

El Faro de IPC



Faro Unidad 4.

Orientador para la lectura

Ambrosini, C. y Beraldi, G., *Pensar la ciencia hoy. La epistemología entre teorías, modelos y valores*, Buenos Aires, Editorial Educando, 2018, 2ª ed., Capítulo 5

Atención!!! Cuando en las consignas se solicite que brinde ejemplos, los mismos no deben ser los que están en el texto.

Comenzamos la segunda parte de la segunda sección que versa sobre la metodología de las ciencias formales: la matemática y la lógica. En la unidad 4 (capítulo 5) desarrollaremos algunos conceptos centrales sobre las ciencias formales. Los contenidos de este apartado corresponden con el análisis de los constructos formales en matemáticas y lógica y su relación con la realidad, los sistemas axiomáticos, sus propiedades particulares, su interpretación y modelos.

Las demostraciones en ciencias formales son cadenas finitas de afirmaciones o enunciados. Cuando miramos con atención los eslabones de estas cadenas veremos que algunos de esos enunciados (los axiomas) se dan (por válidos) como punto de partida desde el inicio del argumento, mientras que otros enunciados (los teoremas) se obtienen de otros eslabones de la cadena por aplicación de alguna regla de inferencia dada. La

elegancia de las demostraciones de las ciencias formales radica en que cualquiera podría verificar la corrección del proceso a partir del análisis mecánico de estas inferencias.

Por ejemplo, tanto la geometría euclidiana como las no euclidianas son cadenas finitas de enunciados. La diferencia entre estos constructos radica en que la geometría euclidiana parte de enunciados que pretendían ser verdades fundadas en la característica de evidentes que estos poseen cuando versan de entidades abstractas (punto, línea, paralela, etc.), mientras que las otras fueron pensadas inicialmente como constructos matemáticos formales desvinculados de la realidad. La noción actual de sistema axiomático formal se la debemos a autores como Moritz Pasch (1843-1931), Julius Dedekind (1831-1916), Giuseppe Peano (1858-1932) y, sobre todo, David Hilbert (1862-1943).

Gregorio Klimovsky (1922-2009) advierte que “formal” se dice de muchas maneras, e indica 5 acepciones de la palabra. La primera remite a la posibilidad de reemplazar el lenguaje ordinario por signos especiales, proceso al que se denomina simbolización o formalización. La segunda acepción remite al uso de “esquemas de argumento” que regimientan los casos particulares, lo que se señala como la base del concepto de forma lógica de los argumentos. La tercera acepción remite a la posibilidad de una ciencia dada de construir un orden deductivo jerárquico o teoría como es el caso de la mecánica o la óptica. La cuarta acepción remite a que no se considera el significado de los símbolos utilizados sino sólo sus aplicaciones sintácticas y computacionales, desvinculados del plano empírico. Y la quinta acepción remite a las entidades que habitan el segundo ámbito de Platón, que habitualmente se las llama ideas o formas. Es claro que la cuarta acepción de la palabra formal es la que se usa en la caracterización de los sistemas axiomáticos formales que describen las matemáticas y la lógica.

Los sistemas axiomáticos, según las tradiciones que los determinen, están compuestos por axiomas, postulados, términos primitivos, términos definidos, reglas y teoremas. Entre las propiedades de los sistemas axiomáticos podemos destacar la consistencia, la completitud, la independencia y la decidibilidad. Una característica importante de los sistemas axiomáticos está en la posibilidad de (determinar) contar con distintos modelos.

El teorema de incompletitud de Kurt Gödel (1906-1978) de 1931 versa sobre el alcance de los métodos demostrativos basados en axiomas y demostraciones mecánicas en el terreno de los fundamentos de las matemáticas. ¿Es posible reducir toda verdad matemática a una demostración finitista, o sea, una demostración con una serie finita de pasos? La respuesta negativa de Gödel pone fin al programa iniciado por Hilbert.

A continuación, se presentan algunas preguntas y consignas orientadas a favorecer la comprensión de la unidad 4: “Ciencias formales”. Esta guía para la orientación de la lectura del capítulo 5 del libro, comprende el contenido obligatorio del tema a evaluarse. La elaboración de la misma no será requerida para ser presentada en ninguna instancia. Es de uso exclusivo para los estudiantes y entendemos que la reflexión sobre estos temas será una herramienta útil para el momento de estudiar...

¡Buena suerte!

1. ¿En qué consiste una demostración en el campo de las ciencias formales y cómo se diferencia de aquellas propias de las ciencias fácticas?
2. Caracterice la llamada *concepción clásica* de las ciencias formales y sus supuestos fundamentales.
3. Determine los elementos básicos constituyentes de los sistemas axiomáticos, sus características puntuales y diferencias, en particular, los conceptos de término primitivo, término definido, axioma, reglas y teorema. Ofrezca un ejemplo de cada uno.
4. ¿Por qué se dice que un intento por definir todos los términos nos llevaría a un círculo vicioso?
5. Determine los pasos necesarios para construir un sistema axiomático.
6. Explique la frase de Russell: “En matemáticas nunca se sabe de qué se está hablando ni si lo que se dice es verdad”.
7. ¿Por qué no es necesario demostrar los axiomas del sistema, y se dice que un intento por hacerlo nos llevaría a una regresión al infinito?
8. ¿Qué significa que un sistema axiomático es consistente? ¿Por qué es importante esta propiedad de los sistemas axiomáticos?
9. ¿Por qué los axiomas deben ser independientes entre sí? ¿De qué manera afecta al sistema la dependencia de los axiomas?
10. ¿Qué significa que un sistema axiomático es completo?
11. ¿En qué consiste el concepto de interpretación en los sistemas axiomáticos?
12. ¿Qué es un modelo de un sistema axiomático?