

Guía de Actividades

Introducción al Pensamiento Científico

Unidad 4

Ciencias Formales

Ciclo Básico Común - Universidad de Buenos Aires
Cátedra Ambrosini
Sede Puan

Autores: Cristina Ambrosini, Gastón G. Beraldi

Actividad 4.1.

Lea atentamente el texto y responda:

- a) ¿Por qué el autor asocia lo formal a lo ideal y lo fáctico a lo material? Explícite la relación que Ud. encuentra entre estos conceptos.
- b) El autor utiliza como criterio para la clasificación entre ciencias formales y fácticas la diferencia entre proposiciones y métodos. Explícite esta diferencia
- c) Explícite con sus palabras y con ejemplos la siguiente frase “En matemática la verdad consiste, por esto, en la coherencia del enunciado dado con un sistema de ideas admitido previamente”.

Ciencia formal y ciencia fáctica - Mario Bunge

El libro *La ciencia, su método y su filosofía* del epistemólogo argentino Mario Bunge es un clásico del tema en nuestros medios académicos. En referencia a la distinción entre ciencias formales y fácticas propone estos conceptos.

Tenemos así una primera gran división de las ciencias, en formales (o ideales) y fácticas (o materiales).

Esta ramificación preliminar tiene en cuenta el objeto o tema de las respectivas disciplinas; también da cuenta de la diferencia de especie entre los enunciados que se proponen establecer las ciencias formales y las fácticas: mientras los enunciados formales consisten en relaciones entre signos, los enunciados de las ciencias fácticas se refieren, en su mayoría, a entes extra-científicos: a sucesos y procesos. Nuestra división también tiene en cuenta el método por el cual se ponen a prueba los enunciados verificables: mientras las ciencias formales se contentan con la lógica para demostrar rigurosamente sus teoremas, [...] las ciencias fácticas necesitan más que la lógica formal: para confirmar sus conjeturas necesitan de la observación y/o experimento. Cuando se demuestra un teorema lógico o matemático no se recurre a la experiencia: el conjunto de los postulados, definiciones, reglas de formación de las expresiones dotadas de significado y reglas de inferencia deductiva –en suma, la base de la teoría dada– es necesario y suficiente para ese propósito. La demostración de los teoremas no es sino una deducción: es una operación confinada a la esfera teórica [...] La matemática y la lógica son, en suma, ciencias deductivas[...] En matemática la verdad consiste, por esto, en la coherencia del enunciado dado con un sistema de ideas admitido previamente [...]

En las ciencias fácticas, la situación es enteramente diferente. En primer lugar, ellas no emplean símbolos vacíos (variables lógicas), sino tan solo símbolos interpretados; por ejemplo, no involucran expresiones tales como ‘x es F’, que no son verdaderas ni falsas. En segundo lugar, la racionalidad –esto es, la coherencia con un sistema de ideas aceptado previamente– es necesaria pero no suficiente para los enunciados fácticos [...]

Bunge, M., *La Ciencia, su Método y su Filosofía*, Buenos Aires, Ediciones Siglo Veinte, 1971.

<http://filosofiacollege.blogspot.com.ar/2010/08/ciencia-formal-y-ciencia-factica-mario.html>

SISTEMAS AXIOMÁTICOS

Actividad 4.2.

Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F)

- a) En un sistema axiomático, todos los enunciados se demuestran.
- b) En un sistema axiomático, todos los términos se definen.
- c) Las geometrías no euclidianas surgieron al cuestionarse la independencia del V postulado de Euclides.
- d) Los teoremas son relativos a su sistema de pertenencia; esto es, en otro sistema pueden funcionar como axiomas.
- e) Las geometrías no euclidianas representan un avance científico que resta interés a la geometría de Euclides.
- f) La independencia de los axiomas permite que unos se puedan deducir de otros.
- g) Si todos los teoremas se demostraran, los sistemas axiomáticos serían viciosos o infinitos.

Actividad 4.3.

- a) Lea los párrafos presentes de la entrevista a Leonardo Moledo y luego identifique los fragmentos donde Moledo caracteriza a las ciencias formales. Advertir los vínculos señalados entre matemáticas y filosofía. y entre ambas con la literatura y la historia.
- b) Comente en grupo la respuesta que da Moledo a la pregunta "¿qué es la ciencia?"
- c) ¿Coincide con esta respuesta o tiene otra alternativa?

La continuación de la ciencia, por otros medios

Entrevista a Leonardo Moledo



Leonardo Moledo (1947 – 2014) fue un destacado matemático argentino, historiador de la ciencia y divulgador científico.

Después de muchos años de entrevistar a los investigadores "de a pie" y escribir las notas de esta sección, el espacio de Ciencia de Página/12 le rinde hoy, a cuatro días de su muerte, un homenaje a su fundador, Leonardo Moledo (editor del suplemento Futuro y el divulgador

científico más original del país), con la publicación de esta conversación que tuvo lugar meses antes de su muerte. Por Nicolás Olszevicki y Pablo Esteban

(Para Página/12)

Es difícil exagerar la importancia que la figura de Leonardo Moledo (1947-2014) tuvo para el campo de la divulgación científica en la Argentina. Y es difícil, sobre todo, porque con el actual boom pareciera que la escena pública siempre estuvo abierta al difícil trabajo de contar en los medios de comunicación con teorías e historias de la ciencia. Sin embargo, basta recordar aquel momento tristemente evocado por Moledo en que Cavallo mandó a todos los científicos a “lavar los platos” para saber que no siempre las cosas fueron tan simples. Moledo empezó a hacer literatura científica hace cuarenta años y, desde entonces, produjo algunos de los libros más geniales en este rubro, desde *De las tortugas a las estrellas* (1995) hasta *Historia de las ideas científicas* (2014). Con sus originales ideas, cambió por completo el modo de ejercer el periodismo científico y formó a toda una generación de nuevos divulgadores que conciben su escritura como la inventó –y ejerció con un virtuosismo maestro– Moledo. El mundo de la ciencia, pero también el de la literatura, lo va a extrañar. En este reportaje aparecen el perfil y las líneas fundamentales del pensamiento de un hombre que creyó hasta el final que la literatura y la ciencia no podían ser separadas y que, en su práctica, luchó para unirlos.

–Vos estudiaste matemática...

–Sí.

–¿Cuándo?

–En otra era geológica... Hace 40 años.

–¿Y por qué?

–Bueno, las matemáticas me gustaban, y además había tradición en casa. Y me siguen gustando mucho. Son una construcción maravillosa del espíritu humano; tal vez lo más maravilloso que se construyó, como la música o la filosofía.

–Pero tu concepción de la matemática es algo particular, y eso es lo que hace que resulte posible que alguien que es licenciado en Matemática se haya dedicado, en buena medida, a la literatura. O a hacer literatura de la ciencia.

–A mí siempre me interesaron las dos cosas. Me interesaban las matemáticas, pero me interesaba fundamentalmente la literatura y escribir. Cuando terminé matemática era muy chico y pensé que tenía que seguir estudiando. En vez de optar por Letras, que era lo natural, opté por Historia, porque estaba en un grupo de gente que se puso a estudiar Historia. No me arrepiento de la decisión, aunque es una carrera que no terminé. Me faltó un tercio.

–¿Y cómo empezaste a escribir en diarios?

–En realidad, yo siempre escribí. Pero en determinado momento llegué al suplemento cultural de Clarín para escribir sobre cultura, para hacer comentarios de libros... Después, como tenía una buena formación científica, pude hacer esa cosa intermedia: tenía las condiciones ideales para poder escribir sobre ciencia, que era lo que nadie sabía y yo sí sabía. Porque la carrera de Matemática te da una manera de pensar y una manera de ver el mundo muy particular, y muy fructífera.

–¿Y qué nexo encontrás entre todas esas disciplinas que parecen, a priori, separadas entre sí? Matemática, historia, filosofía...

–Entre matemática y filosofía el nexo es obvio. No nos olvidemos de que todos los primeros matemáticos fueron filósofos, empezando por Pitágoras, y que la Academia de Platón decía: “Que no entre aquí quien no sepa geometría”. Y, de hecho, todos los grandes filósofos se ocuparon mucho de la matemática: Descartes se ocupó, Leibniz se ocupó, Kant se ocupó. En el siglo XIX hay una separación más grande, pero en el siglo XX todos los que se nuclearon alrededor del Círculo de Viena se ocupaban mucho de la matemática. La relación entre la filosofía y la historia también es obvia. A diferencia de nosotros, los griegos no tenían una visión parcializada de la cultura. Y en cierta forma, la parcelización se dio a partir de la Ilustración. Pero los ilustrados del siglo XVIII veían tal vez las disciplinas separadas, aunque unificadas con la razón. Diderot, además de editar la Enciclopedia, escribió novelas, cuentos

y críticas de arte; D'Alembert era matemático.

–¿Y qué opinás de eso?

–En lo que yo creo es en la unidad de la cultura. No creo que haya puentes truncados. Hay un prejuicio (esto es lo que Bacon hubiera llamado “prejuicios de la tribu”) que consiste en afirmar que hay dos culturas separadas. Ya Snow hace muchas décadas escribió sobre este asunto. El se basaba en lo que es la educación inglesa, una educación que era fuertemente humanista: el egresado de Cambridge sabía latín, griego, había leído todos los clásicos, aunque no tenía la menor idea de qué era la entropía. Pero hasta tal punto no la tenía que incluso estaba orgulloso. Es decir, la idea de estar orgulloso porque uno no sabe hacer una cuenta o porque no puede leer una fórmula es muy frecuente, lo cual crea una situación difícil para el comunicador de ciencia. Lo primero que tiene que decir es que eso que va a comunicar es digno de ser comunicado. Esa ciencia que le va a transmitir es digna de ser recibida. Quien escucha no se va a robotizar, que es la idea de muchísima gente, por saber leer una fórmula, sino que se va a enriquecer porque la lectura de una fórmula es un acto de lectura.

–De modo que hay que empezar a superar esa parcelización del saber tan propia de nuestra época.

–Para entender matemática hay que entender historia; para entender historia hay que entender matemática; para entender ciencias sociales hay que entender matemática y viceversa, porque todas éstas son actividades que produce la sociedad en la Historia. Uno no puede entender a Platón si no sabe en qué momento histórico estaba, y no puede entender a Bertrand Russell si no sabe en qué momento histórico estaba. Tampoco se puede entender la Teoría de la Relatividad sin entender cuál es el contexto en que eso surgió, por qué pudo surgir y por qué se pudo imponer; porque si alguien hubiese dicho eso tres siglos antes, lo hubiesen encerrado en un manicomio. Un hecho científico se compone de su historia y su filosofía. Cada cosa es también su historia. Porque es interesante ver cómo cada cosa llegó a ser. La ciencia más o menos acompaña los objetivos o las formas de funcionar de una sociedad determinada. Se hace en contexto. Copérnico propone lo que propone porque es un científico genial, pero también porque la necesidad de una reforma de la astronomía estaba en el aire de la época.

–Los grandes descubridores no son genios que salen de la nada.

–Absolutamente no. Los grandes científicos, los grandes descubridores están constreñidos por su época porque trabajan con herramientas que son sociales. El tipo que trabaja en un laboratorio lo hace con herramientas que le vienen de otro lado. No inventa un microscopio y se pone a ver las cosas, lo cual haría que su tarea fuera interminable, sino que el microscopio ya le viene dado por el trabajo de sus antecesores. Si no tuviera el microscopio, no podría hacer el trabajo que hace, y lo mismo con todos los aparatos. El desarrollo tecnológico es histórico. Y un filósofo, de la misma manera, no puede dejar de pensar cuál es la teoría cosmogónica actual, no puede pensar en cómo es el mundo si no sabe cómo pinta la ciencia el mundo. Y éstas son herramientas sociales. El tipo que investiga el Universo lo hace con las ideas de la época, pero también con los prejuicios de la época. Algunos prejuicios que sabe que son prejuicios y otros, que son los más limitantes, que no sabe siquiera que son prejuicios.

–¿Cómo es eso?

–Es algo muy interesante, y no siempre se lo remarca. Nosotros podemos razonar y hacer un mapa de lo que nos falta; no tenemos, por ejemplo, y sabemos que no tenemos una nave para poder viajar a Júpiter. Pero hay muchas cosas que no sabemos que no tenemos y ni siquiera sospechamos que podríamos llegar a tener. Un médico del año 1920 sabía que no tenía un aparato de rayos X bien afinado, pero no sabía que no tenía un equipo de resonancia magnética. Ni siquiera podía sospechar que no lo tenía. Entonces no podía pensar en función de esas cosas que le faltaban. Hace 20 años nadie podía concebir Internet, y ahora es la cosa más cotidiana del mundo. Yo muchas veces me pregunto cómo hacíamos para vivir sin correo electrónico, por ejemplo. Y no puedo respondérmelo, pero la verdad es que en esos momentos ni siquiera nos lo imaginábamos. El mismo contacto que

tenía un delay de tiempo imposible de resolver y que ahora es instantáneo provocaba otra manera de intercambiar reflexiones. No se leen igual los libros, no se leen igual los diarios. Y nadie sabe para dónde va eso.

–¿Qué es el periodismo científico?

–En realidad, yo nunca me consideré un periodista. Porque el periodismo parte de ciertos presupuestos, como la importancia de la noticia y el uso de ciertas herramientas, que a mí no me interesan. Yo me considero un escritor de ciencia, y en general cuando planteo el tema del periodismo lo planteo desde el punto de vista de la literatura, sea el periodismo en ciencia o cualquier otro periodismo. Yo creo que hacer periodismo debería ser como hacer literatura; cuanto más literario sea el periodismo, mejor.

–Es polémico eso...

–Sé que esto va en contra de lo que se dicta en los cursos universitarios. “Apártense de la literatura”, se dice. No, digo yo, ¡hay que sumergirse en la literatura! El periodista policial tiene que construir un relato. Los hechos no le interesan a nadie, la literalidad no le interesa a nadie. El hecho concreto de que la bala salió a cierta distancia y penetró en el cuerpo con tal ángulo no le importa a nadie. Lo que importa es el relato que se construye sobre eso. Y la manera en que se cuenta es la literatura, que es la más vieja actividad humana. Contar historias. La sociedad se constituye alrededor de la historia, cuando alguien puede contar lo que le pasó. “No vayan por este camino porque puede haber peligro”: ahí hay una advertencia, pero también una historia en potencia. Cuando se pudo decir eso empezaron a funcionar mecanismos de transmisión completamente diferentes. Y yo creo que para contar la ciencia también hay que hacer eso. En el nivel de divulgación, por supuesto, no en el nivel de un paper que se escribe en una revista.

–La ciencia como literatura...

–¡Sí, por más raro que suene! La ciencia es un lenguaje que uno tiene que aprender a hablar para comunicar cosas, y como todo lenguaje tiene su gramática, tiene su sintaxis, tiene su ortografía. Y, sobre todo, tiene su literatura. Y la literatura del lenguaje de la ciencia son las historias que cuenta la ciencia sobre el mundo; parafraseando a Macbeth, la ciencia es un cuento lleno de sonido y de furia, pero que significa mucho. Es un cuento que la Humanidad se cuenta a sí misma. La historia del Universo y las historias del Universo son tan maravillosas como el más maravilloso de los cuentos. Por ejemplo, una estrella es una máquina, y verla como una máquina ya da una perspectiva nueva. Es un reactor nuclear que transforma peso y gravedad en luz. Es una perfecta máquina que un día se queda sin combustible y adiós, nos achicharra a todos nosotros. Es lo que va a ocurrir dentro de 5 mil millones de años. Ese relato del final es tan terrorífico como el más terrorífico de los cuentos de hadas. Es el cuento de hadas, o el relato, o uno de los relatos, mejor dicho, que nosotros podemos escribir sobre el Universo. Entonces es una falacia total que la ciencia no sea un relato. La ciencia lo es, porque es comunicación y es lenguaje.

–Que la ciencia sea comunicación es, también, algo que va en contra del sentido común, que supone al científico como un aislado, recluso en su laboratorio.

–Sí, claro. Y no es que existe la ciencia y después se comunica. La ciencia existe si se comunica; si no, no existe. Y esto ocurre por una razón muy simple: la ciencia occidental, la que se consolida con Copérnico y la revolución científica del siglo XVI, insta una manera de hacer que es necesariamente pública, porque el núcleo explícito de la ciencia es el experimento, y el experimento tiene que ser reproducible. Tiene que ser controlado por alguien. No es admisible una ciencia hermética, porque algo que no se comunicó a alguien de tal manera que la otra persona pudiera comprobarlo no es un enunciado científico. Aclaro que estoy simplificando mucho el esquema epistemológico de la ciencia (planteado por Newton en el siglo XVII), e incluso no estoy de todo de acuerdo con él, pero lo tomo como punto de partida. En este marco, un enunciado científico es un enunciado que alguien escucha.

–¿Por qué?

–Porque si nadie lo escucha es simplemente un pensamiento de la persona a la que se le ocurrió. Puede ser verdadero o falso y no tiene la menor importancia: el valor de verdad –

siempre provisorio– de los enunciados científicos se da en esa relación particular de comunicación que es el experimento. No es ninguna casualidad que uno de los grandes héroes de la revolución científica, Galileo Galilei, empezara a escribir en italiano. Y fue, dicho sea de paso, una de las acusaciones que se le hizo: escribir en italiano y no en latín. Por otro lado, El mensajero de los astros fue, quizás, el primer ejemplo de divulgación científica moderna. Lo hacía el propio Galileo. Si uno lee a Galileo, aprende un montón porque cualquiera de los libros de Galileo parecen escritos por un periodista actual. Lo que hace Galileo es publicitar a la ciencia: la ciencia no es patrimonio de quien la descubre –nos dice–, sino que es patrimonio de todos. Pero es patrimonio de todos de manera intrínseca, ya que no hay ciencia sin experimento.

–¿Y por qué considerarás que es importante que la ciencia llegue a la sociedad?

–Antes que nada, porque es parte de la cultura. Y creo que la cultura en general debe llegar a todo el mundo, como debe hacerlo la música clásica y la buena literatura. En segundo lugar, porque estamos en una civilización que está sostenida por el conocimiento científico y la tecnología. Este es un fenómeno que se da a partir de mediados del siglo XIX: empieza la globalización de las comunicaciones, que evoluciona hasta dar ahora Internet. Hace un tiempo, un amigo me decía que le hubiese gustado vivir en el 1800. Justamente ahora, que estoy escribiendo sobre historia de la medicina, me doy cuenta de que no me gustaría vivir en ninguna época que no fuera ésta. Me aterraría ir al dentista en el año 1800, sin anestesia, sin antibióticos...

–Por último, una pregunta bien simple: ¿qué es la ciencia?

–Bien simple, sí... A ver: es un tipo de conocimiento racional que se basa en un método (aunque no está claro cuál sea tal método: puede ser inductivo, hipotético-deductivo...). Una de mis frases favoritas es de Asimov, que define el método científico como “el método que usan los científicos para hacer descubrimientos científicos”. Creo que hay ciertas visiones muy estancadas del método científico que dejan fuera de la ciencia a la creatividad. Es falso lo que dice muchas veces el discurso, que viene de cierta forma reaccionaria del romanticismo, de que la ciencia por su racionalismo impide la emoción: la ciencia es una aventura llena de emociones y lo creativo es una de las condiciones de su existencia. Y esto lo podemos pensar, incluso, si revisamos el método científico moderno, el que Newton recomienda en sus Principia. La ciencia trabaja mediante experimentos que después se extienden por inducción a leyes generales. Se supone que a través de varios experimentos se puede sacar una ley general, pero tal método no es una cosa que garantice la verdad. La inducción es una operación filosófica, una operación puramente creativa. Nadie me asegura a mí que yo pueda inducir sin ningún error a partir de un cierto número de casos. Entonces ahí hay un paso creativo, un paso metafísico, un paso filosófico, o como quieran llamarlo, que está metido adentro de la ciencia. Es decir que la creatividad es una parte insoluble de la ciencia, de la misma manera que lo es del arte.

–Y para definir la ciencia es necesario poner dentro de un mismo concepto cosas que parecen muy diferentes entre sí.

–Claro, y no todo el mundo cree que la ciencia está unificada. No se parecen demasiado, por ejemplo, las ciencias puramente empíricas y las ciencias puramente deductivas o formales, como es la matemática. En la gama intermedia hay de todo. Mi tendencia es hacia las ciencias deductivas. A mí la cosa empírica no me parece tan interesante, porque yo estudié matemática y todos los matemáticos en el fondo somos platónicos, lo reconozcamos o no. Creemos que las matemáticas subyacen a la realidad. No obstante, yo me esfuerzo por abarcar lo empírico también. Pero el modo en que alguien describe lo que ve en un microscopio no me interesa tanto como la idea que puede surgir de esa observación. Ver en el microscopio una célula y describirla es un mérito, pero pegar el salto y decir “la célula es la base de toda la vida” es lo que más me interesa. Ese salto al vacío es el salto que la ciencia tiene que dar, y es el que yo mismo trato de dar cuando escribo.

Actividad 4.4.

Dado el siguiente sistema axiomático demostrar en el sistema (S) el teorema: "q . r".

Términos: p, q, r, ., \supset

Axiomas: 1) $p \supset q$; 2) $q \supset r$; 3) p

Reglas: R1) Modus Ponens R2) Conjunción

Teorema a demostrar: q . r

Sistema (S)

1) $p \supset q$ Axioma 1

2) $q \supset r$ Axioma 2

3) p Axioma 3

4)

Actividad 4.5.

Dado el siguiente sistema axiomático demostrar en el sistema (S) el teorema: "t".

Términos: p; q; t, ., \supset , v

Axiomas: 1) p . q; 2) $(p \vee q) \supset t$

Reglas: R1) Simplificación; R2) Adición; R3) Modus Ponens

Teorema a demostrar: "t"

Sistema (S)

1) p . q Axioma 1

2) $(p \vee q) \supset t$ Axioma 2

3)

PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS AXIOMÁTICOS

Actividad 4.6.

Dado el siguiente sistema axiomático: a) demostrar en el sistema (S) el teorema " $\neg p \supset \neg s$ ". b) Indicar si los axiomas del sistema (S) son independientes o no lo son. c) Justifique su respuesta.

Términos: p; q; s, \supset , -

Axiomas: 1) $\neg p \supset \neg q$; 2) $\neg p$; 3) $\neg q$; 4) $\neg q \supset \neg s$

Reglas: R1) Silogismo Hipotético

Teorema a demostrar: " $\neg p \supset \neg s$ "

Sistema (S)

- 1) $\neg p \supset \neg q$ Axioma 1
- 2) $\neg p$ Axioma 2
- 3) $\neg q$ Axioma 3
- 4) $\neg q \supset \neg s$ Axioma 4
- 5)

Actividad 4.7.

Dado el siguiente sistema axiomático: a) demostrar en el sistema (S) el teorema "p". b) ¿Es posible derivar la negación de "p" mediante alguna otra regla? Indicar si el sistema es consistente o inconsistente. c) Justifique su respuesta.

Términos: p, q, \neg , \supset

Axiomas: $p \supset q$; $p \cdot q$; $\neg q$

Reglas: R1) Simplificación

Teorema a demostrar: p

Sistema (S)

- 1) $p \supset q$ Axioma 1
- 2) $p \cdot q$ Axioma 2
- 3) $\neg q$ Axioma 3
- 4)

Actividad 4.8

Un claro ejemplo de un sistema axiomático moderno lo proporcionó Douglas Hofstadter (científico estadounidense, 1945), quien ha propuesto el "Acertijo MU" y para ello construyó un sistema como el siguiente:

Dado el siguiente sistema axiomático formal (SAF) ¿puede Ud. producir MU como teorema? Ese es el desafío. Para ello tenga en cuenta los siguientes datos:

El desafío consiste en probar o bien que la palabra MU es un teorema en el sistema, o bien que no lo es. Si MU es un teorema, entonces puede ser generado a partir de su único axioma y las cuatro reglas de transformación de fórmulas, y en tal caso habrá que mostrar su derivación. Si MU no es un teorema del sistema, entonces habrá que probar que bajo ninguna circunstancia puede ser generado por el axioma y las cuatro reglas de este sistema. Esta última prueba no es una derivación en el sistema, sino que tendrá la forma de una demostración en el metalenguaje.

Términos primitivos: M, I, U.

Axiomas: MI

Reglas:

RI: Si se tiene una cadena cuya última letra sea I, se le puede agregar una U al final.

RII: Supongamos que se tenga Mx. En tal caso, puede agregarse Mxx a la colección. ("x" es cualquier cadena, por ejemplo: I, o IU, etc. Así podemos pasar de MI a MII siendo I "x"

e II "xx", o pasar de MIU a MIUIU siendo IU "x" e IUIU "xx"). Las cadenas nunca pueden contener "x".

RIII: Si en una de las cadenas de la colección aparece la secuencia III, puede elaborarse una nueva cadena sustituyendo III por U.

RIV: Si aparece UU en el interior de una de las cadenas, está permitida su eliminación.

Hofstadter. D.R., *Gödel, Escher, Bach: an Eternal Goleen Braid*, N.Y.C., Basic Books, 1999

UTILIDAD DE LOS SISTEMAS AXIOMÁTICOS

Actividad 4.9.

A partir de lo indicado en el ítem 5.3.1. de *Pensar la ciencia hoy*, y tomando como ejemplo el sistema axiomático propuesto para la geografía, elabore un sistema axiomático aplicado a otra área de conocimiento (natural o social).