

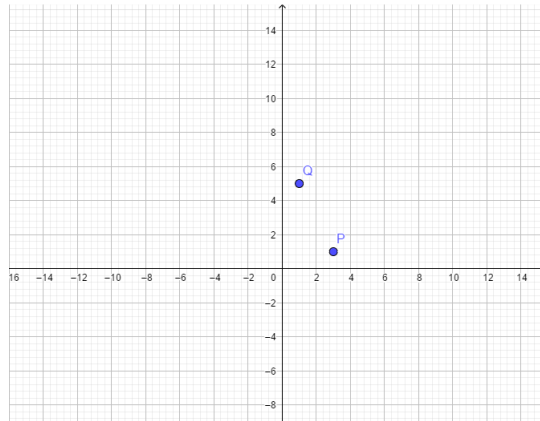
# Práctica 10

## Geometría

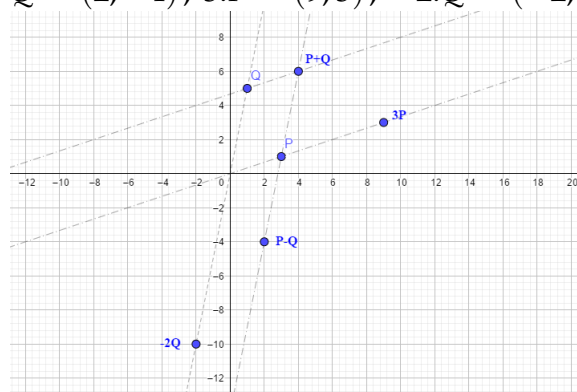
## Respuestas

### Ejercicio 1.

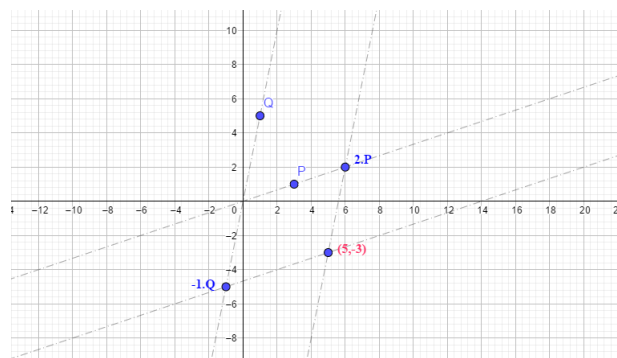
a) .



b)  $P + Q = (4, 6)$ ,  $P - Q = (2, -4)$ ,  $3.P = (9, 3)$ ,  $-2.Q = (-2, -10)$



c)  $a=2, b=-1$



d) Para cualesquiera valores de  $x$  e  $y$ .

**Ejercicio 2.**

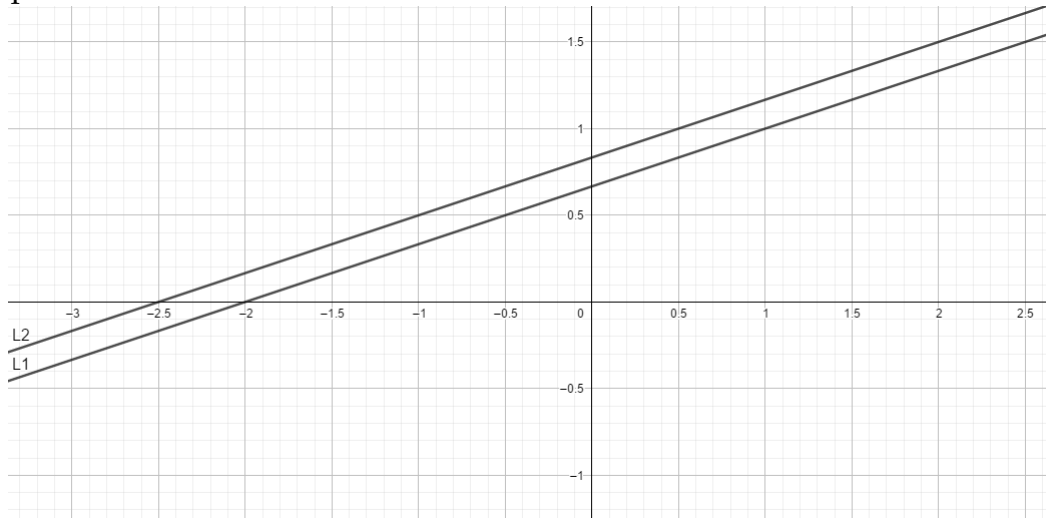
- a)  $(3, -3), (-3, 3)$  (todas las soluciones posibles son los vectores del tipo  $(a, -a)$  para  $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ )
- b)  $L : x + y = 0 \quad L : \vec{X} = \alpha \cdot (1, -1)$  (las ecuaciones no son únicas)
- c)  $(2, 1) \notin L, (0, 0) \in L, (-2, 3) \notin L, (x, -x) \in L.$

**Ejercicio 3.**

- a)  $L_1 : x + 5y = 7; L_2 : x + 3y = 3; L_3 : x = 5$  y  $L_5 : y = 1.$
- b)  $L_2 : \vec{X} = \alpha \cdot (3, -1) + (-3, 2), L_3 : \vec{X} = \alpha \cdot (0, 1) + (5, 0)$  y  $L_4 : \alpha \cdot (-3, 1) + (-1, 0).$
- c)  $L_1$  pendiente  $-\frac{1}{5}; L_2$  pendiente  $-\frac{1}{3}; L_4$  pendiente  $-\frac{1}{3}$  y  $L_5$  pendiente 0

**Ejercicio 4.**

- a) Son paralelas.



- b) Todos los vectores dirección posibles son de la forma  $(3x, x)$  para  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$

**Ejercicio 5.**

- a)  $L' : \vec{X} = \beta \cdot (2, -3) + (0, 0)$                       b)  $L' : 3x + 2y = -1$
- c)  $L' : \vec{X} = \alpha \cdot (0, 1) + (3, 0)$

**Ejercicio 6.**

- a)  $\left\{ \left( \frac{1}{2}, -\frac{9}{2} \right) \right\}$                       b)  $\{(-1, -5)\}$                       c)  $\{(-10, 4)\}$

**Ejercicio 7.**

$$a) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

Sistema compatible determinado, rectas transversales.  $L_1 \cap L_2 = \{(1, 1)\}$

$$b) \begin{cases} x + 3y = 6 \\ -2x - 6y = 2 \end{cases}$$

Sistema incompatible, rectas paralelas no coincidentes,  $L_1 \cap L_2 = \emptyset$

$$c) \begin{cases} x - 2y = -1 \\ 3x - 6y = -3 \end{cases}$$

Sistema compatible indeterminado, rectas coincidentes,  $L_1 \cap L_2 = L_1$

**Ejercicio 8.**  $L : \vec{X} = \beta \cdot (2, 1) + \left(\frac{1}{3}, -\frac{7}{3}\right)$ .

**Ejercicio 9.**  $b = -1$

**Ejercicio 10.**

$$a) \langle (1, -1); (2, 4) \rangle = -2$$

$$b) \langle (1, 3); (-6, 2) \rangle = 0 \text{ (son ortogonales)}$$

$$c) \langle (1, 2); (1, 2) \rangle = 5$$

$$d) \langle (-1, 0); (0, 1) \rangle = 0 \text{ (son ortogonales)}$$

**Ejercicio 11.**

$$a) L : \vec{X} = \beta \cdot (2, -5) + (2, 6)$$

$$b) L : x = 3$$

**Ejercicio 12.**  $L_2 : \vec{X} = \beta \cdot (-2, 1) + (1, 2)$ . Pendiente de  $L_1$  es 2 y pendiente de  $L_2$  es  $-\frac{1}{2}$

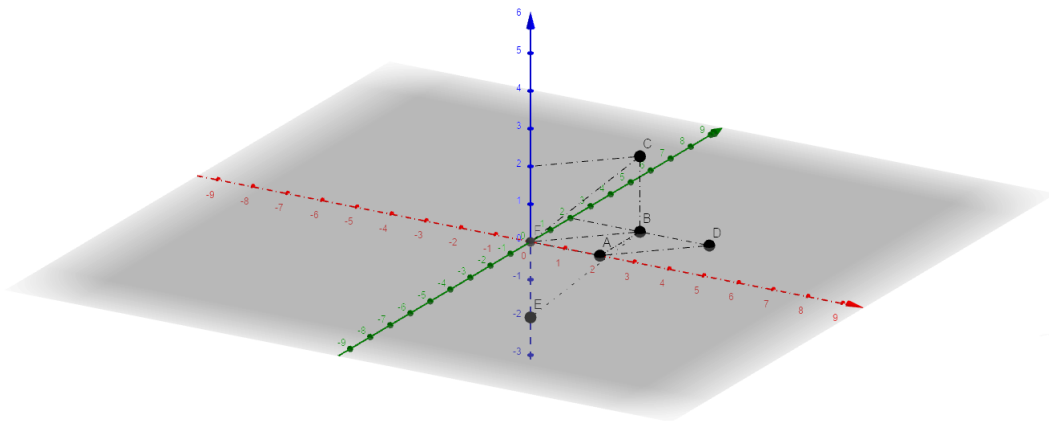
**Ejercicio 13.**

$$a) \left(\frac{38}{9}, \frac{76}{9}\right)$$

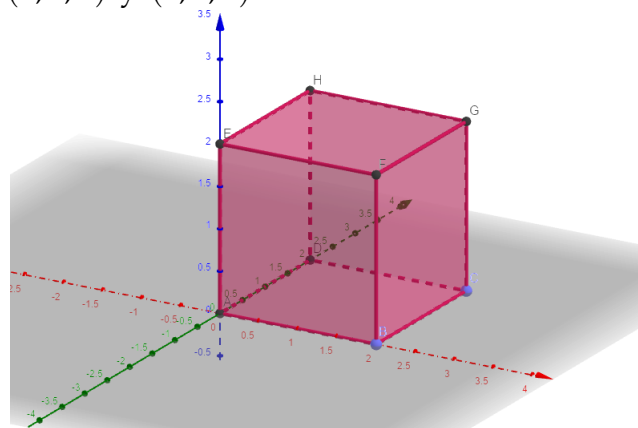
$$b) (1, 2) \text{ y } \left(\frac{21}{5}, \frac{42}{5}\right)$$

**Ejercicio 14.**

a) .



b)  $(2,2,0)$ ,  $(2,0,2)$ ,  $(0,2,2)$  y  $(2,2,2)$



**Ejercicio 15.**

- a)  $\langle (1,3,5); (3,0,-2) \rangle = -7$ ,  $(1,3,5) \times (3,0,-2) = (-6,17,-9)$
- b)  $\langle (-1,2,1); (6,1,4) \rangle = 0$ ,  $(-1,2,1) \times (6,1,4) = (7,10,-13)$  (son ortogonales)
- c)  $\langle (2,4,-2); (-3,-6,3) \rangle = -36$ ,  $(2,4,-2) \times (-3,-6,3) = (0,0,0)$  (son colineales)
- d)  $\langle (1,0,0); (0,1,1) \rangle = 0$ ,  $(1,0,0) \times (0,1,1) = (0,-1,1)$  (son ortogonales)

**Ejercicio 16.**

- a)  $\alpha \cdot (3,1,0) + \beta \cdot (0,5,3)$  para  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .
- b)  $\alpha \cdot (6,7,3)$  para  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**Ejercicio 17.**

- a)  $L : \vec{X} = \alpha \cdot (1,-1,2)$
- b)  $L : \vec{X} = \alpha \cdot (1,-1,2) + (0,2,-3)$

c)  $L : \vec{X} = \alpha \cdot (5, 2, -1) + (-4, 3, 2)$

d)  $L' : \vec{X} = \lambda \cdot (2, 1, -1) + (0, 3, 2)$

e)  $L : \vec{X} = \lambda \cdot (-5, 4, 2)$

f)  $L : \vec{X} = \lambda \cdot (2, -3, 1) + (0, 3, 2)$

g)  $L' : \vec{X} = \lambda \cdot (2, 1, 0)$

**Ejercicio 18.**

a)  $(7, 10, 0)$

b)  $(-1, -1, 7) \notin L_2$  y  $(1, -2, 6) \in L_2$

**Ejercicio 19.**

a)  $k=5$ .

b)  $k=-4$ .

**Ejercicio 20.**

a) Todos los vectores  $B$  posibles son de la forma  $(3 - a, 1 - a, 2a)$  para  $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

b)  $(2, 2, 0)$

**Ejercicio 21.**

a)  $L_1 \cap L_2 = \{(1, 1, 1)\}$ , son transversales.      b)  $L_1 \cap L_3 = \emptyset$ , son paralelas no coincidentes.

c)  $L_2 \cap L_3 = \emptyset$ , son alabeadas.      d)  $L_1 \cap L_4 = L_1$ , son coincidentes.

**Ejercicio 22.**

a) Todas las soluciones son de la forma  $(a, b, 0)$  con  $a, b \in \mathbb{R}$

b) Todas las soluciones son de la forma  $(a, b, 1)$  con  $a, b \in \mathbb{R}$

**Ejercicio 23.**

a)  $\Pi_1 : z = 0$ , dirección normal  $(0, 0, 1)$ .

b)  $\Pi_2 : z = 0$ , dirección normal  $(0, 0, 1)$ .

c)  $\Pi_3 : z = 1$ , dirección normal  $(0, 0, 1)$ .

**Ejercicio 24.**

a)  $\Pi_1 : \vec{X} = \alpha(0, -12, -24) + \beta(-2, -9, -28) + (2, 11, 31)$ .

b)  $A, B$  y  $C$  pertenecen a  $\Pi_2$

c)  $\Pi_1 = \Pi_2$  aunque a simple vista las ecuaciones paramétricas son distintas.

**Ejercicio 25.**

a)  $x = 0$  (plano  $yz$ ),  $y = 0$  (plano  $xz$ ),  $z = 0$  (plano  $xy$ )

b)  $3x - 2y + 2z = 1$

c)  $5x + 2y - z = 1$

**Ejercicio 26.**  $x - y - z = 0$ .

**Ejercicio 27.**

a)  $y + z = 3$

b)  $y - z = -3$

c)  $3x + 2y + z = 6$

d)  $x - y + z = 0$

**Ejercicio 28.**

a)  $\alpha \cdot (1, 0, 0) + (0, 0, 2)$

b)  $\alpha \cdot (1, -1, -1)$

c)  $\alpha \cdot (1, -5, -2) + (1, -1, 0)$

d)  $\Pi_1 \cap \Pi_2 = \emptyset$

e)  $\alpha \cdot (1, 0, 1) + \beta \cdot (0, 1, 1) + (1, 0, 0)$

**Ejercicio 29.**

a)  $L_1 : \begin{cases} x - z = 2 \\ y - 3z = 0 \end{cases}$

b)  $L_2 : \begin{cases} x + 3z = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

c)  $L_3 : \begin{cases} x + 5z = 6 \\ -x + 3y + z = 0 \end{cases}$

d)  $L_4 : \begin{cases} x - y = 1 \\ y + z = 0 \end{cases}$

**Ejercicio 30.** Son paralelas no coincidentes.

**Ejercicio 31.**  $a = 7$ .

**Ejercicio 32.**

a)  $\{(-1, -4, 0)\}$

b)  $\{(-2, 3, 0)\}$

c)  $L$

d)  $\emptyset$

e)  $\{(-1, 1, -1)\}$

**Ejercicio 33.**

a)  $-18$ .

b)  $(1, 1, -2), (2, 2, 0), (1, 3, -4)$  y  $(2, 3, -3)$ . Volumen 4.

c) 28.