

Práctica 5

Derivadas - Regla de L'Hôpital

Ejercicio 1. En cada uno de los siguientes casos, utilizando la definición, calcular la pendiente de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto P . Dar la ecuación de la recta y graficar la curva y la recta.

$$a) f(x) = x^2 - 2 \quad P = (3, 7)$$

$$b) f(x) = x^2 - 2 \quad P = (-2, 2)$$

$$c) f(x) = \frac{2}{x} \quad P = (2, 1)$$

$$d) f(x) = \frac{2}{x} \quad P = (-1, -2)$$

Ejercicio 2. En cada uno de los siguientes casos hallar la derivada de la función f usando las reglas de derivación:

$$a) f(x) = x^{\frac{3}{2}}$$

$$b) f(x) = 3x^5$$

$$c) f(x) = -4\sqrt{x}$$

$$d) f(x) = \frac{x^3}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$e) f(x) = 2x^3 - 4x + 3$$

$$f) f(x) = 3x + \cos(x) + \pi$$

$$g) f(x) = 5x^2 + \ln(x)$$

$$h) f(x) = e^x \cos(x) - 2e$$

$$i) f(x) = (2x + 3)e^x$$

$$j) f(x) = (x^4 - 3x^3)(\ln(x) + 3)$$

$$k) f(x) = \frac{3x^2 + x}{x^4 + 3}$$

$$l) f(x) = \operatorname{tg}(x) = \frac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}$$

$$m) f(x) = \frac{3x^4 + 1}{\cos(x)}$$

$$n) f(x) = \frac{x^2}{e^x}$$

Ejercicio 3. En cada uno de los siguientes casos, hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto de abscisa x_0 :

$$a) f(x) = \frac{1}{2}x^3 \quad x_0 = 2$$

$$b) f(x) = -2x^2 + 13x - 15 \quad x_0 = 3$$

$$c) f(x) = e^{-x} \cos(x) \quad x_0 = 0$$

$$d) f(x) = \frac{2}{x} - \sqrt{x} \quad x_0 = 4$$

Ejercicio 4. En cada uno de los siguientes casos, hallar la derivada la función f :

a) $f(x) = (2x + 3)^4$

b) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + x}$

c) $f(x) = \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{10}$

d) $f(x) = \text{sen}(3x)$

e) $f(x) = \cos^2(x)$

f) $f(x) = \ln(3x^2 + 1)$

g) $f(x) = \sqrt{5x + \text{sen}(x)}$

h) $f(x) = \sqrt{(2x - 3)^7}$

i) $f(x) = e^{x^2} + x$

j) $f(x) = \cos(\text{sen}(x))$

k) $f(x) = e^{x \text{sen}(x)}$

l) $f(x) = \ln(e^{\frac{1}{x}} - 7x)$

m) $f(x) = \ln\left(\frac{3x+1}{2x}\right)$

n) $f(x) = \left(\frac{x+1}{3x}\right)e^{-2x}$

ñ) $f(x) = \ln^2(5x^2 + 1)$

o) $f(x) = \text{sen}^2(x^3 + x)$

p) $f(x) = e^{x^2} \ln\left(\frac{3}{x}\right)$

Ejercicio 5. En cada uno de los siguientes casos, hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto de abscisa x_0 :

a) $f(x) = \sqrt{2x - 3}$ $x_0 = 6$

b) $f(x) = 3 \text{sen}(2x)$ $x_0 = 0$

c) $f(x) = \ln(x^4 + 2x - 2)$ $x_0 = 1$

d) $f(x) = \frac{e^{3x}}{2x - 1}$ $x_0 = 0$

Ejercicio 6.

a) Hallar todos los valores de x_0 para los que la pendiente de la recta tangente al gráfico de $f(x) = \ln(9x^2 - 4)$ en $(x_0, f(x_0))$ es igual a 2.

b) Sea $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$. Hallar el punto del gráfico de f en el que la ecuación de la recta tangente es $y = -x + 2$.

c) Hallar todos los puntos del gráfico de $f(x) = \frac{x^2 + 12x + 2}{x + 1}$ para los cuales la recta tangente es paralela a la recta de ecuación $y = 2x + 3$. Para cada punto hallado, escribir las ecuación de la recta tangente correspondiente.

Ejercicio 11. Calcular los siguientes límites:

$$\begin{array}{lll}
 a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^3 - 2x^2 - 2x - 3} & b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{\sqrt{x+16} - 4} & c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 1}{x - 3} \\
 d) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - x + 1}{x^2 - 5x + 4} & e) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{5x+2} + 2}{(x+2)^2} & f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2x - 1}{x^2} \\
 g) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{1-x} & h) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x) - x + 1}{e^{1-x} + x - 2} & i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x+1)}{\sqrt{5x+4} - 2} \\
 j) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(3x)}{2x} & k) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(6x)}{\text{sen}(7x)} & l) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2}
 \end{array}$$

Ejercicio 12. Calcular los siguientes límites:

$$\begin{array}{lll}
 a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3 + 2x} & b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 2x}{e^x} & c) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{x^3} \\
 d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{e^x} & e) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 - 1) + x^2}{x^2 + x + 1} & f) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(x^2 - 1) + x^2}{x^2 + x + 1} \\
 g) \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) & h) \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \text{sen} \left(\frac{1}{x} \right) & i) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{\ln(\text{sen}(x))}
 \end{array}$$

Ejercicio 13. Determinar si la función $f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \frac{\ln(4x^2 + 1)}{3x^2}$ tiene una asíntota vertical en $x = 0$.

Ejercicio 14. Hallar $a \in \mathbb{R}$ para que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 3x^2 - xe^{-3x}}{ax^3} = 3$.

Ejercicio 15. Dada la función $f(x) = \frac{5-x}{\ln(x-4)}$, hallar su dominio y las ecuaciones de todas sus asíntotas.

Ejercicio 16. Dada la función $f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(5x^2 + 2x)}{4x} & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = 0 \end{cases}$, hallar $a \in \mathbb{R}$ para que f sea continua en $x_0 = 0$.