

Práctica 7

Integrales - Áreas - Introducción a las ecuaciones diferenciales

Respuestas

Ejercicio 1.

a) Las soluciones no son únicas, pueden diferir en una constante sumada.

$$\text{i) } g(x) = \frac{1}{4}x^4$$

$$\text{ii) } g(x) = 3x$$

$$\text{iii) } g(x) = \text{sen}(x)$$

$$\text{iv) } g(x) = -\cos(x)$$

$$\text{v) } g(x) = e^x + 4x$$

$$\text{vi) } g(x) = \frac{1}{6}x^6 + x^2$$

b) Las soluciones no son únicas, pueden diferir en una constante sumada.

$$\text{i) } F(x) = -2 \cos(x)$$

$$\text{ii) } F(x) = \frac{1}{4}x^4 + \ln|x|$$

$$\text{iii) } F(x) = x^3 + \frac{2}{3}\sqrt{x^3}$$

$$\text{iv) } F(x) = -4e^x$$

Ejercicio 2.

$$\text{a) } g(x) = 4x^2 + 4$$

$$\text{b) } g(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{21}{4}$$

$$\text{c) } g(x) = -2 \text{sen}(x) + 5$$

Ejercicio 3.

$$\text{a) } \frac{x^{124}}{124} + K$$

$$\text{b) } 2x + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + K$$

$$\text{c) } 2x^3 - \cos(x) + K$$

$$\text{d) } \frac{x^3}{3} + \frac{2}{7}x^{7/2} + K$$

$$\text{e) } e^x - \frac{1}{3x^3} + K$$

$$\text{f) } 3 \text{sen}(x) + 2\cos(x) + K$$

Ejercicio 4.

$$\text{a) } \ln(|x + 3|) + K$$

$$\text{b) } \frac{1}{5} \ln(|5x - 2|) + K$$

$$\text{c) } \frac{1}{2} \ln(|x^2 + 1|) + K$$

$$\text{d) } -\frac{1}{4} \cos(4x) + K$$

$$\text{e) } \frac{1}{3} (x^2 + 3)^{\frac{3}{2}} + K$$

$$\text{f) } -\frac{1}{9x + 3} + K$$

$$\text{g) } \frac{1}{2} \ln^2(x) + K$$

$$\text{h) } -\frac{1}{4 \text{sen}^4(x)} + K$$

$$\text{i) } -\frac{1}{6} e^{-6x} + K$$

- j) $\frac{1}{4} \ln^4(x) + K$ k) $\frac{1}{3} \operatorname{sen}(x^3) + K$ l) $\operatorname{sen}(\ln(x)) + K$
 m) $-\frac{1}{8} \ln^2(-2x + 3) + K$ n) $\frac{1}{3} \ln(|3x^4 + 6x^3 - 9|) + K$
 ñ) $\frac{2}{5}(x + 2)^{\frac{5}{2}} - \frac{4}{3}(x + 2)^{\frac{3}{2}} + K$ o) $\frac{1}{9} \left[\frac{(3x + 1)^7}{7} - \frac{(3x + 1)^6}{6} \right] + K$
 p) $\frac{1}{2} e^{x^2+5} + K$ q) $-e^{\cos(x)} + K$

Ejercicio 5.

- a) $\operatorname{sen}(x)x + \cos(x) + K$ b) $e^x x - e^x + K$
 c) $\frac{2}{3} x(x + 2)^{\frac{3}{2}} - \frac{4}{15} (x + 2)^{\frac{5}{2}} + K$ d) $\frac{1}{10} x^{10} \ln(x) - \frac{1}{100} x^{10} + K$
 e) $\frac{x^4}{4} \ln\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{16} x^4 + K$ f) $-e^{-x}(x^2 + 2x + 2) + K$
 g) $-x^2 \cos(x) + 2x \operatorname{sen}(x) + 2 \cos(x) + K$
 h) $-\frac{1}{2}(x^2 + x)(x - 2)^{-2} - \frac{1}{2}(2x + 1)(x - 2)^{-1} + \ln|x - 2| + K$
 i) $\frac{1}{2} e^x (\operatorname{sen}(x) - \cos(x)) + K$

Ejercicio 6.

- a) $\frac{1}{2} \ln|x - 2| - \frac{1}{2} \ln|x| + K$ b) $3 \ln|x - 2| - \ln|x - 1| + K$
 c) $\frac{3}{2} \ln|x + 3| + \frac{3}{2} \ln|x - 3| + K$ d) $2 \ln|x - 3| - 2 \ln|x - 2| + K$
 e) $\frac{8}{5} \ln|x + 4| - \frac{3}{5} \ln|x - 1| + K$ f) $\frac{2}{3} \ln|x + 2| - \frac{1}{3} \ln|x - 1| + K$

Ejercicio 7.

- a) $\frac{2}{9} x^{\frac{9}{2}} - \frac{12}{7} x^{\frac{7}{2}} + \frac{18}{5} x^{\frac{5}{2}} + K$ b) $-\cos(\ln(x)) + K$
 c) $\frac{x^4}{4} + \frac{5}{3} x^3 + \frac{1}{30} (5x - 1)^6 + K$ d) $\frac{1}{2} \ln^2(\operatorname{sen}(x)) + K$
 e) $2 \operatorname{sen}(\sqrt{x} + 1) + x + K$

$$f) \frac{1}{6}x^2 \operatorname{sen}(6x - 2) + \frac{1}{18}x \operatorname{cos}(6x - 2) - \frac{1}{108} \operatorname{sen}(6x - 2) + \frac{1}{2}e^{2x} + K$$

$$g) \frac{4}{3} \ln|\sqrt{x} - 2| + \frac{2}{3} \ln(\sqrt{x} + 1) + K$$

$$h) \frac{1}{5} \ln|e^x - 2| + \frac{4}{5} \ln(e^x + 3) + K$$

Ejercicio 8.

$$a) g(x) = \ln|x^4 - 3x^2 + 2x + 1| + 5$$

$$b) g(x) = \frac{1}{9}(3x^2 + 9)^{\frac{3}{2}} - 4$$

$$c) g(x) = xe^x - e^x + 5$$

$$d) g(x) = -\frac{x}{2} + 2\sqrt{x} + (x - 4) \ln(\sqrt{x} + 2) + K$$

Ejercicio 9. $v(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 40$ para todo $0 \leq t \leq 6$

Ejercicio 10. $216 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$ y $3369,6 \text{ m}$.

Ejercicio 11.

$$a) 6$$

$$b) \frac{14}{3}$$

$$c) 1$$

$$d) 0$$

$$e) 2$$

$$f) e^2 - 1$$

Ejercicio 12.

$$a) 2e - \frac{2}{e}$$

$$b) 1$$

$$c) \frac{892}{35}$$

$$d) \sqrt{2} - 1$$

$$e) \frac{1}{2}(e^2 + e^{-2}) - 1$$

$$f) \frac{\ln^3(4)}{3} + \frac{15}{2}$$

$$g) 0$$

Ejercicio 13.

$$a) 13$$

$$b) 7$$

Ejercicio 14.

$$a) a = 5$$

$$b) a = -2$$

Ejercicio 15.

a) $\int_0^5 (f(x) - g(x))dx$

b) $\int_0^4 f(x)dx$

c) $\int_1^2 (-f(x))dx + \int_2^4 f(x)dx$

d) $\int_{-1}^2 (6 - g(x))dx + \int_2^5 (6 - f(x))dx$

e) $\int_{-1}^3 (f(x) - g(x))dx$

f) $\int_0^8 g(x)dx + \int_8^{10} f(x)dx + \int_{10}^{14} (f(x) - h(x))dx$

g) $\int_{-2}^0 (f(x) - x)dx + \int_0^2 (x - f(x))dx$

h) $\int_0^4 (4 - f(x))dx + \int_4^8 (f(x) - 4)dx$

i) $\int_{-2}^1 (g(x) - f(x))dx + \int_1^2 (f(x) - g(x))dx$

j) $\int_{-4}^0 f(x)dx + \int_0^5 (-f(x))dx$

Ejercicio 16. 8

Ejercicio 17.

a) $\frac{32}{3}$

b) $\frac{407}{4}$

c) $\frac{125}{6}$

d) 8

e) $\frac{1331}{6}$

Ejercicio 18.

a) $\frac{31}{6}$

b) 15

c) $\frac{e^2}{2} + e + \frac{1}{e} + \frac{1}{2e^2} - 3 \simeq 3,84836$

d) 15

e) $\frac{59}{12}$

f) 155

Ejercicio 19.

a) $\frac{16}{3}$

b) $\frac{4}{3}\sqrt{125} \simeq 14,9071$

c) $\frac{22}{3}$

d) $\frac{32}{3}$

e) 8

f) 44

g) $\frac{13}{3}$

Ejercicio 20. $f(x) = \sqrt{x^4 + 6x^2 + 2}$

Ejercicio 21. $f(x) = 3e^{-x^2}$

Ejercicio 22. $y(x) = e^{-x^2+k}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$

Ejercicio 23. $f(x) = e^{(x-1)e^x+K}$ o $f(x) = -e^{(x-1)e^x+K}$

Ejercicio 24.

a) $N(t) = 10^6 e^{-0,0001216t}$

b) $t = \frac{\ln(2)}{0,0001216} \simeq 5700,22$ años

c) Si c es el número inicial de átomos, la semivida es el tiempo t tal que $\frac{c}{c e^{0,0001216t}} = 2$ que, simplificando c , se nota que es independiente de c .

Ejercicio 25.

a) $C(t) = 8e^{-0,5t} + 22$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} C(t) = 22$, lo que indica que el cuerpo con el tiempo se va enfriando y su temperatura tiende a coincidir con la temperatura del ambiente.

c) $t = \frac{\ln(\frac{3}{8})}{-0,5} \simeq 1,96$ horas después. $t = \frac{\ln(\frac{0,1}{8})}{-0,5} \simeq 8,76$ horas después.

beginmultienumerate