | T | 1.000.000.000.000 | $10^{12}$ |
| giga | G | 1.000.000.000 | $10^{9}$ |
| mega | M | 1.000.000 | $10^{6}$ |
| kilo | k | 1.000 | $10^{3}$ |
| hecto | h | 100 | $10^{2}$ |
| deca | da | 10 | $10^{1}$ |
| — | — | 1 | $10^{0}$ |
| deci | d | 0,1 | $10^{-1}$ |
| centi | c | 0,01 | $10^{-2}$ |
| mili | m | 0,001 | $10^{-3}$ |
| micro | $\mu$ | 0,000001 | $10^{-6}$ |
| nano | n | 0,000000001 | $10^{-9}$ |
| pico | p | 0,000000000001 | $10^{-12}$ |
| femto | f | 0,000000000000001 | $10^{-15}$ |
| atto | a | 0,000000000000000001 | $10^{-18}$ |

Prefijos del Sistema Internacional

| Magnitud | Unidad | Símbolo |
|---|---|---|
| Superficie | metro cuadrado | $m^2$ |
| Volumen | metro cúbico | $m^3$ |
| Velocidad | metro por segundo | $m/s$ |
| Aceleración | metro por segundo cuadrado | $m/s^2$ |
| Número de ondas | metro a la menos uno | $m^{-1}$ |
| Densidad | kilogramo por metro cúbico | $kg/m^3$ |
| Velocidad angular | radián por segundo | $rad/s$ |
| Aceleración angular | radián por segundo cuadrado | $rad/s^2$ |

Unidades derivadas

| Magnitud | Nombre | Símbolo | En unidades básicas |
|---|---|---|---|
| Frecuencia | hertz | Hz | $s^{-1}$ |
| Fuerza | newton | N | $kg \cdot m \cdot s^{-2}$ |
| Presión | pascal | Pa | $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$ |
| Energía/Trabajo | joule | J | $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$ |
| Potencia | watt | W | $kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$ |

Unidades SI derivadas con nombre especial

# Vectores

En esta sección los vectores se denotan en negrita $\mathbf{A}$ y su módulo como $|\mathbf{A}|$.

**Ejercicio 13.** Determinar módulo y dirección de los siguientes vectores y luego representarlos gráficamente.

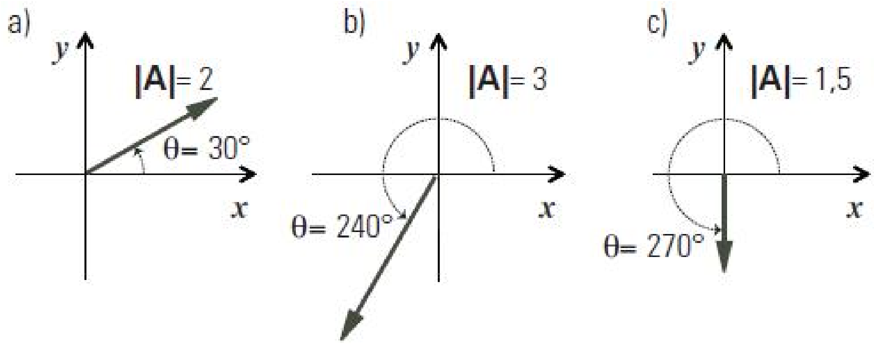
a) $\mathbf{A} = (-4, 3)$

b) $\mathbf{B} = (2, 0)$

c) $\mathbf{C} = (-2, -3)$

d) $\mathbf{D} = (0, -5)$

**Ejercicio 14.** Hallar las componentes cartesianas de los siguientes vectores:




**Ejercicio 15.** Hallar analíticamente las componentes polares, módulo y ángulo con el eje horizontal $x$, $\rho$ y $\theta$, del vector: $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$.

a) $\mathbf{A} = (1, -1,732)$, $\mathbf{B} = (-2, 5)$

b) $\mathbf{A} = (-2, -4)$, $\mathbf{B} = (2, 4)$

c) $\mathbf{A} = (0, -2)$, $\mathbf{B} = (-2, 0)$

d) $\mathbf{A} = (2, 2)$, $\mathbf{B} = (-2, 2)$

**Ejercicio 16.** Dados $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$, hallar gráficamente su suma o resultante $(\mathbf{A} + \mathbf{B})$ y su diferencia $(\mathbf{A} - \mathbf{B})$.

1. $\mathbf{A} = (-3, 2)$, $\mathbf{B} = (-2, 5)$
2. $\mathbf{A}$ tal que $|\mathbf{A}| = 2$, $\theta = 240°$
   $\mathbf{B}$ tal que $|\mathbf{B}| = 3$, $\theta = 135°$
3. $\mathbf{A} = (-2, 0)$, $\mathbf{B} = (0, 4)$

**Ejercicio 17.** Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar en cada caso.

1. El módulo del vector $\mathbf{A}+\mathbf{B}$ es siempre igual a la suma de los módulos de $\mathbf{A}$ y de $\mathbf{B}$.
2. El módulo del vector $\mathbf{A}+\mathbf{B}$ puede ser menor que la suma de los módulos de $\mathbf{A}$ y de $\mathbf{B}$.
3. El módulo del vector $\mathbf{A}+\mathbf{B}$ es siempre mayor que el módulo del vector $\mathbf{A}-\mathbf{B}$.
4. El módulo del vector $\mathbf{A}+\mathbf{B}$ puede ser menor que el módulo del vector $\mathbf{A}-\mathbf{B}$.
5. El módulo del vector $\mathbf{A}-\mathbf{B}$ es siempre igual a la resta de los módulos de $\mathbf{A}$ y de $\mathbf{B}$.

**Ejercicio 18.** Indicar cuáles son las propiedades tienen los vectores $A$ y $B$ tales que:

a) $A+B=C$ y $|A|+|B|=|C|$

b) $A+B=A-B$

c) $A+B=C$ y $|A|^2+|B|^2=|C|^2$

**Ejercicio 19.** Hallar el vector que tiene origen en el punto $A$ y extremo en el punto $B$:

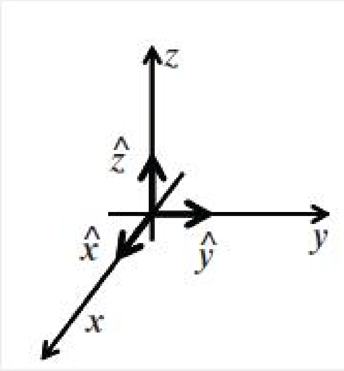
a) $A=(2,-1)$ y $B=(-5,-2)$

b) $A=(2,-5,8)$ y $B=(-4,-3,2)$

## Ayuda: ¿Qué es un versor?

Un *vector unitario* o *versor* es un vector de módulo uno.

Los versores cartesianos permiten expresar analíticamente los vectores por medio sus componentes cartesianas.




**Ejercicio 20.** Escribir los vectores del ejercicio 13 utilizando versores.

**Ejercicio 21.** Sabiendo que los vectores $A$ y $B$ son los dados en el ejercicio 4, calcular para cada caso el vector $D$ que cumple:

$$(I) \quad A + D = B$$

$$(II) \quad A + B + D = F = (10, 10)$$

**Ejercicio 22.** Dados los vectores:

$$A = 3\hat{x} + 2\hat{y} + 3\hat{z}$$

$$B = 4\hat{x} - 3\hat{y} + 2\hat{z}$$

$$C = -2\hat{y} - 5\hat{z}$$

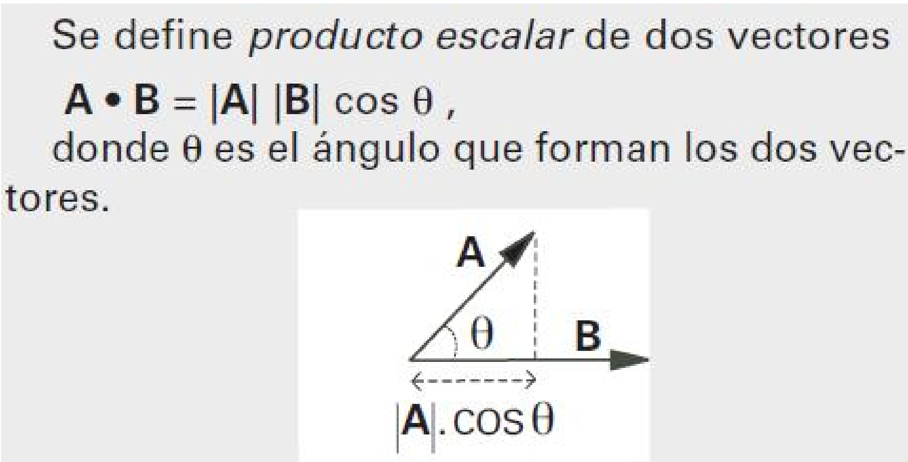
efectuar las siguientes operaciones:

a) $\dfrac{A - B}{|C|} + C$

b) $5A - 2C$

c) $-2A + B - \dfrac{C}{5}$

## Producto Escalar: Definición y Ejercicios




**Ejercicio 23.** Sean $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$ los versores asociados con las direcciones de los ejes cartesianos de la terna derecha:

$$\hat{x} = (1, 0, 0)$$

$$\hat{y} = (0, 1, 0)$$

$$\hat{z} = (0, 0, 1)$$

Calcular:

a) $\hat{x} \cdot \hat{x}, \quad \hat{x} \cdot \hat{y}, \quad \hat{x} \cdot \hat{z}$

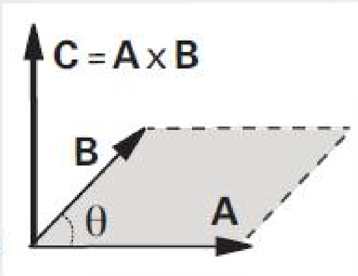
b) $\hat{y} \cdot \hat{x}, \quad \hat{y} \cdot \hat{y}, \quad \hat{y} \cdot \hat{z}$

c) $\hat{z} \cdot \hat{x}, \quad \hat{z} \cdot \hat{y}, \quad \hat{z} \cdot \hat{z}$

# Producto Vectorial: Definición y Ejercicios

Se define el *producto vectorial* como

**A** x **B** = **C**
tal que:




• |**C**| = |**A**| . |**B**| sen θ, donde θ es el ángulo que forman los dos vectores.

• **C** es un vector cuya dirección es perpendicular al plano determinado por **A** y **B**.

**Ejercicio 24.** Sean los vectores:

$$A = (3, 2, 1), \qquad B = (1, 0, -1), \qquad C = (0, -2, 4)$$

Calcular y graficar cuando corresponda:

a) $B \times C$

b) $-4(B \times B) - A$

c) $(A + B) \times C$

d) $(A \times B) \cdot C$

# Unidad 2 - Cinemática

## Cinemática en una Dimensión

### Movimiento Rectilíneo Uniforme

**Ejercicio 1.** En cada uno de los gráficos se representa el movimiento de dos móviles (en colores negro y gris). Para los cinco primeros:

a) Escribir las ecuaciones horarias.

b) Dar en cada caso las condiciones iniciales.

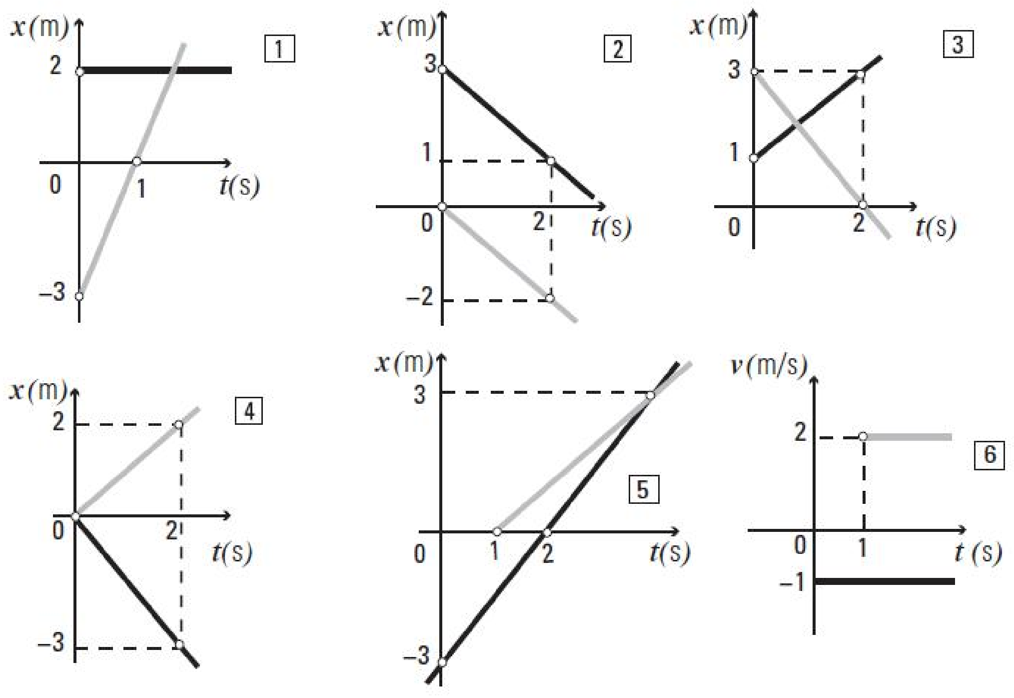
c) Si corresponde, determinar cuándo se produce el encuentro.

En el sexto gráfico:

a) Decir si se pueden escribir las ecuaciones de posición en función del tiempo para ambos móviles.

b) ¿Se necesita algún dato adicional?

c) ¿Se puede saber dónde se encuentran?




Ejercicio 1 - Movimiento de dos móviles en MRU

**Ejercicio 2.** Un cuerpo que en el instante $t = 0$ se encuentra en un punto $A$, viaja en línea recta con velocidad constante de módulo desconocido $v$.
Cuando transcurre un tiempo $T$ el móvil pasa por un punto $B$ que está a una distancia $d$ de $A$.

a) Hallar $v = v(d, T)$.

b) Dar dos expresiones para la posición del cuerpo en función del tiempo:

- considerando un sistema de coordenadas con origen en $A$,
- considerando un sistema de coordenadas con origen en $B$,

y graficarlas.

**Ejercicio 3.** Un automóvil viaja en línea recta con velocidad constante desde $A$ hasta $C$, pasando por $B$. Se sabe que por $A$ pasa a las 12 h, por $B$ a las 13 h y por $C$ a las 15 h. La distancia $AB$ es de $50\,\mathrm{km}$ y la distancia $BC$ es desconocida.

a) Elegir un origen de tiempo y un sistema de referencia.

b) Elegir un instante $t_0$. ¿Cuánto vale $x_0$? Escribir la ecuación de movimiento.

c) Elegir otro instante $t_0$. ¿Cuánto vale $x_0$? Escribir la ecuación de movimiento.

d) Demostrar algebraicamente que las ecuaciones halladas en b) y c) son equivalentes.

**Ejercicio 4.** Un móvil 1 viaja en línea recta desde $A$ hacia $B$ (distancia $AB = 300\,\mathrm{km}$) con velocidad constante $\vec{v}_1$, tardando 225 minutos en realizar el trayecto. Otro móvil viaja de $B$ hacia $A$ con velocidad constante $\vec{v}_2$, tardando 360 minutos. El móvil 2 parte 1 hora antes que el móvil 1.

a) Elegir un origen de tiempo y un sistema de referencia.

b) Escribir los vectores velocidad $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$.

c) Representar en un mismo gráfico posición vs. tiempo para ambos móviles. Interpretar el significado del punto de intersección.

d) ¿Qué distancia recorrió cada móvil hasta el encuentro?

**Ejercicio 5.** Repetir el ejercicio anterior para el caso en que ambos móviles parten desde $A$ hacia $B$.

**Ejercicio 6.** Un ciclista que viaja en una trayectoria rectilínea recorre la mitad de su camino a $30\,\mathrm{km/h}$ y la otra mitad a $20\,\mathrm{km/h}$.
Despreciando el tiempo empleado en variar la velocidad:

a) Estimar entre qué valores estará la velocidad media del viaje.

b) Trazar los gráficos cualitativos de posición y velocidad en función del tiempo.

c) Calcular el valor de la velocidad media.

**Advertencia:** $v_m \neq \dfrac{v_1 + v_2}{2}$.

**Ejercicio 7.** Una cuadrilla de empleados del ferrocarril viaja en una zorra por una vía rectilínea. En un instante dado, por la misma vía y a 180 m por detrás, ven venir un tren con velocidad constante de 36 km/h.

a) ¿A qué velocidad mínima y constante debe moverse la zorra para llegar a un desvío situado 120 m más adelante y evitar el choque?

b) Graficar velocidad y posición en función del tiempo para ambos móviles.

c) Resolver nuevamente considerando que se requieren 10 s para accionar el cambio de vía.

## Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

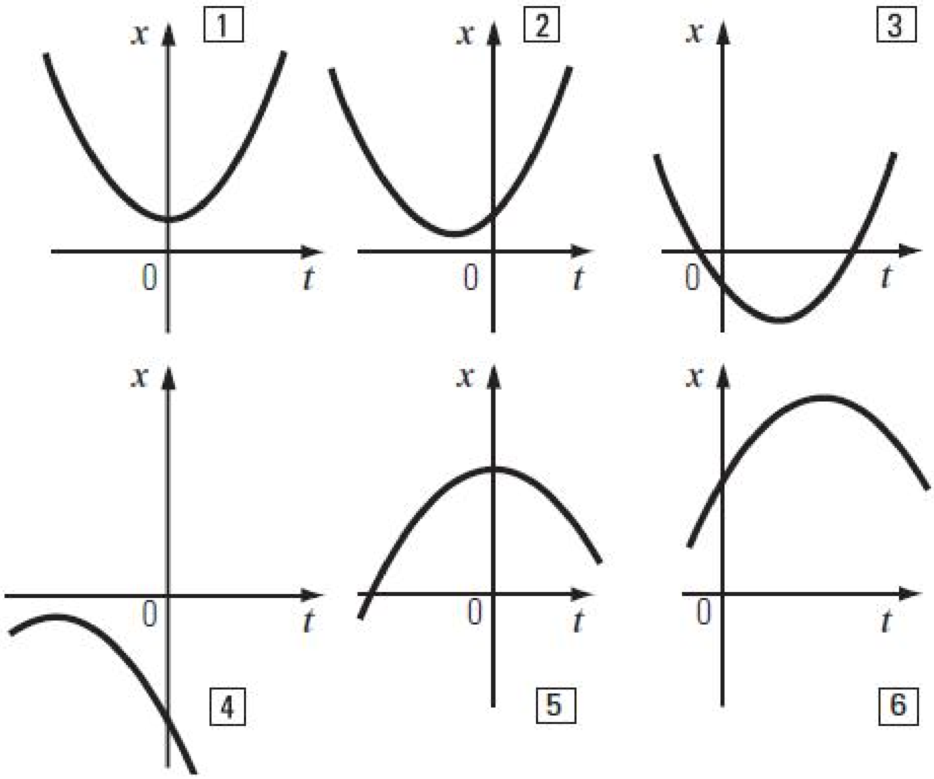
**Ejercicio 8.**

a) Para el caso de los gráficos de la siguiente figura escribir la ecuación de posición $x(t)$, la ecuación de velocidad $v(t)$ y la aceleración en $t = 0\,\mathrm{s}$, sin usar valores numéricos. Para cada caso graficar (aproximadamente) $v(t)$ y $a(t)$.

b) Reescribir las ecuaciones del ítem anterior suponiendo que:

- Para los gráficos superiores: $|x(0)| = 1\,\mathrm{m}$, $|v(0)| = 2\,\mathrm{m/s}$.
- Para los gráficos inferiores: $|x(0)| = 3\,\mathrm{m}$, $|v(0)| = 4\,\mathrm{m/s}$.

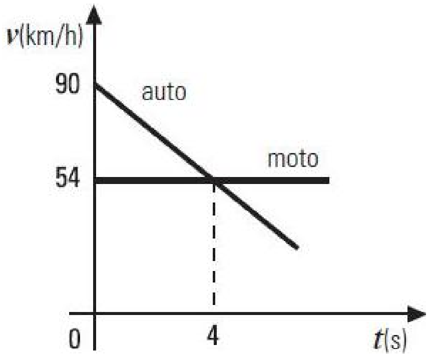
En todos los casos, si corresponde, usar $|a| = 6\,\mathrm{m/s^2}$.




Ejercicio 8 - Posición en función del tiempo

**Ejercicio 9.** Un automovilista sobrepasa a un motociclista y en ese instante frena instantáneamente (se desprecia el tiempo de reacción). Ver información en el gráfico $v(t)$.

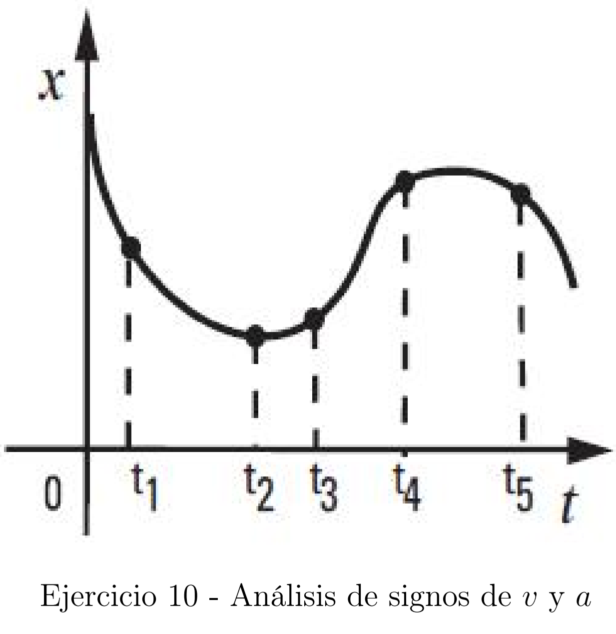
a) Cuatro segundos después del sobrepaso, ¿quién va adelante?
b) ¿Cuándo y dónde vuelven a encontrarse?
c) ¿Cuál es la velocidad del auto en ese instante?
d) Graficar $x$ vs. $t$ para ambos móviles.
e) ¿Podría hallarse la solución a partir del gráfico $v$ vs. $t$?




Ejercicio 9 - Velocidad en función del tiempo

**Ejercicio 10.** La figura muestra un gráfico de posición $x$ en función del tiempo $t$ para un móvil con movimiento rectilíneo.

a) Indicar los signos de la velocidad y la aceleración en los instantes: $t_1$, $t_2$, $t_3$, $t_4$ y $t_5$.
b) Indicar además si el móvil aumenta o disminuye el módulo de su velocidad en un instante posterior a los tiempos indicados.




Ejercicio 10 - Análisis de signos de $v$ y $a$

**Ejercicio 11.** Un automóvil viaja a 20 m/s cuando observa un obstáculo a 50 m.

a) ¿Cómo deben ser los sentidos de los vectores velocidad y aceleración para que el automóvil frene?

b) Calcular la desaceleración mínima para no chocar.

c) Resolver nuevamente considerando un tiempo de reacción de 0,3 s.

d) Representar gráficamente las situaciones anteriores en un gráfico $x$ vs. $t$.

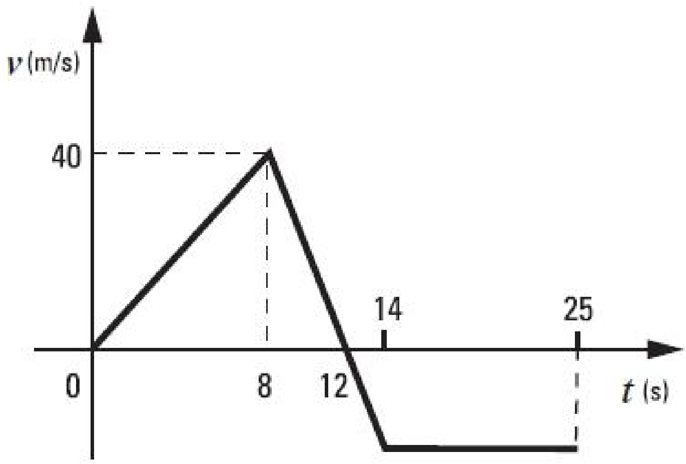
**Ejercicio 12.** Un tren subterráneo de 40 m de longitud se mueve a 15 m/s y debe frenar 50 m antes de entrar en una estación cuyo andén mide 100 m.
Determinar entre qué valores debe hallarse el módulo de la aceleración de frenado para que el tren se detenga dentro del andén.

**Ejercicio 13.** El gráfico corresponde a un movimiento rectilíneo por etapas. Suponiendo $x(0) = 0$:

a) Trazar los gráficos $a(t)$ y $x(t)$.

b) Calcular la velocidad media entre 0 y 25 s.

c) Escribir las ecuaciones horarias entre 0 y 25 s.




Ejercicio 13 - Movimiento rectilíneo por etapas

**Ejercicio 14.** Un automóvil viaja a 90 km/h cuando pasa por un puesto caminero. En ese instante parte un patrullero desde el reposo y acelera uniformemente. El patrullero alcanza 90 km/h en 10 s.

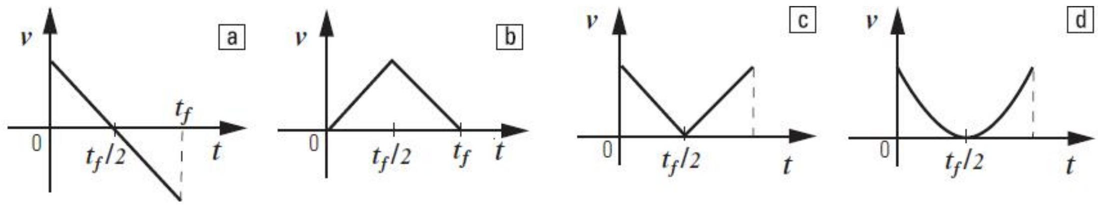
a) Calcular el tiempo que dura la persecución.

b) Hallar la posición donde el patrullero alcanza al automóvil.

c) Calcular la velocidad del patrullero en ese punto.

d) Graficar $v(t)$ para ambos móviles.

**Ejercicio 15.** Indicar cuál de los siguientes gráficos puede representar la velocidad en función del tiempo de un cuerpo arrojado verticalmente hacia arriba y que regresa al punto de partida. Se desprecia el rozamiento con el aire.




Ejercicio 15 - Velocidad en función del tiempo

**Ejercicio 16.** Desde una terraza a 40 m del suelo se lanza una piedra verticalmente hacia arriba con velocidad inicial 15 m/s. Si se desprecia el rozamiento con el aire.

a) Calcular: $\vec{r}$, $\vec{v}$ y $\vec{a}$ en $t = 3\,\mathrm{s}$.

b) Calcular cuándo llega al suelo

c) Calcular cuándo y dónde se encuentra con otra piedra lanzada desde el suelo con 55 m/s y que parte desde el suelo en el mismo instante que la anterior.

d) Representar gráficamente $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.

**Ejercicio 17.** Un cuerpo se deja caer desde un globo aerostático ubicado a 1000 m de altura, que desciende con velocidad constante de 12 m/s. Suponiendo que se desprecia el rozamiento con el aire:

a) Elegir un sistema de referencia y escribir las ecuaciones horarias.

b) Calcular la velocidad y la distancia recorrida a los 10 s.

c) Calcular la velocidad del cuerpo a los 10 s y la distancia recorrida hasta ese instante.

d) Graficar $x(t)$ y $v(t)$ para el globo y el cuerpo.

e) Resolver nuevamente considerando que el globo asciende.

**Ejercicio 18.** Una piedra cae en caída libre y recorre 67 m en el último segundo antes de tocar el suelo.

a) Calcular la altura desde la cual cayó.

b) Calcular el tiempo total de caída.

c) Calcular la velocidad con la que llega al suelo.

d) Graficar $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.

**Ejercicio 19.** ¿Con qué velocidad debe pasar un objeto por un punto $P$ para alcanzar un punto situado a una altura $h$, a los 3 y a los 7 s después de haber pasado por $P$?

**Ejercicio 20.** Un globo asciende verticalmente con velocidad constante de $10\,\mathrm{m/s}$. Cuando se encuentra a $16\,\mathrm{m}$ del piso, un muchacho le dispara una piedra verticalmente con velocidad inicial de $30\,\mathrm{m/s}$ desde $1\,\mathrm{m}$ de altura.

a) ¿A qué altura y en qué instante la piedra alcanza al globo?

b) ¿Cuál es la velocidad de la piedra en ese instante?

c) ¿Vuelven a encontrarse? Si la respuesta es si decir dónde y cuándo lo hacen.

d) Trazar los gráficos correspondientes.

**Ejercicio 21.** Juan arroja una piedra verticalmente hacia arriba con velocidad inicial de $10\,\mathrm{m/s}$ mientras que Pedro, situado $40\,\mathrm{m}$ más arriba, arroja otra hacia abajo con la misma velocidad.

a) ¿A qué altura y en qué instante se cruzan?

b) Graficar e interpretar.

**Ejercicio 22.** Una cañita voladora parte del reposo desde el piso con aceleración constante durante $5\,\mathrm{s}$, alcanzando $100\,\mathrm{m}$ de altura. A partir de ese instante, solo actúa la gravedad sobre el movimiento hasta que vuelve al suelo. Calcular:

a) La velocidad máxima durante el ascenso.

b) La altura máxima alcanzada.

c) Graficar $a(t)$, $v(t)$ y $x(t)$.

**Ejercicio 23.** Las ecuaciones de movimiento para dos partículas $A$ y $B$ que se mueven en la misma dirección son:

$$x_A(t) = 3{,}2\,t^2 - 6\,t - 20$$
$$x_B(t) = 29 + 8{,}5\,t - 4{,}1\,t^2$$

Las constantes están expresadas en unidades tales que $x$ se mide en metros y $t$ en segundos.

a) Calcular el instante $t \geq 0$ y la posición en que las partículas se encuentran.

b) Calcular las velocidades de $A$ y $B$ en el instante de encuentro.

c) Graficar aceleración, velocidad y posición en función del tiempo.

## Movimientos con Aceleración Dependiente del Tiempo[1]

En los siguientes ejercicios, las constantes están expresadas en unidades tales que $x$ se mide en metros, $v$ en metros por segundo y $t$ en segundos.
Para cada caso, determinar los intervalos en los que el movimiento es acelerado y desacelerado, y si corresponde, el instante en el cual la rapidez es máxima.

[1] No se evaluarán en el 1er Cuatrimestre de 2026

**Ejercicio 24.** El movimiento rectilíneo de una partícula está definido por la ecuación:

$$x(t) = 2t^3 - 6t^2 + 28t - 10$$

Calcular la posición, la velocidad y la aceleración en $t = 10\,\mathrm{s}$.

**Ejercicio 25.** La velocidad de una partícula está dada por:

$$v(t) = 3t^2 - 20t - 20$$

Sabiendo que para $t = 0$ el móvil se encuentra en $x(0) = -16\,\mathrm{m}$:

a) Calcular la velocidad media y la aceleración media entre $t = 0$ y $t = 12\,\mathrm{s}$.

b) Trazar los gráficos $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.

**Ejercicio 26.** La posición de una partícula está dada por:

$$x(t) = t^3 - 6t^2 - 20t - 50$$

a) Calcular el instante en el cual la velocidad se anula.

b) Calcular la aceleración en dicho instante y la aceleración media entre $t = 0$ y el instante hallado.

c) Trazar los gráficos $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.

**Ejercicio 27.** Una partícula se mueve en trayectoria rectilínea. Para cada expresión de la aceleración $a(t)$, hallar las expresiones generales de la velocidad $v(t)$ y de la posición $x(t)$.

a) $a(t) = a_0$ (constante).

b) $a(t) = a_0 \cos(\omega t)$, donde $a_0$ y $\omega$ son constantes.

c) $a(t) = At^2$, donde $A$ es constante.

**Ejercicio 28.** Una partícula se mueve según la ecuación:

$$x(t) = x_0 \operatorname{sen}(\omega t)$$

donde $x_0$ y $\omega$ son constantes.
Determinar la velocidad y la aceleración en función del tiempo.

**Ejercicio 29.** La aceleración de una motocicleta que se mueve en línea recta está dada por:

$$a(t) = At - Bt^2$$

con $A = 1{,}2\,\mathrm{m/s^3}$ y $B = 0{,}120\,\mathrm{m/s^4}$. La motocicleta parte del origen, en reposo, en $t = 0$.

a) Obtener la posición y la velocidad en función del tiempo.

b) Graficar $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.

c) Calcular la velocidad máxima en el intervalo $0 \leq t \leq 15\,\mathrm{s}$.

# Cinemática en dos Dimensiones

## Vectores en el plano

**Ejercicio 30.** Un insecto pasa caminando por el punto $K$ con vector posición $\vec{r}_K = (2\,\hat{x} - 8\,\hat{y})\,\text{cm}$ y velocidad $\vec{v}_K = (8\,\hat{x} - 7\,\hat{y})\,\text{cm/s}$. Tres segundos más tarde pasa por el punto $L$ con $\vec{r}_L = (11\,\hat{x} - 4\,\hat{y})\,\text{cm}$ y $\vec{v}_L = (-13\,\hat{x} + 5\,\hat{y})\,\text{cm/s}$.

a) En un esquema, trazar los vectores posición y velocidad en ambos instantes.

b) Determinar los vectores desplazamiento, velocidad media y aceleración media.

c) Dibujar una posible trayectoria.

**Ejercicio 31.** Una pista de atletismo está formada por dos tramos rectos paralelos de 80 m y dos tramos semicirculares que los unen. La distancia entre los tramos rectos es 40 m, por lo que el radio de los tramos curvos es 20 m.
Un corredor recorre la pista con velocidad de módulo constante 18 km/h.

a) Hacer un esquema de la pista; representar los vectores velocidad instantánea del corredor:
   - en los puntos medios de los tramos rectos (Puntos A y C)
   - en los puntos medios de los tramos curvos (Puntos B y D)

b) Representar los vectores velocidad instantánea en los puntos indicados.

c) Hallar cuánto tiempo tardará en recorrer el circuito completo, y cuánto para ir de A hasta B, y de A hasta C.

d) Determinar el vector aceleración media del corredor entre los puntos A y C, y entre C y D.

e) Indicar la dirección y el sentido del vector aceleración instantánea en cada uno de los puntos indicados.

f) Calcular el vector velocidad media en un recorrido completo entre A y A, y la velocidad escalar media entre esos puntos.

## Tiro oblicuo

**Ejercicio 32.** Un arquero dispara una flecha desde el piso con velocidad inicial $|\vec{v}_0| = 50\,\text{m/s}$ formando un ángulo de 37° con la horizontal. Despreciando el rozamiento con el aire y considerando un sistema de referencia con $\hat{x}$ horizontal y $\hat{y}$ vertical hacia arriba, calcular:

a) El tiempo total de vuelo.

b) La altura máxima alcanzada.

c) El alcance horizontal.

d) El vector velocidad a los 5 s.

e) El vector velocidad final.

f) Los vectores desplazamiento, velocidad media y aceleración media en distintos intervalos.

**Ejercicio 33.** Un gato se encuentra sobre un muro de 2 m de altura. Juan está a 18 m del muro y arroja un zapato con velocidad inicial de 15 m/s formando 53° con la horizontal, desde una altura de 1,25 m.

a) Determinar a qué altura sobre el gato pasa el zapato.

b) Calcular a qué distancia del muro cae el zapato.

**Ejercicio 34.** Susana arroja horizontalmente su llavero desde una ventana. Andrés lo recibe 0,8 s después a 1,2 m sobre el piso, a 4,8 m del edificio.

a) Determinar la altura desde la que fue arrojado el llavero.

b) Calcular la velocidad con que llega a las manos de Andrés.

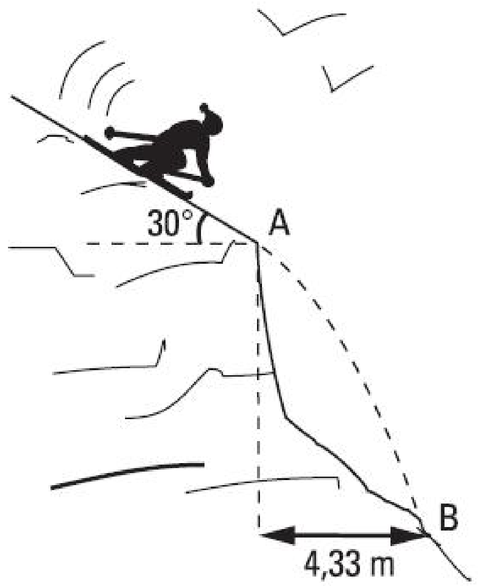
c) Escribir la ecuación de la trayectoria.

**Ejercicio 35.** Un esquiador se desliza por una rampa inclinada 30° y llega al punto $A$ con cierta velocidad. Luego de 1 s de vuelo libre, retoma la pista en $B$, ubicado 4,33 m más adelante.

a) Calcular la velocidad en el punto $A$.

b) Determinar el desnivel entre $A$ y $B$.

c) Calcular la velocidad en $B$.




Ejercicio 35 - Esquiador en la rampa

**Ejercicio 36.** Una pelota se lanza desde el piso con velocidad inicial $|\vec{v}_0| = 5\,\mathrm{m/s}$ formando un ángulo $\alpha$ con la horizontal.

a) Obtener $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$ para $\alpha = n\pi/6$ con $n = 1, 2, 3$.

b) Graficar la posición y la velocidad en función del tiempo.

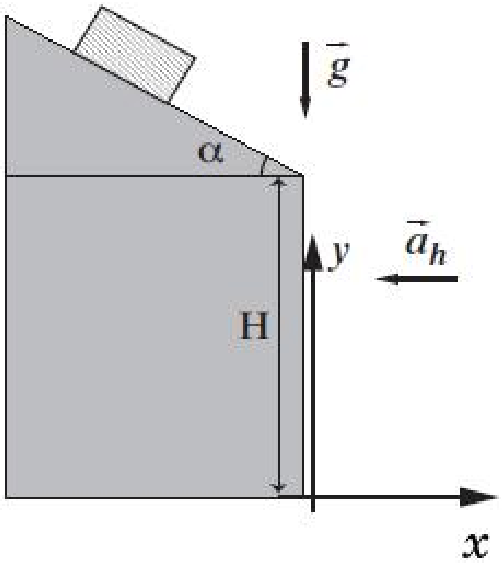
c) Calcular la altura máxima y el alcance.

**Ejercicio 37.** Un cuerpo baja por un plano inclinado $\alpha = 30°$ y llega al final con velocidad de módulo: $10\,\mathrm{m/s}$. Luego cae con aceleración horizontal constante $a_h$. Datos:

$$H = 200\,\mathrm{m}, \quad |g| = 10\,\mathrm{m/s}^2, \quad |a_h| = 0{,}5\,\mathrm{m/s}^2$$

a) Calcular el alcance.

b) Calcular la velocidad al llegar al piso.




Ejercicio 37 - Cuerpo deslizando en un plano inclinado

**Ejercicio 38.** Una botella que se encuentra en la posición $(x, y) = (20\,\mathrm{m}, 30\,\mathrm{m})$ se deja caer desde el reposo. Simultáneamente se lanza una piedra desde el origen con velocidad $15\,\mathrm{m/s}$.

a) Determinar el ángulo de lanzamiento para que la piedra rompa la botella.

b) Calcular la altura del impacto.

c) Dibujar ambas trayectorias.

**Ejercicio 39.** Las coordenadas de un ave que vuela en el plano son:

$$x(t) = 2{,}m - 3{,}6\,m/s\,t, \qquad y(t) = 1{,}8\,m/s^2\,t^2$$

a) Dibujar la trayectoria.

b) Calcular $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$.

c) Dibujar los vectores en $t = 3\,\mathrm{s}$.

d) Calcular el desplazamiento, la velocidad media y la aceleración media entre 0 y $3\,\mathrm{s}$.

# Movimiento Relativo

**Ejercicio 40.** Un pasajero camina con rapidez de 1,5 m/s a lo largo de un tren que se mueve con velocidad constante de 20 m/s respecto del suelo.

a) Determinar la velocidad del pasajero respecto del suelo si camina en el mismo sentido del tren.

b) Resolver si camina en sentido contrario.

c) Representar los vectores velocidad en cada caso.

**Ejercicio 41.** Dos carneros (uno blanco y otro negro) están en reposo, uno frente al otro. La distancia entre ellos es 24 m. En un instante dado, ambos parten para chocarse. Se supone que sus aceleraciones son constantes, y sus módulos 1,6 $m/s^2$ y 1,4 $m/s^2$ respectivamente. Utilizando un sistema de referencia en el cual el carnero blanco se encuentra inicialmente en reposo, determinar las ecuaciones horarias de ambos y trazar los gráficos correspondientes.

**Ejercicio 42.** Un catamarán, en el Tigre, se mueve a velocidad constante respecto de la orilla. Un empleado de la embarcación, en su tiempo de descanso, lanza una moneda en dirección vertical hacia arriba desde su mano. Un pescador desde la orilla se entretiene observando el movimiento de la moneda. Despreciando el rozamiento con el aire, cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

a) Para el pescador, la aceleración que tiene la moneda es la misma que la que observa el empleado.

b) Para el empleado, la moneda se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme, al igual que el catamarán.

c) Para el pescador, hay en un instante en el cual la moneda tiene velocidad nula.

d) La altura máxima que alcanza la moneda, medida desde el nivel del agua, es mayor para el empleado, que para el pescador.

e) Para el empleado la velocidad vertical, instante a instante, es menor que la que observa el pescador.

f) Para el pescador, la velocidad de la moneda en la dirección horizontal es en sentido opuesto a la velocidad del catamarán.

g) Para el empleado, la moneda regresa a sus manos con una velocidad cuyo módulo es menor que la que tendría si el catamarán estuviese quieto.

h) Para el empleado, la moneda regresa a sus manos con la misma velocidad con que fue arrojada pero en sentido contrario.

i) El tiempo de vuelo (desde que arroja la moneda hasta que justo llega a sus manos) es mayor cuanto mayor sea la velocidad del catamarán.

j) La moneda regresa a las manos del empleado en el mismo tiempo en el que llegaría si el catamarán estuviese quieto.

k) Respecto del catamarán, el desplazamiento de la moneda desde que la arroja hasta que llega a las manos del joven es nulo.

**Ejercicio 43.** Un avión que vuela en dirección horizontal a 300 m/s y a 800 m de altura, deja caer un paquete. Despreciando el rozamiento con el aire, calcular, respecto del suelo y respecto del avión, el punto donde caerá el paquete y a qué velocidad lo hará.

**Ejercicio 44.** La casa de Juan se encuentra a 900 m (9 cuadras) de la casa de Diana. Caminando con velocidad constante, Juan tarda 10 minutos en cubrir esa distancia, mientras que Diana la recorre en 15 minutos. Cierto día salen ambos a las 15 h, cada uno desde su casa y dirigiéndose a la casa del otro. A partir de un sistema de referencia en el cual Diana está en reposo en el origen de coordenadas y cuyo sentido positivo apunta hace la casa de Juan:

a) Determinar las velocidades relativas a dicho sistema de los personajes y de sus respectivas casas.

b) Escribir las ecuaciones horarias correspondientes al movimiento de Juan en ese sistema. ¿Cuál será la posición del mismo, al encontrarse con Diana?

c) Hallar el tiempo de encuentro y la posición, respecto de Diana, de ambas casas en ese instante.

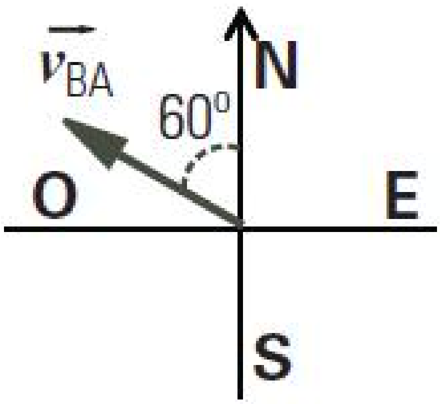
**Ejercicio 45.** El maquinista de un tren que avanza con una velocidad $v_1$ advierte delante de él, a una distancia $d$, la cola de un tren de carga que se mueve en su mismo sentido, con una velocidad $v_2$ constante, menor que la suya. Frena entonces, con aceleración constante. Determinar el mínimo valor del módulo de dicha aceleración, para evitar el choque. SUGERENCIA: Adoptar un sistema de referencia fijo a uno de los trenes.

**Ejercicio 46.** Entre los muelles A y B, que están en la misma orilla de un canal rectilíneo, hay una distancia de 400 m. Un bote de remos tarda 40 s en ir de A hasta B, y 50 segundos en regresar. Considerando constantes los módulos de las velocidades del bote respecto del agua y de la corriente respecto a la orilla, hallar el valor de los mismos.

**Ejercicio 47.** El muelle B se encuentra río abajo del muelle A sobre la misma orilla de un canal rectilíneo. Un bote se desplaza con una velocidad de 12 m/s respecto del agua. La velocidad de la corriente del arroyo es 4 m/s. Sabiendo que, partiendo de A, tarda 3 minutos en su viaje de ida y vuelta a B (despreciando el tiempo que tarda en invertir el sentido), calcular la distancia entre los muelles.

**Ejercicio 48.** En un día de verano en que no hay viento se descarga un chaparrón, de modo tal que las gotas de agua siguen trayectorias verticales. El conductor de un automóvil que marcha a 10 km/h ve que las gotas llegan en dirección perpendicular al parabrisas. Sabiendo que el parabrisas forma un ángulo de 60° con la horizontal, hallar la velocidad con que descienden las gotas de lluvia vistas desde la tierra, y con qué velocidad golpean el parabrisas.

**Ejercicio 49.** Un bote se mueve en dirección N 60º O, a 40 km/h con respecto al agua. La corriente es tal que el movimiento resultante con respecto a la orilla es hacia el oeste (O) a 50 km/h. Calcular el módulo, la dirección y el sentido de la velocidad de la corriente con respecto a Tierra.

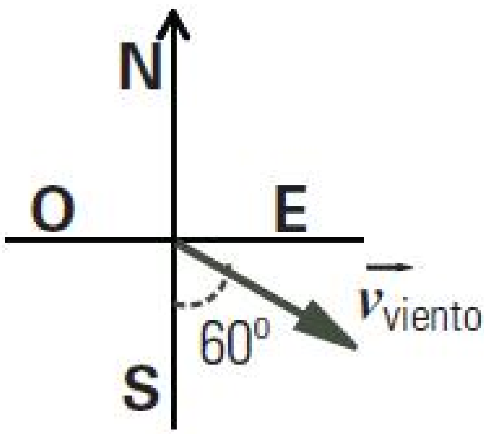



Ejercicio 64

**Ejercicio 50.** Un avión vuela desde un punto A hasta otro punto B que se encuentra a 400 km de distancia en la dirección este (E). El viento sopla con velocidad de 100 km/h hacia el cuadrante sudeste (SE) formando un ángulo de 60° con la dirección norte-sur. Si la velocidad de avión respecto al aire es de 300 km/h:

a) ¿Con qué ángulo el piloto debe orientar el avión?

b) ¿Cuánto tarda el avión en llegar a B?

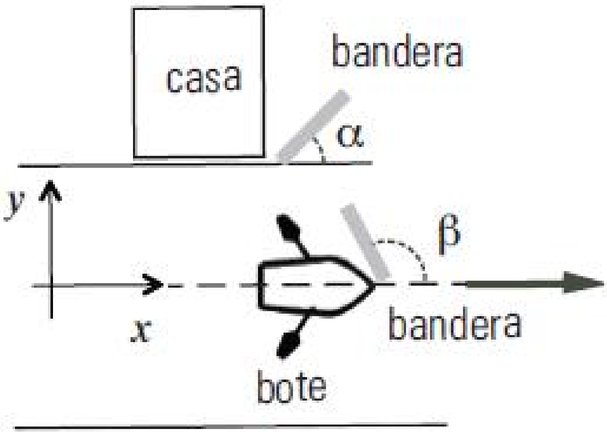



Ejercicio 65

**Ejercicio 51.** Una bandera (línea gris en el gráfico) situada en el mástil de un bote forma un ángulo $\beta = 143°$, como se muestra en la figura. Otra bandera similar situada en una casa en la orilla del río forma un ángulo $\alpha = 53°$. La velocidad del barco es de 15 km/h paralelo a la orilla. Haciendo coincidir el versor $\hat{x}$ con la velocidad del barco $\vec{v}_{bt}$ y al versor $\hat{y}$ con la perpendicular a la orilla, como muestra la figura. Calcular:

a) El módulo del vector velocidad del viento respecto de tierra.

b) El módulo del vector velocidad del viento respecto del bote.




Ejercicio 66

**Ejercicio 52.** Una lancha, que desarrolla una velocidad de 10 km/h en aguas quietas, tarda 10 minutos en cruzar un río de 1 km de ancho y llegar a un punto situado a 500 metros río arriba (o sea en sentido opuesto a la corriente) en la orilla de enfrente.

a) ¿Cuánto es la velocidad de la corriente?

b) ¿Qué ángulo forma con la costa la dirección en la que está orientada la lancha?

# Movimiento Circular

**Ejercicio 53.** Un CD, de radio 6 cm, gira a 2500 rpm.

a) Calcular el módulo de la velocidad angular en radianes por segundo.

b) Calcular el módulo de la velocidad tangencial de un punto sobre su borde.

c) Calcular la frecuencia en Hz.

**Ejercicio 54.** Una varilla metálica de 30 cm de longitud gira respecto a uno de sus extremos a 60 rpm. Calcular:

a) El período del movimiento y el número de vueltas en 30 s.

b) El módulo de velocidad de 3 puntos diferentes de la varilla situados a 10 cm, 20 cm y 30 cm del extremo fijo.

**Ejercicio 55.** Un piloto de avión bien entrenado soporta aceleraciones de hasta 8 veces la de la gravedad, durante tiempos breves, sin perder el conocimiento. Si un avión vuela a 2300 km/h, ¿cuál será el radio de giro mínimo que puede soportar?

**Ejercicio 56.** Si el período de un movimiento circular uniforme (MCU) se triplica, manteniendo el radio constante, ¿cómo cambian su:

a) velocidad angular?

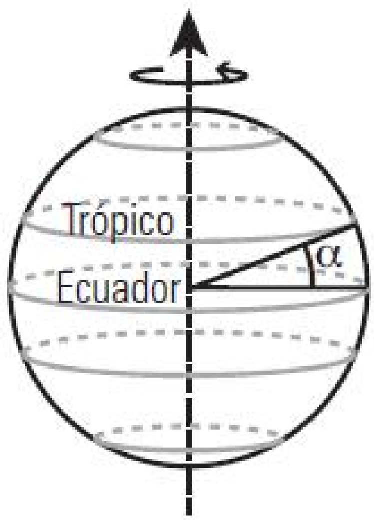
b) frecuencia?

c) aceleración normal o centrípeta?

**Ejercicio 57.** a) Calcular el módulo de la velocidad de un punto situado sobre el ecuador en la Tierra ($R_{\text{Tierra}} = 6378$ km)

b) Calcular el módulo de la velocidad de un punto ubicado en los trópicos, sabiendo que el ángulo que forman con el ecuador terrestre es $\alpha = 23°27'$ (latitud).

c) ¿Cuál es la velocidad de un punto ubicado en los polos?




Ejercicio 44 - La Tierra con los Trópicos y el Ecuador

**Ejercicio 58.** a) ¿Cuánto vale la aceleración centrípeta de un objeto ubicado sobre el ecuador terrestre como consecuencia de la rotación de la Tierra sobre sí misma?

b) ¿Cuánto debería valer el período de rotación de la Tierra para que el módulo de la aceleración centrípeta en su superficie en el ecuador fuera igual a 9,8 $m/s^2$?

**Ejercicio 59.** Una patinadora sobre hielo de 65 kgf de peso se mueve sobre una pista horizontal a 18 km/h. En cierto instante toma el extremo de una varilla, paralela a la pista y perpendicular a su trayectoria, cuyo extremo está enganchado a un poste vertical. A partir de ese momento la patinadora describe una circunferencia de radio 1 m. Determinar, inmediatamente después de que la patinadora toma la varilla:

a) El módulo de la velocidad angular.

b) El módulo de la aceleración centrípeta.

c) ¿Cómo cambian los resultados a) y b) si la patinadora pesa 50 kgf?

**Ejercicio 60.** Teniendo en cuenta que la Tierra gira alrededor del Sol en 365,25 días y que el radio de giro medio es de $1{,}5 \times 10^{11}$ m, calcular (suponiendo que la Tierra gira realizando un movimiento circular uniforme):

a) El módulo de la velocidad angular en rad/día.

b) El módulo de la velocidad tangencial.

c) El ángulo que recorrerá en 30 días.

d) El módulo de la aceleración centrípeta.

**Ejercicio 61.** Calcular cuánto tiempo transcurre entre dos momentos en los cuales el Sol, Marte y Júpiter están alineados, de este modo (suponiendo que ambos planetas se mueven con un movimiento circular uniforme). El período de la órbita alrededor del Sol de Marte es de 687 días terrestres y el de Júpiter es de 11,86 años terrestres.

**Ejercicio 62.** La Estación Espacial Internacional gira con velocidad angular constante alrededor de la Tierra cada 90 minutos en una órbita a 300 km de altura sobre la superficie terrestre (por tanto, el radio de la órbita es 6670 km).

a) Calcular el módulo de la velocidad angular.

b) Calcular el módulo de la velocidad tangencial.

c) ¿Tiene aceleración? En caso afirmativo, indicar sus características y, en caso negativo, indicar la razón por la cual no existe.

**Ejercicio 63.** Un disco gira, con MCU y recorre 13,2 radianes en 6 segundos. Ubicar el centro del disco en el origen de coordenadas.

a) Calcular el módulo de la velocidad angular.

b) Calcular el período y la frecuencia de rotación.

c) ¿Cuánto tiempo tardará el disco en girar un ángulo de 780°?

d) ¿Y en efectuar 12 revoluciones?

e) Si la trayectoria está descripta en el plano $(x, y)$, el giro es horario y el radio es 1 m, expresar usando versores los vectores $\vec{v}$ y $\vec{a}$ cuando un punto del borde intercepta los ejes coordenados. Nota: Utilizar un sistema de coordenadas con el eje $x$ hacia la derecha y el eje $y$ hacia arriba.

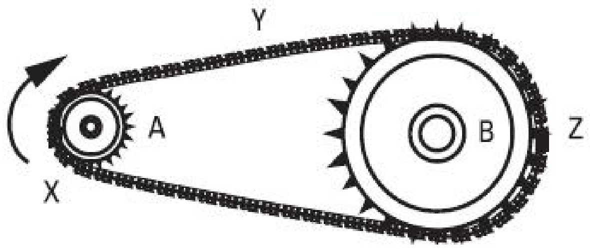
**Ejercicio 64.** Dos ruedas dentadas, cuyos ejes A y B se encuentran a una distancia fija, se vinculan mediante una cadena para formar un mecanismo de transmisión similar al que puede observarse en una bicicleta. Sus radios son $r_A = 3$ cm, y $r_B = 9$ cm, respectivamente. Se hace girar a la rueda A con velocidad angular constante en el sentido indicado, a 100 rpm. Considerando el pasaje de un eslabón sucesivamente por los puntos X, Y, Z, determinar:

a) El módulo de su velocidad, en cada punto.

b) La frecuencia con que gira la rueda B.

c) La aceleración que experimenta el eslabón en cada punto.

**Ejercicio 65.** Un cuerpo inicialmente en reposo, tal que $\theta(t = 0) = 0$ y $\omega(t = 0) = 0$, es acelerado en una trayectoria circular de 1,3 m de radio, de acuerdo a la ley: $\gamma = 120s^{-4}t^2 - 48s^{-3}t + 16s^{-2}$ donde $(\gamma)$ es la aceleración angular medida en $s^{-2}$; $(\theta)$ se mide en radianes y la velocidad angular $(\omega)$ en $s^{-1}$. Hallar:




Ejercicio 51 - Ruedas dentadas

a) $\theta(t)$

b) $\omega(t)$

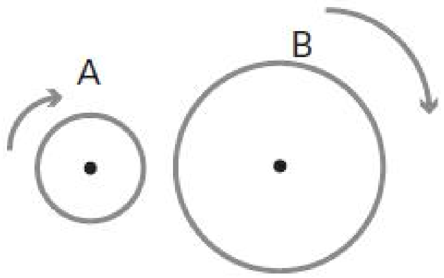
c) ¿Cuánto vale $|\vec{v}|$ en $t = 2\,\mathrm{s}$?

**Ejercicio 66.** Dos ruedas A y B, de radios $R_A = 20$ cm y $R_B = 40$ cm, giran en sentido horario. La frecuencia de rotación de la rueda A es de 120 rpm y la de la rueda B es de 240 rpm. En cierto instante se le aplica un freno a cada rueda de forma tal que A se detiene en $16\,s$ y B en $8\,s$, ambas con aceleración angular constante.

a) Para cada rueda expresar la aceleración angular, la velocidad angular y el ángulo en función del tiempo.

b) ¿En qué instante tienen ambas ruedas la misma velocidad angular? ¿En qué instante los puntos de la periferia tienen velocidades de igual módulo?

c) Calcular el ángulo barrido por cada rueda entre el instante en el cual se aplican los frenos y cada uno de los instantes del item b).



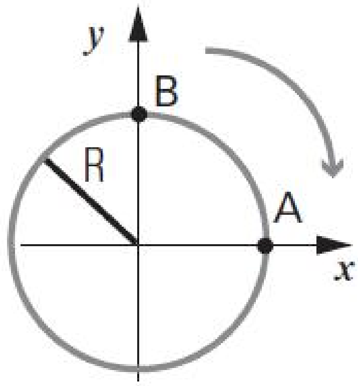

Ejercicio 53 - Ruedas A y B

**Ejercicio 67.** En una autopista circular de 7,5 m de radio dos competidores prueban sus motocicletas. Ambos giran en sentido horario. Uno de ellos, Gino, prueba su moto partiendo de A realizando un MCU de frecuencia igual a 30 rpm. El otro, Miguel, realiza un movimiento uniformemente acelerado, cuya aceleración angular es de $\pi\ 1/s^2$. Miguel pasa por B con una velocidad angular de $\pi\,1/s^2$ en el mismo instante en el que Gino parte de A.

a) Escribir las ecuaciones horarias $\theta(t)$ para cada una de las motos (especifique claramente cómo mide el ángulo $\theta$). Hallar el instante y la posición en la cual ambos vehículos se encuentran por primera vez.

b) Calcule los vectores velocidad y aceleración de cada moto en el instante de encuentro. Represéntelos en un esquema.

c) ¿Cuál es la velocidad relativa de Gino respecto de Miguel? (optativo)




Ejercicio 54 - Autopista circular

# Respuestas[2]

## Cinemática en una dimensión

### Movimiento rectilíneo y uniforme

1.- 1)

$$x_N(t) = 2\,\frac{m}{s}\,t - \frac{2}{5}\,\mathrm{m}, \qquad x_G(t) = -3\,\mathrm{m} + 3\,\frac{m}{s}\,t$$

2)

$$x_N(t) = 3\,\mathrm{m} - 1\,\frac{m}{s}\,t \qquad (t_e \text{ no existe})$$

$$x_G(t) = -1\,\frac{m}{s}\,t$$

3)

$$x_A(t) = 1\,\mathrm{m} + 1\,\frac{m}{s}\,t \qquad (t_e = 0{,}8\,\mathrm{s})$$

$$x_C(t) = 3\,\mathrm{m} - 2\,\frac{m}{s}\,t$$

4)

$$x_N(t) = -1{,}5\,\frac{m}{s}\,t \qquad (t_e = 0\,\mathrm{s})$$

$$x_G(t) = 1\,\frac{m}{s}\,t$$

5)

$$x_N(t) = -3\,\mathrm{m} + 32\,\frac{m}{s}\,t \qquad (t_e = 4\,\mathrm{s})$$

$$x_G(t) = 1\,\frac{m}{s}\,(t - 1\,\mathrm{s})$$

2. a)

$$a = v - d/t$$

b) Origen A

$$x(t) = (d/t)\,t$$

Origen B

$$x(t) = -d + (d/t)\,t$$

3. De elaboración personal.
4. De elaboración personal. $(t_e = 2{,}92\,\mathrm{hs})$
5. De elaboración personal. $(t_e = 2{,}66\,\mathrm{hs})$
6. a) y b) De elaboración personal.

$$v_{\mathrm{media}} = 24\,\mathrm{km/h}$$

7. a)

$$v_{min} = 4\,\frac{m}{s}$$

b) De elaboración personal.

$$v_{min} = 6\,\frac{m}{s}$$

[2] Si tiene dudas consulte con sus docentes

**Movimiento rectilíneo uniformemente variado**
8. a) De elaboración personal.
b)

$$x_1(t) = 1\,\mathrm{m} + 0\,\mathrm{m/s}\,t + 3\,\frac{m}{s^2}\,t^2$$
$$x_2(t) = 1\,\mathrm{m} + 2\,\mathrm{m/s}\,t + 3\,\frac{m}{s^2}\,t^2$$
$$x_3(t) = -3\,\mathrm{m} - 4\,\mathrm{m/s}\,t + 3\,\frac{m}{s^2}\,t^2$$
$$x_4(t) = 3\,\mathrm{m} - 4\,\mathrm{m/s}\,t - 3\,\frac{m}{s^2}\,t^2$$
$$x_5(t) = 3\,\mathrm{m} + 4\,\mathrm{m/s}\,t - 3\,\frac{m}{s^2}\,t^2$$

9. a) El auto marcha adelante de la moto.
b)

$$t_e = 8{,}5\,\mathrm{s}, \qquad x_e = 120\,\mathrm{m}$$

c)

$$|v_A| = 5\,\mathrm{m/s}$$

d) y e) De elaboración personal.
10. De elaboración personal.
11. a) De elaboración personal.
b)

$$|a_{\max}| = 4 \ \mathrm{m/s}^2$$

c)

$$|a_{\min}| = 4{,}54 \ \mathrm{m/s}^2$$

d) De elaboración personal.
12.

$$0{,}75 \ \mathrm{m/s}^2 \leq |a| \leq 1{,}25 \ \mathrm{m/s}^2$$

13. a) De elaboración personal.
b)

$$|v_{\text{final}}| < v_0 = 0 \ \mathrm{m/s}$$

c)

$$0 = 8 \ \mathrm{s}$$
$$a = 5 \ \mathrm{m/s}^2$$
$$x(t) = 5 \ \mathrm{m/s}^2\, t^2$$

$$8 < t < 14 \ \mathrm{s}$$
$$a = 10 \ \mathrm{m/s}^2$$
$$v(t) = 40 \ \mathrm{m/s} - 10 \ \mathrm{m/s}^2\,(t - 8\,\mathrm{s})$$
$$x(t) = 160 \ \mathrm{m} + 40 \ \mathrm{m/s}\,(t - 8\,\mathrm{s}) - 5 \ \mathrm{m/s}^2\,(t - 8\,\mathrm{s})^2$$

$$\begin{aligned} t > 14 \text{ s} & \\ a &= 0 \\ v(t) &= -20 \text{ m/s} \\ x(t) &= 220 \text{ m} - 20 \text{ m/s}\,(t - 14\,\text{s}) \end{aligned}$$

14. a)

$$t_f = 20 \text{ s}$$

b)

$$x_f = 500 \text{ m}$$

c)

$$|v_f| = 50 \text{ m/s}$$

d) De elaboración personal.
15. a)
16. Considerando $\hat{\jmath}$ hacia arriba y $0\,\text{m}$ en el suelo:

$$\begin{aligned} \vec{r}(t - 3\,\text{s}) &= 40\,\text{m}\,\hat{\jmath} \\ \vec{r}(t - 3\,\text{s}) &= 15\,\text{m/s}\,(-\hat{\jmath}) \\ \vec{a} &= -8 \text{ m/s}^2\,(-\hat{\jmath}) \end{aligned}$$

b)

$$t_{\text{max}} = 4{,}7 \text{ s}$$

c)

$$\begin{aligned} t_f &= 1 \text{ s} \\ y_f &= 50 \text{ m} \end{aligned}$$

d) De elaboración personal.
17. a) De elaboración personal.
b)

$$\begin{aligned} |r| &= 112 \text{ m/s}^2 \\ d &= 620 \text{ m} \end{aligned}$$

c) De elaboración personal.
d)

$$\begin{aligned} |v| &= 88 \text{ m/s} \\ d &= 380 \text{ m} + 2 \times 7{,}2 \text{ m} = 394{,}4 \text{ m} \end{aligned}$$

18. a)

$$h = 259{,}2 \text{ m}$$

b)

$$t_{\text{vuelo}} = 7{,}2 \text{ s}$$

c)

$$|v_f| = 72 \text{ m/s}$$

19.

$$|v_f| = 50 \text{ m/s}$$

20. a)

$$d = 26 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ s}$$

b)

$$|v_f| = 20 \text{ m/s}$$

c)

$$d = 46 \text{ m}, \quad t = 3 \text{ s}, \quad |v_f| = 0 \text{ m/s}$$

d) De elaboración personal.
21. a)

$$t_f = 2 \text{ s}, \qquad y_f = 0 \text{ m}$$

b) De elaboración personal.
22. a)

$$|v_{\text{máx}}| = 40 \text{ m/s}$$

b)

$$|v_{\text{máx}}| = 180 \text{ m}$$

c) De elaboración personal.
23. a)

$$t_f = 3{,}7678 \text{ s}, \qquad x_f = 2{,}82 \text{ m}$$

b)

$$|v_f| = 11{,}81 \text{ m/s}, \qquad |v_{f-}| = -22{,}44 \text{ m/s}$$

c) De elaboración personal.

**Movimiento con aceleración dependiente del tiempo**

24.

$$\begin{aligned} x(t) &= 10s - 1607\,\mathrm{m} \\ a(t-10\,\mathrm{s}) &= 108\,\mathrm{m/s}^2 \\ x(t-10\,\mathrm{s}) &= 508\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

25. a)

$$v_{\text{máx}} = 4 \text{ m/s}, \qquad v_{\text{mín}} = -16 \text{ m/s}$$

b) De elaboración personal.

26. a)

$$t = 5{,}27 \text{ s}$$

b)

$$a(t) = 5{,}27 \text{ s} - 19{,}62 \text{ m/s}^2, \qquad a_y = -3{,}8 \text{ m/s}^2$$

c) De elaboración personal.

27. a)

$$\begin{aligned} v(t) &= v_0 + a_0 t - \beta t^2 \\ x(t) &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 - \frac{1}{3}\beta t^3 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} v(t) = v_0 &+ a_0 t_0 \sin(\omega t) - \sin(\omega t_0) t \\ &- a_0 t_0 \cos(\omega t) \left[\cos(\omega t_0) - \cos(\omega t)\right] \end{aligned}$$

c)

$$v(t) = v_0 + At^3$$

d)

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{3} At^3 - \frac{1}{12} A(t^4 - t_0^4)$$

28. De elaboración personal.

29.

$$x(t_0 = 0) = 0 \text{ m}, \qquad v(t_0 = 0) = 0 \text{ m/s}$$

a)

$$\begin{aligned} x(t) &= At^6 - Bt^{12} \\ v(t) &= At^5 - Bt^3 \end{aligned}$$

b) De elaboración personal.

c)

$$v_{\text{máx}} = A^6 B^3 = 20 \text{ m/s}$$

**Cinemática en dos Dimensiones**
30.

$$\begin{aligned}
\text{b)}\quad \Delta\vec{r} &= 9\,\text{cm}\,\hat{\imath} - 12\,\text{cm}\,\hat{\jmath} \\
\vec{v}_{\text{med}} &= -3\,\text{cm/s}\,\hat{\imath} - 4\,\text{cm/s}\,\hat{\jmath} \\
\vec{a}_{\text{med}} &= -1{,}66\,\text{cm/s}^2\,\hat{\imath} + 4\,\text{cm/s}^2\,\hat{\jmath}
\end{aligned}$$

c) La trayectoria debe pasar por los puntos K y L, y ser tangente a los respectivos vectores velocidad, teniendo en cuenta el sentido del movimiento.
31.

$$\text{b)}\quad t_{\text{inicio}} = 57{,}12\,\text{s}$$

Para el circuito completo:

$$\begin{aligned}
t_{\text{AB}} &= 14{,}28\,\text{s} \\
t_{\text{AC}} &= 28{,}56\,\text{s}
\end{aligned}$$

c) Vector aceleración media:

$$\vec{a}_{\text{AC}} = -0{,}35\,\text{m/s}^2\,\hat{\imath}$$

$$\vec{a}_{\text{med}} = -0{,}35\,\text{m/s}^2\,\hat{\imath} - 0{,}25\,\text{m/s}^2\,\hat{\jmath}$$

d) La aceleración instantánea en B apunta hacia el centro de la pista.
e) Velocidad escalar media:

$$v_{\text{med}} = 5\,\text{m/s}$$

**Tiro Oblicuo**
32.

$$\begin{aligned}
\text{a)}\quad t_f &= 6\,\text{s} \\
\text{b)}\quad H_{\text{máx}} &= 45\,\text{m} \\
\text{c)}\quad x_{\text{máx}} &= 240\,\text{m}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{v}(t) &= 5\,\hat{\imath} - (40 - 20t)\,\hat{\jmath}\,\text{m/s} \\
\vec{r}(t) &= (5t - 40)\,\hat{\imath} - (40 - 30t)\,\hat{\jmath}\,\text{m}
\end{aligned}$$

f)

$$\begin{aligned}
\Delta\vec{r}(t - 0\,\text{s} \to t_{\text{lanz}}) &= (120,\ 45)\,\text{m} \\
\Delta\vec{r}(t - 0\,\text{s} \to t_{\text{caída}}) &= (240,\ 0)\,\text{m}
\end{aligned}$$

$$\vec{v}(t-0\,\mathrm{s}\rightarrow t_{\mathrm{lanz}}) = (40,\ 15)\,\mathrm{m/s}$$
$$\vec{v}(t-0\,\mathrm{s}\rightarrow t_{\mathrm{caída}}) = (40,\ -40)\,\mathrm{m/s}$$

$$\vec{a}(t-0\,\mathrm{s}\rightarrow t_{\mathrm{lanz}}) = (0,\ -10)\,\mathrm{m/s}^2$$
$$\vec{a}(t-0\,\mathrm{s}\rightarrow t_{\mathrm{caída}}) = (0,\ -10)\,\mathrm{m/s}^2$$

33.

$$\text{a)}\quad d_{\mathrm{máx}} = 3{,}25\,\mathrm{m}$$
$$\text{b)}\quad d_{\mathrm{blanco}} = 4{,}5\,\mathrm{m}$$

34.

$$\text{a)}\quad H = 44\,\mathrm{m}$$

$$\text{b)}\quad v_{\mathrm{máx}} = (6,-8)\,\mathrm{m/s},\qquad |v_{\mathrm{máx}}| = 10\,\mathrm{m/s}$$

$$\text{c)}\quad v(t) = 4{,}4\,\mathrm{m/s},\qquad t = 3{,}6\,\mathrm{m}$$

35.

$$\text{a)}\quad |v_f| = 5\,\mathrm{m/s},\qquad |y_f| = 7{,}5\,\mathrm{m}$$

$$\vec{v}_f = (4{,}33,\ -12{,}5)\,\mathrm{m/s},\qquad |\vec{v}_f| = 13{,}23\,\mathrm{m/s}$$

36. a) De elaboración personal.
b) De elaboración personal.

$$x_{\mathrm{máx}} = \frac{v_0^2\sin(2\alpha)}{2g},\qquad y_{\mathrm{máx}} = \frac{v_0^2\sin^2(\alpha)}{2g}$$

$$\vec{v} = v_x\,\hat{\imath} + v_y\,\hat{\jmath},\qquad \vec{a} = -g\,\hat{\jmath}$$

( $\hat{\imath}$ es horizontal en el sentido de movimiento y $\hat{\jmath}$ es vertical hacia arriba; el origen de coordenadas está en el punto de lanzamiento ).
37.

$$x_{\mathrm{máx}} = 42{,}2\ \mathrm{m}$$
$$|v_f| = 5{,}7\ \mathrm{m/s}$$

9.

$$\alpha_{\text{ángulo}} = 56^\circ$$

b)

$$H_{\text{máx}} = 12 \text{ m}$$

c) De elaboración personal.
38. a) De elaboración personal.
b)

$$v_y(t) = -3{,}6 \text{ m/s}, \qquad v_y(t) = 3{,}6 \text{ m/s}$$

$$a = (0,\ -3{,}6) \text{ m/s}^2$$

c) acelerando, gira en dirección $\hat{\jmath}$.
d)

$$\begin{aligned} \Delta\vec{r} &= (-10{,}8,\ 16{,}2) \text{ m} \\ \vec{v}_{\text{med}} &= (-3{,}6,\ 5{,}4) \text{ m/s} \\ \vec{a}_{\text{med}} &= (0,\ -3{,}6) \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

**Movimiento Relativo**
40. a) $v_{ps} = 21{,}5\,\text{m/s}$
b) $v_{ps} = 18{,}5\,\text{m/s}$
c) De elaboración personal.

41. a)

$$\begin{aligned} &a_N B = -3\frac{m}{s^2} \\ &v_{NB}(t) = -3\frac{m}{s}t^2 \\ &x_{NB}(t) = 24\,m - 1,5\frac{m}{s^2}t^2 \end{aligned}$$

b) De elaboración personal.

42. De elaboración personal. Verdaderos: a)-h)-j)-k)

43. Respecto de tierra: $\vec{\Delta x} = 3795\,m$ y $\vec{\Delta} = 800\,m$
Respecto del avión: $\vec{\Delta x} = 0\,m$ y $\vec{\Delta} = 800\,m$

$$\begin{aligned} v_{PT}(y \vec{=} 0m) &= (300, -126,5)\frac{m}{s} \\ v_{PA}(y \vec{=} 0m) &= (0, -126,5)\frac{m}{s} \end{aligned}$$

44.

a) $\vec{v_{JD}} = -25\dfrac{m}{s}\hat{x}$

$(\vec{v_{JT}} = -1,5\dfrac{m}{s}\hat{x}\,;\vec{v_{DT}} = 1\dfrac{m}{s}\hat{x})$

$\vec{v_{casa-JD}} = -1\dfrac{m}{s}\hat{x}$

$\vec{v_{casa-DD}} = -1\dfrac{m}{s}\hat{x}$

b) $x_{JT}(t) = 900\,m - 2,5\dfrac{m}{s}t \qquad \rightarrow x_{JT}(t_E) = 0\,m$

c) $t_E = 360s\ 6min$

$x_{casa-JT}(t_E) = 540\,m;\quad x_{casa-DD}(t_E) = -360\,m$

d) De elaboración personal.

45. $|\vec{a}| \geq \frac{(v_1-v_2)^2}{2d}$

46. $|\vec{v_{BR}}| = 9\frac{m}{s} \qquad |\vec{v_{RT}}| = 1\frac{m}{s}$

47. $d = 1200\,m$

48. $|\vec{v_{gT}}| = 5,77\frac{km}{h} \qquad |\vec{v_{gA}}| = 11,54\frac{km}{h}$

49. $|\vec{v_{cT}}| = 25,227\frac{km}{h}$ S $37,55°$ O

50. $|\vec{v_{aT}}| = 382,4\frac{km}{h}$ E $9,6°$ N $t_{vuelo} = 1{,}05\,h$

51. a) $|\vec{v_{VT}}| = 9\frac{km}{h}$ b)$|\vec{v_{VB}}| = 12\frac{km}{h}$

52. a) $|\vec{v_{RT}}| = 5\frac{km}{h}$ b) $\alpha = 37°$ c) $t = 10\,min \sim 1333\,m$

**Movimiento circular**

La unidad de frecuencia en el Sistema Internacional (SI) es el hertz, que implica ciclos por segundo; la unidad SI de velocidad angular es el radián por segundo. Aunque sería formalmente correcto escribir estas dos unidades como $s^{-1}$ (lo habitual en esta guía de ejercicios), el empleo de nombres diferentes sirve para subrayar la diferencia en la naturalerza de las magnitudes consideradas. El hecho de utilizar la unidad radián por segundo para expresar la velocidad angular y el hertz para la frecuencia, indica también que debe multiplicarse por $2\pi$ el valor numérico de la frecuencia en hertz para obtener el valor numérico de la velocidad angular correspondiente en radianes por segundo.

53. a) $a = 83{,}43$ rad/s
b) $|v| = 15{,}7$ m/s
c) $f = 41{,}66$ Hz

54.

*a*) 15, 30°
*b*) $|v_1| = 0{,}2\pi \mathrm{m/s}$
*c*) $|v_2| = 0{,}4\pi \mathrm{m/s}$
*d*) $|v_3| = 0{,}6\pi \mathrm{m/s}$

55. $r = 5102\,\mathrm{m}$ aproximadamente.

56.

*a*) $\omega = \dfrac{\omega_0}{3}$
*b*) $f = \dfrac{f_0}{3}$
*c*) $\vec{a_c} = \dfrac{\vec{a_c}}{3}$

57.

*a*) $\vec{v_E} \sim 463\dfrac{m}{s} \sim 1665\dfrac{km}{h}$
*b*) $\vec{v_T} \sim 425\dfrac{m}{s} \sim 1530\dfrac{km}{h}$
*c*) $\vec{v_P} = 0$

58.

*a*) $\vec{a_c} = 0,034\dfrac{m}{s}$
*a*) $\tau = 5062seg \sim 1,4\,h$

59.

*a*) $5\dfrac{rad}{s}$
*a*) $25\dfrac{m}{s^2}$

60.

*a*) $\omega = 0,0172\dfrac{rad}{dia}$
*b*) $\vec{v} = 29861\dfrac{m}{s}\,(aprox)$
*c*) $\theta = 0,516rad = \dfrac{\vec{a_c}}{3}$
*d*) $\vec{a} = 5,910^{-3}\dfrac{m}{s^2}$

61.$t = 816,6$ días

62.

$$
\begin{aligned}
&a) \quad \omega = \frac{\pi}{2700}\frac{rad}{s} \\
&b) \quad |\vec{v}| = 7760\frac{m}{s} \\
&c) \quad \text{De elaboración personal.}
\end{aligned}
$$

63.

$$
\begin{aligned}
&a) \quad |\omega| = 2,2\frac{rad}{s} \\
&b) \quad T \sim= 2,856\,s\,;f \sim\ hertz \\
&c) \quad t_{780^\circ} \sim 6\,s \\
&d) \quad t_{12rev} \sim 34,22\,s \\
&e) \quad \vec{v_1}(r = \hat{y}) = (2,2\frac{m}{s}, 0) \qquad \vec{v_2}(r = \hat{x}) = (0, -2,2\frac{m}{s}) \\
&\quad\ \ \vec{v_3}(r = -\hat{y}) = (-2,2\frac{m}{s}, 0) \qquad \vec{v_4}(r = -\hat{x}) = (0, 2,2\frac{m}{s}) \\
&\quad\ \ \vec{a_1}(r = \hat{y}) = (0, -4,84\frac{m}{s^2}) \qquad \vec{a_2}(r = \hat{x}) = (-4,84\frac{m}{s^2}, 0) \\
&\quad\ \ \vec{a_3}(r = -\hat{y}) = (0, 4,84\frac{m}{s^2}) \qquad \vec{a_4}(r = -\hat{x}) = (4,84\frac{m}{s^2}, 0)
\end{aligned}
$$

64.

$$
\begin{aligned}
&a) \quad |\vec{v}| = 31,4159\frac{cm}{s} \text{ en todos los puntos} \\
&b) \quad f = 0,56\,hertz \\
&c) \quad |\vec{a_x}| = \frac{v_t^2}{R_A} = 329\frac{cm}{s^2} \qquad |\vec{a_y}| = 0\frac{cm}{s^2} \qquad |\vec{a_z}| = \frac{v_t^2}{R_B} = 109,7\frac{cm}{s^2}
\end{aligned}
$$

65.

$\theta(t) = 10t^4 - 8t^3 + 8t^2$

$\omega(t) = 40t^3 - 24t^2 + 16t$

En un SR donde los ángulos se miden a partir de $\hat{x}$ hacia $\hat{y}$ en todos los puntos

$v(t = \vec{0},3s) = -2,68\frac{m}{s}\hat{x} + 4,02\frac{m}{s}\hat{y}$

$a(t = \vec{0},3s) = -23,88\frac{m}{s^2}\hat{x} + 3,42\frac{m}{s^2}\hat{y}$

66.

En un SR en que los ángulos se miden en sentido antihorario:

$\gamma_A(t) == \frac{\pi}{4}\frac{1}{s^2}$

$\omega_A(t) = -4\pi\frac{1}{s} + \frac{\pi}{4}\frac{1}{s^2}t$

$\Delta\omega_A(t) = -4\pi\frac{1}{s}t + \frac{\pi}{8}\frac{1}{s^2}t^2$

$\gamma_B == \pi\frac{1}{s^2}$

$\omega_B(t) = -8\pi\frac{1}{s}t + \pi\frac{1}{s^2}t$

$\Delta\theta_B(t) = -8\pi\frac{1}{s}t + \frac{\pi}{2}\frac{1}{s^2}t^2$

67. El ángulo se mide desde el punto A en sentido antihorario:

$$\gamma_G(t) = 0,1\frac{1}{s^2}$$
$$\omega_G(t) = -\pi\frac{1}{s}$$
$$\theta_G(t) = -\frac{1}{s}t$$
$$\gamma_M(t) = \pi\frac{1}{s^2}$$
$$\omega_M(t) = -\pi\frac{1}{s} - \pi\frac{1}{s^2}t$$
$$\theta_M(t) = \frac{\pi}{2} - \pi\frac{1}{s}t - \frac{\pi}{2}\frac{1}{s^2}t^2$$
$$t_E = 1\,, \qquad \theta_M(t_E) = \theta_G(t_E) = -\pi\,\mathrm{rad}$$

55. De elaboración personal.