

Unidad 3

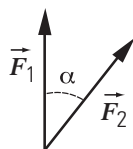
Estática

1_ Estática del cuerpo puntual

1.1- Hallar gráfica y analíticamente el módulo y la dirección de la fuerza equilibrante del siguiente sistema de fuerzas concurrentes aplicadas a un cuerpo: $|\vec{F}_1| = 4,5 \text{ kgf}$ a 45° E ; $|\vec{F}_2| = 23 \text{ N}$ hacia el este y $|\vec{F}_3| = 1,4 \text{ kgf}$ hacia el sur.

1.2-a) En el sistema de la figura, dos fuerzas de igual módulo forman un ángulo α . Sabiendo que el vector \vec{F}_1 es un vector fijo y en dirección vertical, calcular la equilibrante (módulo, dirección y sentido) si el ángulo α toma los siguientes valores:

- $\alpha = 30^\circ$
- $\alpha = 45^\circ$
- $\alpha = 60^\circ$
- $\alpha = 90^\circ$
- $\alpha = 180^\circ$

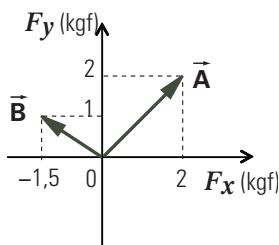


b) ¿La equilibrante está en el plano formado por las fuerzas? ¿Por qué?

1.3- En el sistema de la figura se conocen las fuerzas \vec{A} y \vec{B} y las direcciones de las fuerzas \vec{C} y \vec{D} : \vec{C} es vertical y \vec{D} es horizontal.

a) Expresar cada fuerza como vector en coordenadas cartesianas.

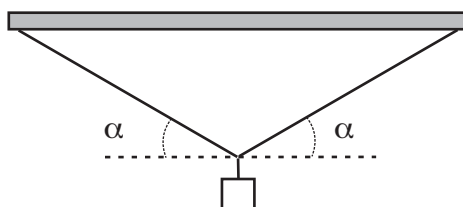
b) Determinar los módulos y sentidos de las fuerzas \vec{C} y \vec{D} para que el sistema de fuerzas se encuentre en equilibrio.



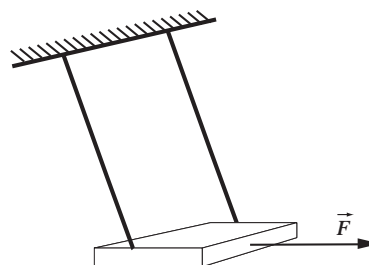
Nuestras sogas tendrán de ahora en adelante características especiales: serán hilos muy delgados de masa pequeña (despreciable) e inextensibles, y las denominaremos *sogas ideales*.

1.4- Un objeto de $45,4 \text{ kgf}$ de peso está suspendido mediante dos cuerdas que forman un ángulo α con un techo horizontal. Calcular la intensidad de la tensión en cada cuerda si:

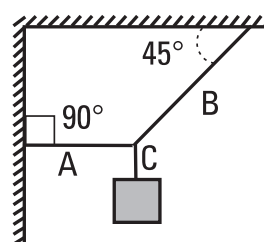
- a) $\alpha = 30^\circ$; b) $\alpha \rightarrow 90^\circ$; c) $\alpha \rightarrow 0^\circ$.



1.5- Una persona que pesa 400 N se sienta en un columpio cuyos cables podrían romperse con una fuerza de 68 kgf . Calcular la máxima fuerza que podría aplicarse al columpio con una cuerda horizontal sin que lleguen a romperse los cables.



1.6- Hallar la intensidad de la tensión en las cuerdas, si el peso que soportan es de 200 kgf .



1.7- Tres cables A, B y C atados a único nudo se mantienen tirantes y en equilibrio. Las tensiones de los cables A y B son de 45 kgf cada una.

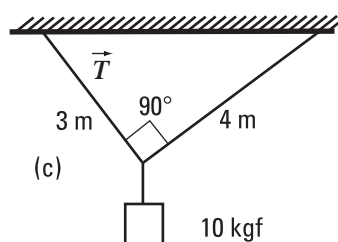
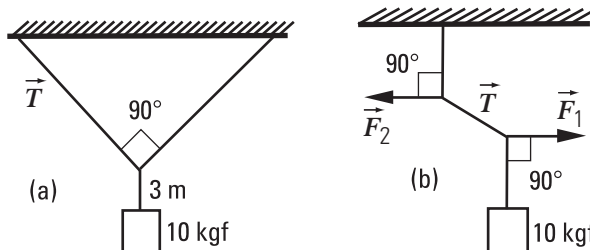
Calcular la intensidad de la tensión del cable C, en los siguientes casos:

- a- A y B son paralelos. Analizar igual sentido y sentido contrario.
- b- A y B son perpendiculares.

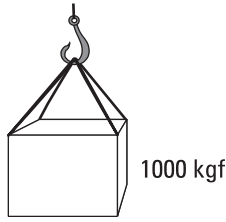
1.8- Indicar en qué casos puede ser calculada la tensión \vec{T} , si sólo están dadas las cantidades que se indican en las figuras.

Considerar: $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$.

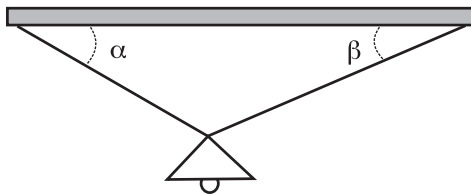
En el caso en que la información sea insuficiente, indicar qué dato es necesario para poder resolver el problema.



1.9- Calcular qué ángulo máximo pueden formar con la vertical las cuatro cuerdas de la figura, para que la fuerza que soporta cada una no exceda los 500 kgf. (Use consideraciones de simetría).



1.10- La lámpara de la figura que pesa P está sostenida por dos cuerdas como muestra la figura. Hallar las intensidades de la tensión en la cuerda de la izquierda (\vec{T}_i) y en la cuerda de la derecha (\vec{T}_d) si los ángulos α y β toman los siguientes valores, respectivamente:



- a) 45° y 45°
- b) 37° y 53°
- c) 30° y 60°
- d) 53° y 37°
- e) 30° y 30°
- f) 60° y 30°

2_ Estática del cuerpo extenso

2.1- Dadas las siguientes afirmaciones, referidas a un sistema de fuerzas aplicadas a un cuerpo extenso:

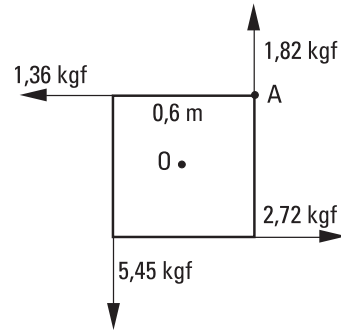
- I) La suma de las fuerzas es cero
- II) La suma de los momentos de las fuerzas respecto a un punto es cero
- III) La suma de los momentos de las fuerzas respecto a dos puntos distintos, son nulos

Entonces está en equilibrio si se cumple:

- a) solamente I
- b) solamente II
- c) solamente III
- d) I y II simultáneamente
- e) ninguna de las anteriores es la correcta.

2.2- El radio del volante de un vehículo es de 23 cm. El conductor ejerce una fuerza de 1,82 kgf tangente al volante haciéndolo girar en sentido horario. ¿Qué momento, con respecto al eje, produce? ¿Qué fuerza debería ejercerse sobre el volante para que éste no gire? ¿Dónde la aplicaría?

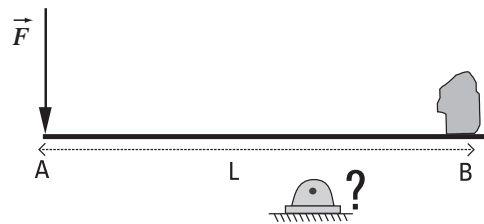
2.3- Un cuadrado tiene 0,6 m de lado. A lo largo de sus lados actúan fuerzas de 1,36 kgf; 1,82 kgf; 2,72 kgf y 5,45 kgf, respectivamente.



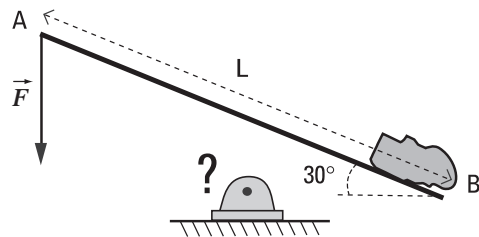
Calcular el momento total:
 a) Con respecto al centro del cuadrado O.
 b) Con respecto al punto A (ver figura)

2.4- Dónde habrá que colocar un apoyo fijo en la tabla para usarla a modo de palanca si se desea mantener en equilibrio una piedra de peso 225 kgf ubicada en el extremo B, aplicando una fuerza de 25 kgf en el extremo A. La longitud de la tabla es de 2 m y el peso despreciable.

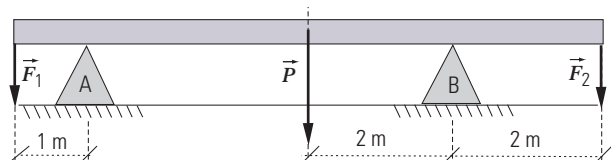
a- La tabla está horizontal.



b- La tabla está inclinada 30° .



2.5- Una barra homogénea en equilibrio se encuentra apoyada sobre los apoyos A y B (ver figura). Determinar las fuerzas ejercidas sobre la barra por los dos apoyos \vec{R}_A y \vec{R}_B . La barra pesa 80 N y mide 8 m. Datos: $|\vec{F}_1| = 20$ N y $|\vec{F}_2| = 40$ N.

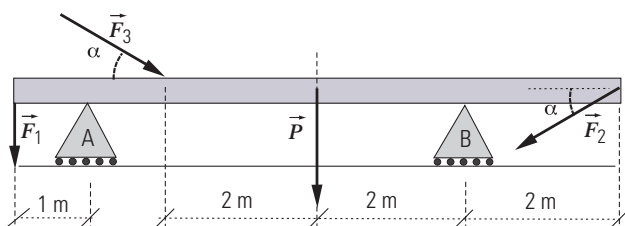


2.6- a) Si en el sistema de la figura del ejercicio 2.5 se quita el apoyo A, calcular dónde debe ubicarse el apoyo B para seguir manteniendo al sistema en equilibrio.

b) Si ahora se quita el apoyo B, ¿dónde se ubicaría el apoyo A?

2.7- Se quiere mantener en equilibrio el sistema de la figura. La barra es homogénea y de 8 m de longitud. Calcular las fuerzas ejercidas por los apoyos A y B.

Datos: $|\vec{F}_1| = 20 \text{ N}$; $|\vec{F}_2| = 40 \text{ N}$; $\alpha = 30^\circ$;
 $|\vec{P}_{\text{barra}}| = 80 \text{ N}$.



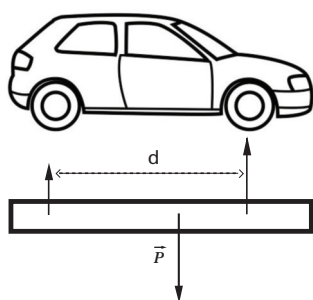
2.8- Un levantador de pesas levanta una haltera (barra con discos en los extremos) cuyo peso es de 100 kgf. El hombre pesa 60 kgf. Determinar en la fase final del ejercicio, brazos extendidos y pies juntos, qué fuerza ejerce cada brazo si el ángulo que forman con la barra es de:

- a) 90°
- b) 60°

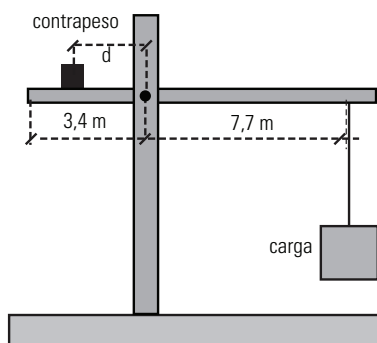
2.9- Una revista especializada informa que cierto auto deportivo tiene 53 % de su peso en las ruedas delanteras y el 47 % sobre las traseras, con una distancia entre ejes de $d = 2,46 \text{ m}$.

Esto implica que la fuerza normal total sobre las ruedas delanteras es de $0,53 P$ y sobre las traseras, de $0,47 P$, donde P es el peso total. Al espacio entre el eje delantero y trasero se llama distancia entre ejes.

¿Qué tan adelante del eje trasero está el centro de gravedad del automóvil?



2.10- Una grúa torre como muestra la figura, debe siempre estar cuidadosamente balanceada de manera que no haya un torque (o momento) neto que tienda a voltearla.



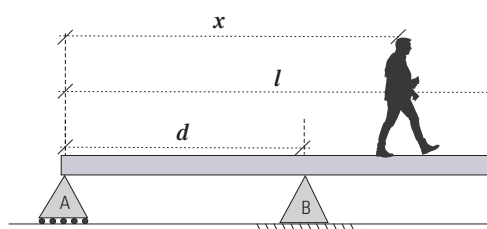
Una grúa está a punto de levantar una carga de 2800 kgf. Las dimensiones de la grúa se muestran en la figura, si la viga es horizontal y de masa despreciable:

a- ¿Dónde debe colocarse el contrapeso de 9500 kgf cuando la carga se levanta desde el suelo? Observe que en general el contrapeso se desplaza por medio de sensores y motores precisamente para compensar la carga.

b- Determine la carga máxima que puede ser levantada cuando el contrapeso se coloca en el punto extremo de la grúa.

2.11- En la figura, la viga uniforme tiene una longitud l y pesa 112,5 kgf. La viga puede rotar alrededor del punto fijo B y se apoya en el punto A. Un hombre que pesa 75 kgf camina a lo largo de la viga, partiendo de A.

Datos: $l = 4 \text{ m}$; $d = 2,5 \text{ m}$



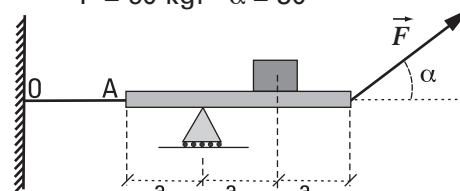
a) Calcular la máxima distancia que el hombre puede caminar a partir de A manteniendo el equilibrio.

b) Representar gráficamente la fuerza que ejerce el apoyo A como una función de la distancia x .

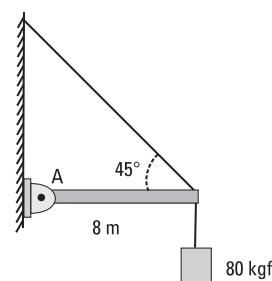
2.12- Un cuerpo de peso P está apoyado sobre un tablón de masa despreciable. Calcular:

- a- La intensidad de la fuerza necesaria para mantener el tablón en equilibrio horizontalmente.
- b- La intensidad de la fuerza en el apoyo.
- c- La intensidad de la tensión en el cable OA.

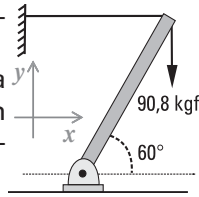
$P = 60 \text{ kgf}$ $\alpha = 30^\circ$



2.13- Hallar la intensidad de la tensión que soporta el cable de la figura, y las componentes (x,y) de la fuerza de vínculo en el punto A, para que la barra de la figura permanezca en equilibrio; la barra tiene una longitud de 8 m, es homogénea y pesa 40 kgf.



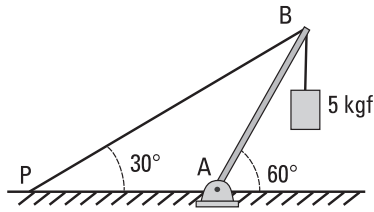
2.14- Un cuerpo de 90,8 kgf de peso está fijo al extremo superior de un poste, de masa despreciable, articulado en el piso que forma un ángulo de 60° con la horizontal. Un cable horizontal está fijo a dicho extremo.



Calcular la tensión del cable y la fuerza ejercida por la articulación (expresar el resultado en coordenadas cartesianas y polares).

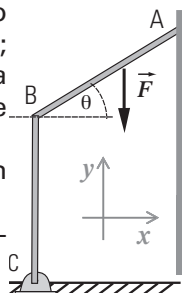
2.15- La figura representa una barra homogénea de peso 50 kgf en equilibrio articulada en el punto A. En el extremo B se ha suspendido una carga de 5 kgf. Dicho extremo B está unido a un punto fijo P mediante un cable de masa despreciable. Calcular:

a- La fuerza ejercida por la articulación A sobre la barra. Expresar dicha fuerza tanto vectorialmente como en su notación polar: módulo y ángulo respecto del eje horizontal. Comparar este último con el ángulo de 60 grados que la barra hace con la horizontal.



b- La intensidad de la tensión del cable.

2.16 La barra rígida de peso despreciable, mostrada en la figura, tiene un extremo C unido al piso por medio de una articulación, y su otro extremo A se apoya en una pared vertical. El segmento BC es perpendicular al piso. Sabiendo que la intensidad de la fuerza vertical \vec{F} es de 40 kgf y que está aplicada en el punto medio de AB, que $BC = 0,7$ m; $AB = 0,5$ m, $\theta = 37^\circ$ y que la pared vertical es perfectamente lisa, calcular:



a) El vector fuerza de reacción de la pared en el punto A.

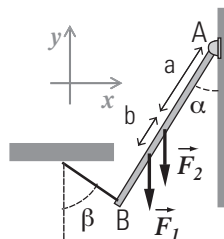
b) El vector fuerza de reacción en el punto C.

2.17 Una varilla homogénea de 40 cm de longitud y de peso despreciable, se encuentra en equilibrio sostenida en un extremo (A) por una articulación y en el otro (B) por una soga inextensible y de masa despreciable. Sobre la varilla actúan las fuerzas verticales \vec{F}_1 y \vec{F}_2 , según muestra la figura. Siendo $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 60^\circ$; $a = 20$ cm y $b = 4$ cm; $|\vec{F}_1| = 5$ kgf y $|\vec{F}_2| = 10$ kgf.

Calcular, expresándolas vectorialmente:

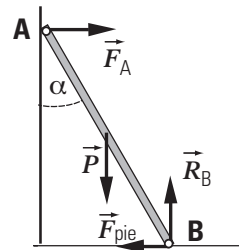
a) La fuerza que ejerce la soga sobre la varilla.

b) La fuerza que hace la articulación en A sobre la varilla.



2.18- Una escalera homogénea de 50 kgf descansa sobre una pared vertical formando un ángulo α de 30°.

¿Cuáles serán los valores de las fuerzas en los puntos de apoyo A y B, sabiendo que para mantener el equilibrio la escalera se empuja con el pie en el punto B?



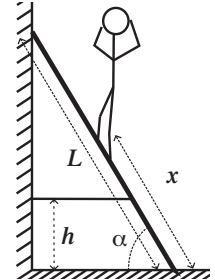
No hay rozamiento entre la escalera y la pared ni entre la escalera y el piso.

2.19- Repetir el ejercicio anterior con $\alpha = 60^\circ$. Compare los resultados. Observe el cambio de las distintas fuerza con el incremento del ángulo α .

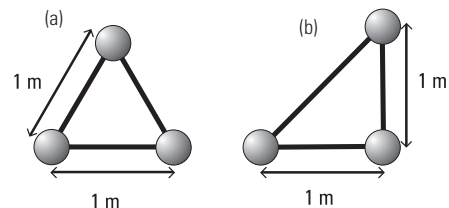
2.20- Una escalera de peso P_E y longitud L , está apoyada en la pared y sostenida por una cuerda como indica la figura. La cuerda soporta a lo sumo un esfuerzo máximo de 60 kgf.

Calcular hasta qué posición x de la escalera puede subir un hombre de peso P_H sin que se rompa la cuerda. No existe rozamiento entre la escalera y el piso ni entre la escalera y la pared. Datos:

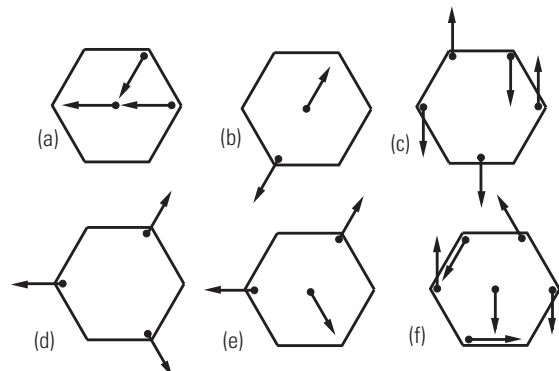
$P_H = 60$ kgf; $P_E = 20$ kgf;
 $\alpha = 53^\circ$; $L = 3$ m; $h = 0,7$ m.



2.21- Hallar el centro de gravedad de los cuerpos en los casos a y b de la figura analíticamente. Graficarlos. Las esferas son homogéneas e iguales y están unidas por varillas de masa despreciable.



2.22- Las figuras representan cuerpos rígidos con sistemas de fuerzas aplicada, todas ellas de módulo igual a 1 N. Determine qué sistemas son equilibrados y cuáles no. En estos últimos, encuentre dos pares de sistemas equivalentes entre sí. En los sistemas que no están equilibrados, indique una fuerza equilibrante, si existe. Si no existe, indique un sistema equilibrante.



Respuestas

Se ha adoptado el módulo de $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$; $1\text{kgf} = 10 \text{ N}$.

1_ Estática del cuerpo puntual

1.1- 5,76 kgf $\alpha = S 72^\circ O$.

1.2- De elaboración personal.

1.3- a- $\vec{A} = (2; 2) \text{ kgf}$; $\vec{B} = (-1,5; 1) \text{ kgf}$;

$\vec{C} = (0; c) \text{ kgf}$; $\vec{D} = (d; 0) \text{ kgf}$.

b- $\vec{C} = (0; -3) \text{ kgf}$; $|\vec{C}| = 3 \text{ kgf}$;

$\vec{D} = (-0,5; 0) \text{ kgf}$; $|\vec{D}| = 0,5 \text{ kgf}$.

1.4- a) 45,4 kgf.

b) De elaboración personal.

c) De elaboración personal.

1.5- 1300 N

1.6- $|\vec{T}_A| = 200 \text{ kgf}$ $|\vec{T}_B| = 283 \text{ kgf}$ $|\vec{T}_C| = 200 \text{ kgf}$

1.7- a- Si tienen igual sentido $|\vec{T}_C| \equiv 90 \text{ kgf}$;
si tienen sentido contrario $|\vec{T}_C| = 0$.

b- $|\vec{T}_C| = 63,64 \text{ kgf}$

1.8- En (c) no faltan datos. En (a) es necesario dar algún ángulo o longitud de las cuerdas oblicuas. En (b) es necesario el módulo de las fuerzas horizontales o el ángulo de la cuerda oblicua.

1.9- 60°

1.10- a- $|\vec{T}_i| = 0,7 \text{ P}$ $|\vec{T}_d| = 0,7 \text{ P}$

b- $|\vec{T}_i| = 0,6 \text{ P}$ $|\vec{T}_d| = 0,8 \text{ P}$

c- $|\vec{T}_i| = 0,5 \text{ P}$ $|\vec{T}_d| = 0,866 \text{ P}$

d- $|\vec{T}_i| = 0,8 \text{ P}$ $|\vec{T}_d| = 0,6 \text{ P}$

e- $|\vec{T}_i| = \text{P}$ $|\vec{T}_d| = \text{P}$

f- $|\vec{T}_i| = 0,866 \text{ P}$ $|\vec{T}_d| = 0,5 \text{ P}$

2_ Estática del cuerpo extenso

2.1- d)

2.2- $-0,4186 \text{ kgf m}$ (según convención momento de giro horario negativo).

$|\vec{F}| = 1,82 \text{ kgf}$, tangente al volante en sentido tal que provoque un momento de giro antihorario.

2.3- a- 3,405 kgf m

b- 4,902 kgf m (Note que si las cuatro fuerzas fueran del mismo módulo, la respuesta sería la misma para O y A)

2.4- En ambos casos, a 0,20 m del extremo B, medidos sobre la tabla.

2.5- $|\vec{R}_A| = 40 \text{ N}$; $|\vec{R}_B| = 100 \text{ N}$; ambas hacia arriba.

2.6- a- 4/7 m medidos desde el punto de aplicación del peso hacia la derecha (24/7 m medidos desde el punto de aplicación de la fuerza \vec{F}_2).

b- Igual que la anterior.

2.7- $|\vec{R}_A| = 64 \text{ N}$; $|\vec{R}_B| = 76 \text{ N}$.

2.8- $|\vec{F}| = 50 \text{ kgf}$; $|\vec{F}| = 57,7 \text{ kgf}$.

2.9- $x_{CG} = 1,3 \text{ m}$

2.10 - a- 2,3 m a la izquierda de la torre.

b- 4194 kgf

2.11- a- 3,25 m b- $|\vec{R}_A| = 97,5 \text{ kgf} - 30 \text{ kgf/m} \cdot x$
Gráfico de elaboración personal.

2.12- a- $|\vec{F}| = 60 \text{ kgf}$; b- $|\vec{N}| = 30 \text{ kgf}$; c- $|\vec{T}_{OA}| = 52 \text{ kgf}$

2.13- $|\vec{T}| = 141 \text{ kgf}$

$F_{Ay} = 20 \text{ kgf}$ y dirigida hacia arriba

$F_{Ax} = 100 \text{ kgf}$ y dirigida hacia la derecha

2.14- $\vec{T} = (-52,4; 0) \text{ kgf}$; $|\vec{T}| = 52,4 \text{ kgf}$; $\theta = 180^\circ$

$\vec{F}_A = (52,4; 90,8) \text{ kgf}$; $|\vec{F}_A| = 104,8 \text{ kgf}$; $\theta = 60^\circ$

2.15- a- $F_{Ax} = 26 \text{ kgf}$, hacia la derecha

$F_{Ay} = 70 \text{ kgf}$, hacia arriba

$|\vec{F}_A| \approx 75 \text{ kgf}$; $\alpha \approx 70^\circ$

b- $|\vec{T}| = 30 \text{ kgf}$

2.16- $\vec{R}_A = (-8; 0) \text{ kgf}$ b) $\vec{R}_C = (8; 40) \text{ kgf}$

2.17- a) $\vec{T} = 4\text{kgf} (-\text{sen } 60^\circ; \text{cos } 60^\circ) = (-3,4; 2) \text{ kgf}$

b) $\vec{R}_A = (3,4; 13) \text{ kgf}$

2.18- $|\vec{R}_B| = |\vec{P}| = 50 \text{ kgf}$; $|\vec{F}_A| = |\vec{F}_{pie}| = 14,43 \text{ kgf}$.

$\vec{F}_B = \vec{R}_B + \vec{F}_{pie}$

2.19- $|\vec{F}_A| = |\vec{F}_{pie}| = 43,30 \text{ kgf}$

De elaboración personal.

2.20- $x = 2,3 \text{ m}$

2.21- Eligiendo el origen de coordenadas para cada caso en el centro de la esfera de la izquierda y en plano vertical los (ejes x,y):

a- $x_{CG} = 0,50 \text{ m}$ $y_{CG} = 0,29 \text{ m}$

b- $x_{CG} = 0,67 \text{ m}$ $y_{CG} = 0,33 \text{ m}$

2.22- De elaboración personal.