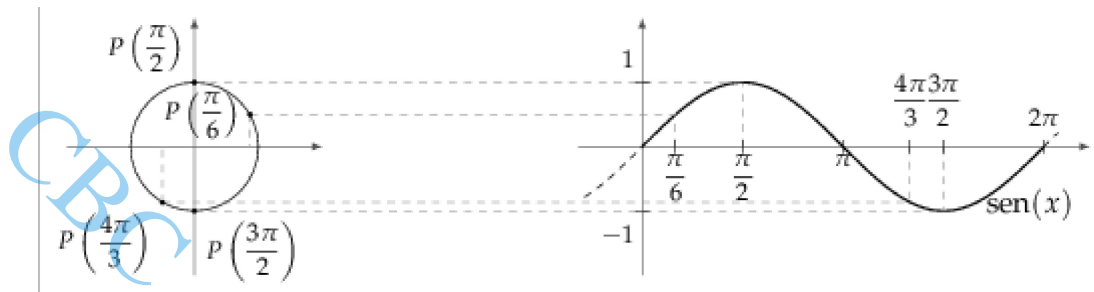


Estudio de las funciones seno y coseno

Estudio de la función seno

Empecemos a armar el gráfico de la función $f(x) = \text{sen}(x)$:



Aquí podemos ver que $\text{sen}(x)$ siempre estará entre -1 y 1 pues las ordenadas de los puntos de la circunferencia se encuentran entre estos valores. Luego, la imagen de $f(x) = \text{sen}(x)$ es $\text{Im}f = [-1; 1]$.

Esta función presenta las siguientes propiedades:

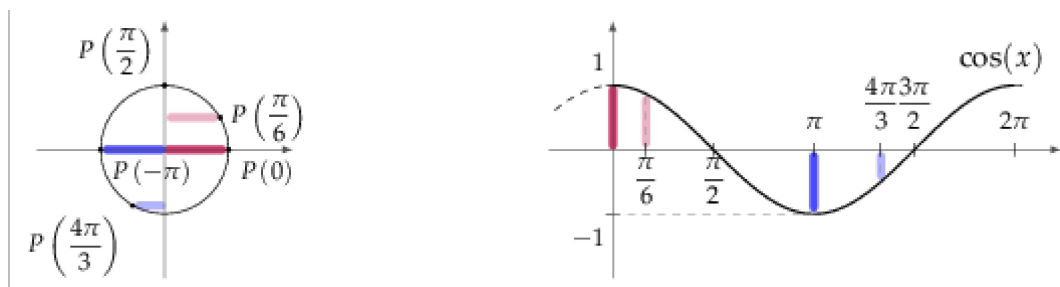
- El dominio es \mathbb{R} y su imagen es el intervalo $[-1; 1]$.
- Su conjunto de ceros es $C^0 = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
- Es periódica, de período 2π .
- Su valor máximo es 1 y lo alcanza para todo x de la forma $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.
- Su valor mínimo es -1 y lo alcanza para todo x de la forma $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.

Resumiendo en un gráfico:



Estudio de la función coseno

Armemos el gráfico de la función $f(x) = \text{cos}(x)$:

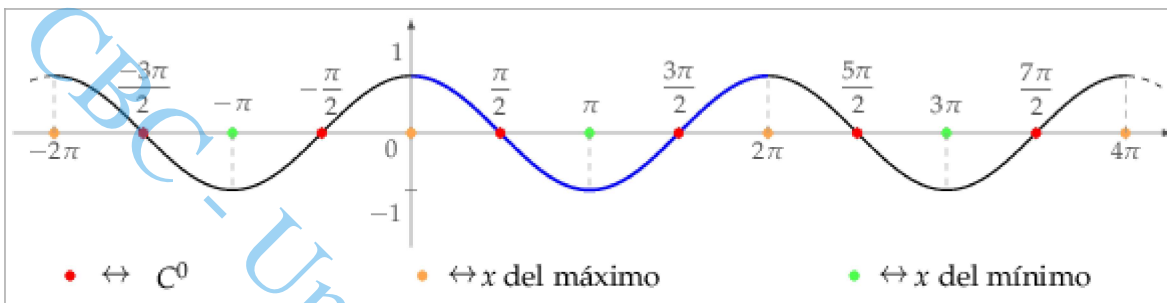


Aquí también vemos que $\cos(x)$ siempre estará entre -1 y 1 pues las abscisas de los puntos de la circunferencia se encuentran entre estos valores. Luego, la imagen de $f(x) = \cos(x)$ es $\text{Im}f = [-1; 1]$.

Esta función presenta las siguientes propiedades:

- El dominio es \mathbb{R} y su imagen es el intervalo $[-1; 1]$.
- Su conjunto de ceros es $C^0 = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- Es periódica, de período 2π .
- Su valor máximo es 1 y lo alcanza para todo x de la forma $x = 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.
- Su valor mínimo es -1 y lo alcanza para todo x de la forma $x = \pi + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.

Resumiendo en un gráfico:



Ejemplo. Hallar los ceros de $f(x) = 1 + 2 \sin(3x + \pi)$ para $x \in \left[-\pi; \frac{\pi}{6}\right]$.

Tenemos que resolver la ecuación

$$1 + 2 \sin(3x + \pi) = 0 \quad \text{para } x \in \left[-\pi; \frac{\pi}{6}\right].$$

Despejando, esto es equivalente a resolver

$$\sin(3x + \pi) = -\frac{1}{2} \quad \text{para } x \in \left[-\pi; \frac{\pi}{6}\right].$$

Notemos que x se encuentra dentro del argumento de la función seno

$$\sin(3x + \pi) = -\frac{1}{2},$$

por lo que no se puede despejar directamente.

Veamos primero cómo despejar la ecuación

$$\sin(z) = -\frac{1}{2},$$

para un argumento z .

