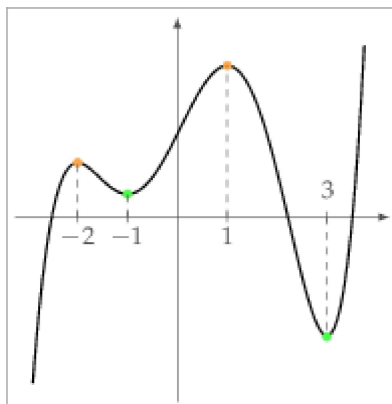


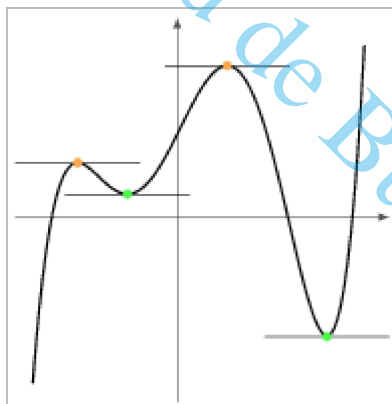
# Extremos relativos o locales

Decimos que una función  $f$  alcanza un **máximo relativo (o local)** en  $x_0$  si  $f(x_0)$  es el valor más grande que toma  $f$  cerca de  $x_0$ . Respectivamente,  $f$  alcanza un **mínimo relativo (o local)** en  $x_1$  si  $f(x_1)$  es el valor más chico que toma  $f$  cerca de  $x_1$ . Por ejemplo, la función  $f$  cuyo gráfico es



alcanza máximos relativos en  $x = -2$  y en  $x = 1$  y mínimos relativos en  $x = -1$  y en  $x = 3$ . El término **extremos** engloba tanto a máximos como a mínimos. Se llaman relativos o locales porque solo funcionan como máximos o mínimos cerca del punto en cuestión y no para todo el dominio de la función.

Si  $f$  es una función derivable que tiene un extremo relativo o local en un punto  $x_0$ , la recta tangente al gráfico de  $f$  en el punto  $(x_0, f(x_0))$  es horizontal, como puede verse en el siguiente gráfico:



es decir, si  $f$  tiene un extremo (máximo o mínimo) local en  $x_0$ , entonces  $f'(x_0) = 0$ .

**Ejemplo.** Continuemos analizando la función  $f(x) = x^3 - 3x$  (recordar que ya hemos hecho el estudio de crecimiento y decrecimiento de esta función). Busquemos ahora sus máximos y mínimos locales. Como  $\text{Dom}(f') = \mathbb{R}$ , los candidatos a extremos relativos son aquellos puntos donde  $f'(x) = 0$ . Los ceros de  $f'(x) = 3x^2 - 3$  son  $-1$  y  $1$ . Para ver si son máximos o mínimos relativos de  $f$  analicemos el crecimiento y decrecimiento de  $f$  a izquierda y derecha, cerca de cada uno de estos puntos, utilizando la información de los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f$  que ya habíamos obtenido:

- $f$  es creciente en  $(-\infty; -1)$  (a la izquierda de  $-1$ ) y es decreciente en  $(-1; 1)$  (a la derecha de  $-1$ ); concluimos que  $f$  tiene un máximo local en  $x = -1$
- $f$  es decreciente en  $(-1; 1)$  (a la izquierda de  $1$ ) y es creciente en  $(1; +\infty)$  (a la derecha de  $1$ ); luego,  $f$  tiene un mínimo local en  $x = 1$

Concluimos que: