

# Unidad 5

## Dinámica

En esta guía utilizamos la siguiente notación: los vectores están denotados en *letra negrita cursiva* y con una flechita superior,  $\vec{F}$ ; el módulo de una magnitud vectorial está expresado entre barras,  $|\vec{F}|$ .

Para el cálculo de las respuestas de los ejercicios el valor del módulo del vector aceleración de la gravedad considerado es  $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$ .

En cada ejercicio realice un diagrama de cuerpo libre (DCL) indicando los pares de acción-reacción.

### Leyes de la Dinámica

**1-** Un balde cuelga del cable de una grúa. Analizar las interacciones presentes y hacer el diagrama de cuerpo libre del balde en cada caso. Comparar las intensidades de las fuerzas entre un caso y otro. Si la masa del balde es 40 kg, determinar la fuerza que ejerce el cable, cuando el balde:

- Permanece en reposo.
- Sube con velocidad constante de 2 m/s.
- Sube, aumentando su velocidad a razón de 2 m/s cada segundo.
- Sube, disminuyendo su velocidad a razón de 2 m/s en cada segundo.
- Cae libremente.

**2-** Un pasajero que viaja en ascensor está parado sobre una balanza que marca un peso menor en un 40% que el que indicaría si el ascensor permaneciera detenido.

Entonces, es posible que en ese momento el ascensor esté:

- subiendo cada vez más rápido.
- subiendo cada vez más despacio.
- subiendo con velocidad constante.
- bajando cada vez más despacio.
- bajando con velocidad constante.
- bajando en caída libre.

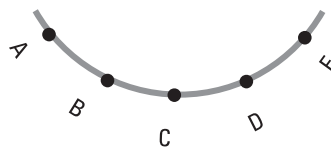
**3-** Un cuerpo de masa  $m$  se encuentra en reposo, apoyado sobre una mesa horizontal que presenta rozamiento despreciable.

Analizar, sin hacer cuentas:

- ¿Qué intensidad mínima tendrá la fuerza horizontal necesaria para moverlo?
- ¿Qué aceleración tendrá si se le aplica una fuerza vertical, hacia arriba, de módulo igual al de su propio peso?
- ¿Qué aceleración tendrá si se le aplica una fuerza horizontal, de módulo igual al de su propio peso?

**4-** Un cuerpo oscila dentro de una palangana como indica la figura.

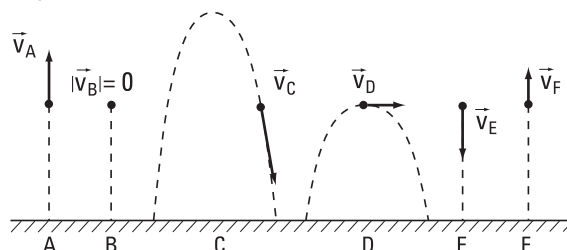
Dibujar la fuerza resultante que actúa en los puntos A, B, C, D y E en un camino de ida y en un camino de vuelta (se desprecia el rozamiento).



**5-** a) Hallar la aceleración de un esquiador que se desliza por la ladera de una colina inclinada  $30^\circ$  con la horizontal, con rozamiento despreciable.

b) ¿Cuál será la inclinación de la pista, cuando su aceleración sea  $8 \text{ m/s}^2$ ?

**6-** Hay seis proyectiles que se mueven en el vacío, es decir despreciando el rozamiento con el aire, como se muestra en la figura. A una misma altura, sus velocidades son las indicadas. Hacer un diagrama de cuerpo libre para cada caso y compararlos.

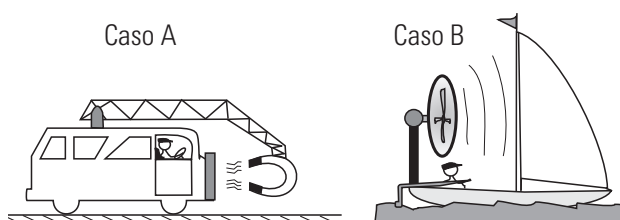


**7-** Una persona cuya masa es de 60 kg se encuentra en un ascensor. Determinar la fuerza que ejerce el piso sobre la persona cuando el ascensor:

- sube con movimiento uniforme,
- baja con movimiento uniforme,
- sube acelerando con una aceleración de  $3 \text{ m/s}^2$ ,
- baja acelerando con una aceleración de  $3 \text{ m/s}^2$ ,
- baja frenando con una aceleración de  $3 \text{ m/s}^2$ ,
- sube frenando con una aceleración de  $3 \text{ m/s}^2$ ,
- cuando se rompen los cables del ascensor...

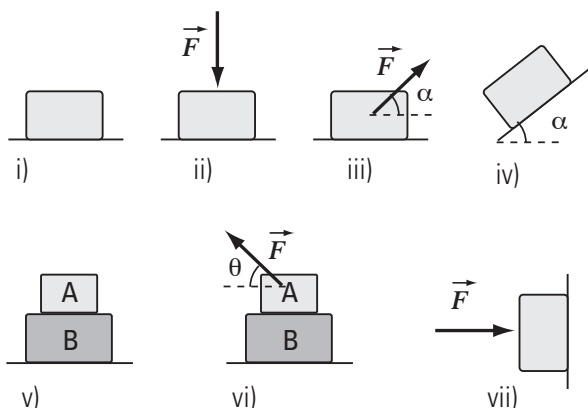
**8-** Analizar y comentar el párrafo siguiente: "... siendo así que a toda "acción" se opone una "reacción", ¿cómo se puede explicar que podamos empezar a mover un cuerpo empujándolo, si ambas fuerzas se anulan entre sí?"

**9-** Comentar y discutir el funcionamiento de los móviles del dibujo:

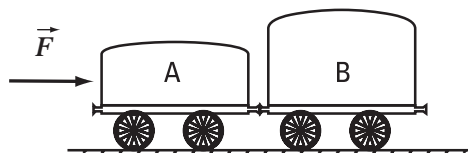


**10-** Considerar los sistemas i) a vii) ilustrados en la figura. En todos los casos se desprecian todos los rozamientos. Sabiendo que los cuerpos están siempre en contacto con la superficie sobre la cual están apoyados y tomando como datos las masas, los ángulos  $\alpha$  y  $\theta$ , y la fuerza externa  $\vec{F}$ :

- Dibujar el diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo.
- Explicitar los pares acción / reacción para cada una de las fuerzas actuantes.
- Calcular la fuerza que ejerce sobre cada cuerpo la superficie sobre la cual está apoyado.
- Calcular para cada caso el vector aceleración de cada cuerpo.



**11-** Dos carretones, A y B, cuyas masas  $m_A$  y  $m_B$  son distintas, se encuentran uno junto al otro apoyados sobre un piso horizontal que presenta rozamiento despreciable. Sobre el carretón A se aplica una fuerza horizontal externa  $\vec{F}$ , de módulo  $|\vec{F}|$  y el sentido mostrado en la figura. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

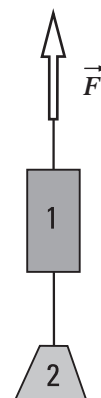


- Si la masa de B es cero, el módulo de la fuerza de contacto entre los carritos es igual a  $|\vec{F}|$ .
- Si las masas fueran iguales, la fuerza de contacto, en módulo, sería igual a la mitad de  $|\vec{F}|$ .
- Si la masa de A es cero, el módulo de la fuerza de contacto entre los carritos es igual a  $|\vec{F}|$ .
- El módulo de la fuerza de contacto entre carritos puede superar el valor de  $|\vec{F}|$ .
- Si ahora  $\vec{F}$  se aplica sobre el carretón B, el módulo de la fuerza de contacto no cambia.
- Si se suprime  $\vec{F}$  la fuerza de contacto entre los carritos es nula.

- |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> a, d, f | <input type="checkbox"/> b, c, f |
| <input type="checkbox"/> a, c, e | <input type="checkbox"/> b, d, f |
| <input type="checkbox"/> c, e    | <input type="checkbox"/> b, e, f |

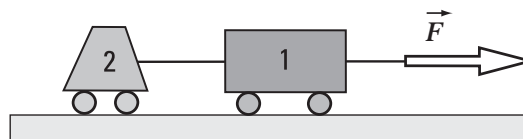
**12-** Dos cuerpos de masa  $m_1 = 5 \text{ kg}$  y  $m_2 = 3 \text{ kg}$  están vinculados entre sí a través de una soga de masa  $m_s = 5 \text{ g}$ , pequeña comparada con  $m_1$  y  $m_2$ . Se desprecia el rozamiento entre los cuerpos y el aire. Se tira del cuerpo 1 con una fuerza cuyo módulo es  $|\vec{F}| = 1000 \text{ N}$ .

- Realizar el diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo y para la soga.
- Indicar cuáles son los pares de acción-reacción.
- Si la soga es inextensible (la distancia entre todo par de puntos pertenecientes a ella permanece constante), calcular la velocidad y la aceleración de cualquier punto de la soga, y la velocidad y la aceleración de los cuerpos, sabiendo que en  $t = 0 \text{ s}$ , la  $v = 0 \text{ m/s}$ .
- Para cada cuerpo, determinar el valor de cada una de las fuerzas actuantes y el de la fuerza neta o resultante.
- Si  $m_s \rightarrow 0$ , ¿qué sucede con la fuerza que la soga ejerce sobre cada cuerpo?



Nuestras sogas tendrán de ahora en adelante características especiales: serán hilos muy delgados de masa pequeña (despreciable) e inextensibles, y las denominaremos *sogas ideales*.

**13-** Para el sistema del ejercicio anterior, resolver los ítems a) al d) para el caso en el que los cuerpos están apoyados sobre una mesa horizontal sin rozamiento, unidos por una soga ideal.

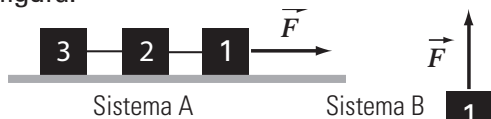


**14-** Un joven de  $80 \text{ kgf}$  se encuentra quieto sobre la superficie libre de rozamiento de un lago congelado. El joven desplaza, desde el reposo, un paquete de  $12 \text{ kg}$  de masa tirando con una fuerza constante de  $6 \text{ N}$  mediante una soga ideal. Sabiendo que la separación inicial entre el paquete y el joven es de  $15 \text{ m}$ :

- ¿Cuál es la aceleración del paquete?
- ¿Cuál es la aceleración del joven?
- Calcular a qué distancia de su posición inicial se halla el joven cuando finalmente se encuentra con el paquete.

**15-** En los sistemas A (horizontal) y B (vertical) de la figura, los bloques 1, 2 y 3 están vinculados entre sí por sogas ideales. Los bloques tienen igual masa  $m$ . Se desprecian todos los rozamientos.

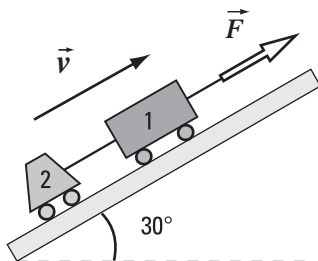
Se aplica al bloque 1 una fuerza  $\vec{F}$  como se indica en la figura.



Para cada sistema:

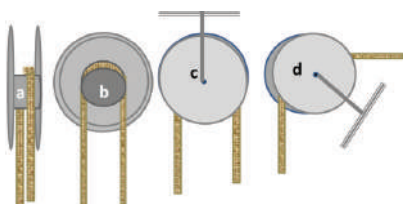
- Realizar el diagrama de cuerpo libre para los bloques y las sogas. Identificar los pares de acción-reacción.
- Elegir un sistema de coordenadas y escribir las ecuaciones de Newton para cada bloque.
- Calcular la aceleración de cada uno.
- Calcular la fuerza que transmite cada soga.
- Calcular la fuerza resultante sobre cada bloque.

**16-** El sistema de la figura asciende por el plano inclinado  $30^\circ$ , que presenta rozamiento despreciable. Las masas de los cuerpos son  $m_1 = 60$  kg,  $m_2 = 40$  kg. Realizar los diagramas de cuerpo libre en cada caso, y determinar:



- La intensidad de la fuerza  $\vec{F}$  necesaria, para que el sistema se mueva con velocidad constante.
- La intensidad de la fuerza que ejerce la soga, en ese caso.
- La intensidad de  $\vec{F}$  necesaria para que ambos cuerpos se aceleren hacia arriba a razón de  $2 \text{ m/s}^2$ , y la fuerza que transmite la soga en ese caso.
- La fuerza que transmite la soga, la aceleración y el sentido del movimiento de cada cuerpo, un instante después de suprimir  $\vec{F}$ .

**17-** En las figuras (a), (b) y (c) se muestran distintas vistas de una polea sujeta al techo y en la (d), una polea sujeta a otra superficie. Básicamente, una polea consta dos discos de radio  $R$  unidos por un cilindro central de radio  $r \ll R$ . Sobre el cilindro se apoya una soga ideal. Se supone que las poleas de la figura tienen masa despreciable.

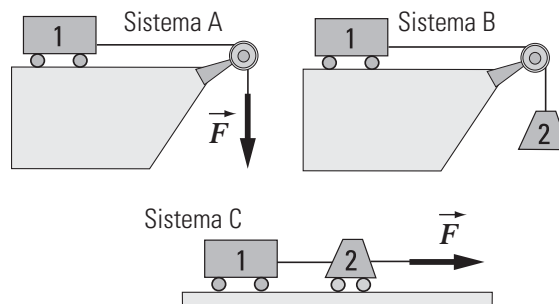


a) Realizar un diagrama de cuerpo libre para las poleas de las configuraciones (c) y (d).

b) ¿Qué fuerza ejerce un eje, que pasa por el centro de la polea, a través del cual se la puede sostener ya sea del techo o sujetarla a una superficie?

Nuestras poleas tendrán de ahora en adelante una característica especial: serán de masa despreciable y las denominaremos *poleas ideales*. La resultante de las fuerzas aplicadas sobre una polea ideal es nula. Cuando una soga ideal pasa por una polea ideal, la dirección de la tensión transmitida por la soga cambia pero no su intensidad.

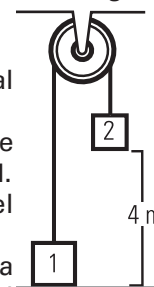
**18-** Los tres sistemas que se proponen a continuación están compuestos por sogas y poleas ideales, además puede despreciarse el rozamiento con las superficies. La intensidad de la fuerza  $\vec{F}$  aplicada es igual al peso del cuerpo 2.



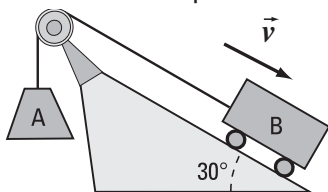
- Comparando los sistemas A y B, analizar cualitativamente (sin hacer cálculos) cuál se mueve con mayor aceleración.
- Repetir el análisis anterior, comparando ahora B con C.
- Suponiendo ahora que la intensidad de la fuerza  $\vec{F}$  es 5 kgf, y que la masa del cuerpo 1 es 20 kg, calcular las respectivas aceleraciones y verificar las predicciones hechas anteriormente.

**19-** Considerar el sistema de la figura, formado por dos bloques unidos por una soga ideal que pasa por una polea también ideal. Se deja libre al sistema desde el reposo, con el bloque 1 a nivel del piso, y el bloque 2 a 4 m de altura. El bloque 2, cuya masa es 6 kg, tarda 2 s en llegar al piso. Con esa información:

- Hallar la masa del bloque 1.
- Hallar con qué velocidad llegó al piso el bloque 2.
- Hallar qué altura máxima sobre el piso alcanzará la base del bloque 1.
- Hallar qué fuerza soporta el techo.
- Graficar la intensidad de la fuerza que soporta la soga, en función del tiempo, hasta que comienza a subir el bloque 2.
- Graficar la aceleración del bloque 1 en función del tiempo, en el mismo intervalo.



**20-** En el esquema de la figura los bloques A y B, de masas de 60 kg y 40 kg respectivamente, se mueven en el sentido indicado. Los bloques se encuentran vinculados por una soga ideal que pasa por una polea también ideal. Puede despreciarse el rozamiento sobre el plano inclinado.



a) En las condiciones dadas, hallar la intensidad y sentido de la aceleración de los bloques, y la fuerza que soporta la soga.

b) Se corta la soga en la situación planteada en la figura. Calcular la nueva aceleración de cada uno.

c) Describir el movimiento de cada bloque desde el instante inicial hasta que llegan al piso. Esbozar los gráficos posición-tiempo.

**21-** En el sistema de la figura, asumiendo que se conocen los valores de las masas  $m_A$ ,  $m_B$  y  $m_C$ , considerando que tanto la soga como la polea son ideales, y despreciando el rozamiento con la superficie, hallar las expresiones de:

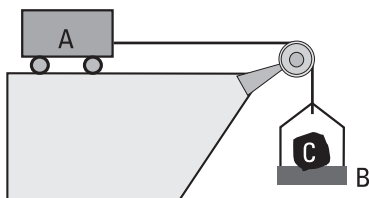
a) La aceleración de A.

b) La fuerza que transmite la cuerda.

c) La fuerza de contacto entre B y C.

d) Explicar por qué sobre A actúa horizontalmente una fuerza cuya intensidad es menor que la suma de los pesos de B y de C.

e) Si  $m_B + m_C \gg m_A$ , analizar y tratar de predecir, sin hacer cálculos, la aceleración del sistema.

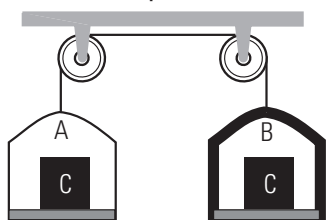


**22-** En el sistema de la figura, la masa de la cabina A es  $m_A = 200$  kg y la de la cabina B es  $m_B = 300$  kg. Dentro de cada una hay un cuerpo C de masa  $m_C = 50$  kg. Asumiendo que la soga y las poleas son ideales, calcular:

a) La aceleración con que se mueve el sistema.

b) La tensión que transmite la soga.

c) La fuerza de contacto entre cada una de los cuerpos y la cabina respectiva.



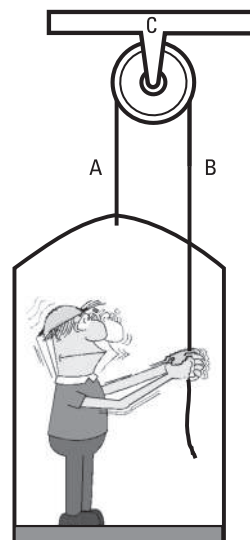
**23-** Un albañil se eleva en una plataforma como la que se muestra en el esquema, con una aceleración constante hacia arriba de  $0,5 \text{ m/s}^2$ .

Asumiendo que la soga y la polea son ideales, que la plataforma pesa 40 kgf, y que el albañil pesa 80 kgf:

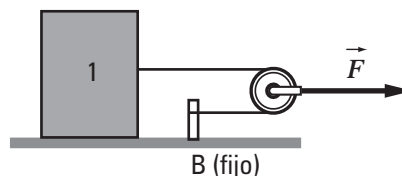
a) Realizar un diagrama de fuerzas para el albañil, la plataforma y la polea.

b) Determinar las intensidades de las fuerzas en los puntos A, B y C.

c) Hallar la fuerza que los zapatos del albañil ejercen sobre la plataforma.

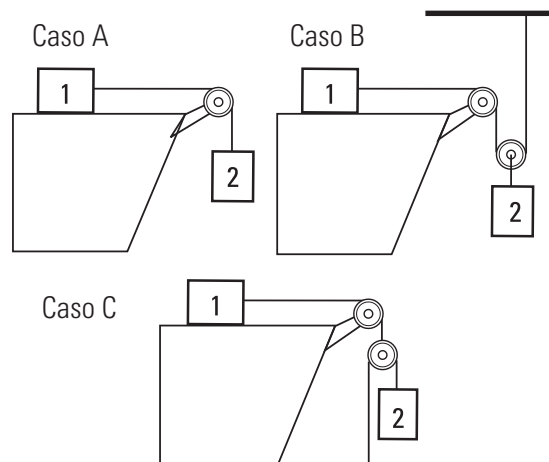


**24-** Calcular la aceleración del cuerpo 1 de masa  $m_1 = 4$  kg, la tensión y aceleración de la polea. Considerar las sogas y la polea como ideales. Despreciar el rozamiento entre el cuerpo y la superficie. El módulo de la fuerza con la que se tira de la polea es de 20 N.



**25-** Calcular la aceleración de los cuerpos 1 y 2 y la tensión en las sogas en cada caso. Considerar las sogas y poleas como ideales, y despreciar el rozamiento entre el cuerpo 1 y la superficie horizontal.

Primero resolver algebraicamente y luego analizar el movimiento para  $m_1 = 4$  kg y  $m_2 = 6$  kg.



## Fuerza de rozamiento

**26-** Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico entre un cuerpo y el suelo son 0,4 y 0,3, respectivamente. La masa del cuerpo es de 60 kg e inicialmente se encuentra en reposo apoyado sobre el suelo horizontal.

a) ¿Se lo puede mover aplicando una fuerza paralela al piso de módulo igual a 300 N?

b) En caso afirmativo, ¿cuál sería la aceleración del cuerpo?

**27-** El coeficiente de rozamiento dinámico entre las ruedas de un coche (cuando deslizan) y el suelo es 0,5.

a) Si el coche se mueve a una velocidad de 90 km/h y el conductor aprieta el freno a fondo, bloqueando las ruedas, ¿qué distancia recorre antes de detenerse si desliza en el pavimento?

b) Si la velocidad inicial del coche se duplica, ¿se duplica también la distancia de frenado? ¿por qué?

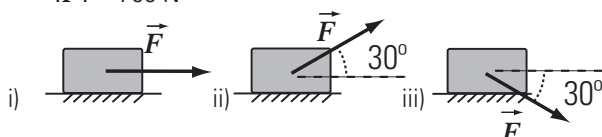
**28-** Se lanza un bloque de hielo de 2 kg sobre una superficie horizontal con una velocidad de 16 m/s paralela al piso y recorre 80 m antes de detenerse.

a) ¿Cuál es la aceleración del bloque?

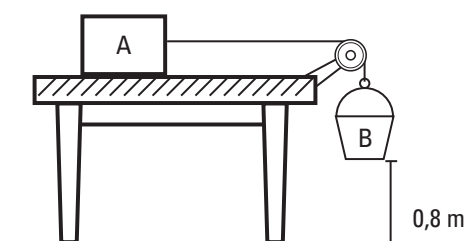
b) Calcular el coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque y el piso.

**29-** El coeficiente de rozamiento dinámico entre el suelo y el bloque de la figura es 0,4. Calcular el módulo de la aceleración en cada caso si el bloque se mueve hacia la derecha y tiene una masa de 100 kg.

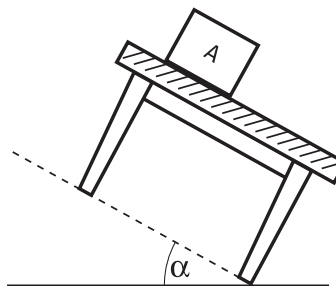
$$|\vec{F}| = 700 \text{ N}$$



**30-** Se realiza el experimento siguiente: se arma el sistema de la figura donde el bloque A de 2 kg se encuentra inicialmente en reposo sobre la mesa horizontal. Se va echando arena en el balde B, de modo que en cierto instante se rompe el equilibrio, y el sistema se acelera. Sabiendo que en B se ha totalizado una masa de 1,2 kg y que tarda 0,8 segundos en llegar al piso, hallar los coeficientes de rozamiento entre el bloque A y la mesa, asumiendo que la soga y la polea son ideales.



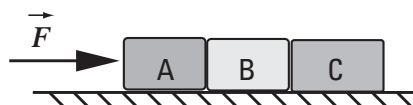
**31-** Considere la mesa y el bloque del ejercicio anterior. El bloque A se encuentra inicialmente en reposo sobre la mesa. Si se la inclina lentamente:



a) Hallar el máximo valor del ángulo que podrá formar con la horizontal, sin que A comience a moverse.

b) Si habiendo fijado ese ángulo se rompe el equilibrio, hallar con qué aceleración descenderá el bloque.

**32-** La figura muestra tres cuerpos iguales de masa  $m = 20 \text{ kg}$  que están en contacto y apoyados sobre una superficie horizontal. Sobre el sistema actúa una fuerza horizontal de módulo  $|\vec{F}|$ .

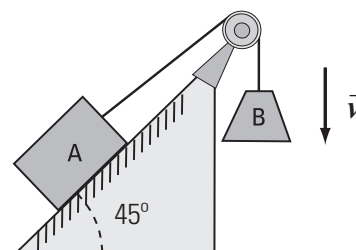


a) Suponer que no hay rozamiento entre los cuerpos y el piso, y que el módulo de la fuerza de contacto entre el cuerpo B y el cuerpo C vale 60 N. Calcular el módulo de la fuerza  $\vec{F}$ , de la aceleración del sistema, y de la fuerza de contacto entre los cuerpos A y B.

b) Suponer ahora que el coeficiente de rozamiento dinámico entre los cuerpos y el piso es 0,2. Calcular el valor de  $|\vec{F}|$  para que el sistema se mueva hacia la derecha aumentando su velocidad con una aceleración de  $2 \text{ m/s}^2$ .

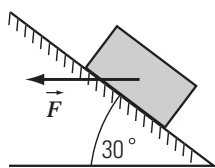
**33-** a) Calcular el peso del bloque B de la figura sabiendo que baja aumentando su velocidad con una aceleración de  $0,5 \text{ m/s}^2$ , y que el coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque A de 2 kg y el plano inclinado es de 0,1.

b) Calcular en las mismas condiciones del inciso a) la masa del cuerpo B si ahora baja disminuyendo su velocidad con una aceleración de  $0,5 \text{ m/s}^2$ .





**34-** Sobre un cuerpo de 2 kg que se encuentra sobre un plano inclinado que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal, actúa una fuerza  $\vec{F}$  de dirección horizontal, tal y como se indica en la figura.



Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es despreciable:

a) ¿Qué fuerzas actúan sobre el cuerpo y cuáles son sus pares de acción-reacción?

b) ¿Cuánto tendrá que valer el módulo de la fuerza  $\vec{F}$  para que el cuerpo ascienda por el plano inclinado con velocidad constante?

c) ¿Cuánto tendrá que valer  $|\vec{F}|$  para que el cuerpo descienda con velocidad constante?

d) Ahora considerar que el coeficiente de rozamiento dinámico entre el cuerpo y el plano es  $\mu_D = 0,3$ . ¿Qué valor debe tener el módulo de  $\vec{F}$  para que el cuerpo ascienda por el plano inclinado con velocidad constante?

e) Idem d) pero con el cuerpo descendiendo, por el plano, a velocidad constante.

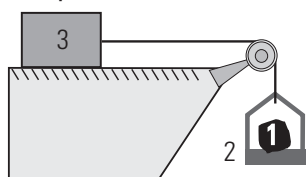
**35-** El cuerpo 1 de masa  $m_1 = 10$  kg está dentro de una caja 2 de masa  $m_2 = 30$  kg. El conjunto está atado a un tercer cuerpo de masa  $m_3 = 100$  kg mediante una soga y una polea ideal.

Se deja al sistema en libertad, desde el reposo, y se observa que los cuerpos se desplazan 10 m durante los primeros 4 s. Calcular:

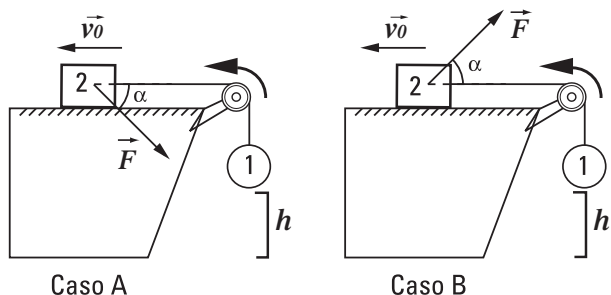
a) La aceleración del sistema y el coeficiente de rozamiento dinámico entre el cuerpo 3 y la superficie horizontal.

b) La tensión de la cuerda.

c) La intensidad de la fuerza que el cuerpo 2 hace sobre el cuerpo 1.



**36-** Considerar las dos situaciones planteadas en la figura, casos A y B. Inicialmente, cuando el cuerpo 1 se encuentra a una distancia  $h$  del piso, se le imprime al cuerpo 2 una velocidad de módulo  $|\vec{v}_0|$  hacia la izquierda.



Si la intensidad de la fuerza  $\vec{F}$  es la misma en ambos casos ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?:

a) La tensión que ejerce la soga es la misma en ambos casos.

b) La fuerza de contacto entre el bloque 2 y el plano es mayor en el caso A que en el caso B.

c) Las fuerzas de rozamiento entre el bloque 2 y el plano para ambos casos son iguales.

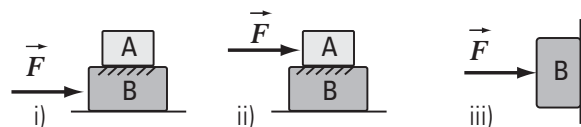
d) Ambos sistemas se mueven hacia la izquierda frenando.

e) En ambos casos la fuerza de rozamiento que actúa sobre el bloque 2, debida a su interacción con el plano, tiene el sentido del movimiento.

f) El módulo de la aceleración del bloque 2 en el caso A es mayor que en caso B.

- |                                  |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> a, d, f | <input type="checkbox"/> b, e, f | <input type="checkbox"/> a, c, e |
| <input type="checkbox"/> b, d, f | <input type="checkbox"/> c, e    | <input type="checkbox"/> b, e, f |

**37-** En los tres esquemas a continuación, las masas de los cuerpos y la fuerza externa  $\vec{F}$  son datos del problema. Hay rozamiento solo entre los bloques A y B (figuras i e ii) y entre el bloque B y la pared (iii).



a) Dibujar el diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo.

b) Explicitar los pares acción-reacción para cada una de las fuerzas actuantes.

c) Calcular la fuerza normal que ejerce sobre cada cuerpo la superficie sobre la cual está apoyado.

d) El coeficientes de rozamiento estático entre los bloques A y B (i e ii), y entre el bloque y la pared (iii) es 0,2 y en ambos casos el de rozamiento dinámico es 0,1. Si  $m_A = 2$  kg y  $m_B = 5$  kg y el módulo de  $\vec{F}$  es tal que no produce deslizamiento entre bloques (o entre el bloque y la pared), calcular la fuerza de rozamiento en cada caso.

e) Para el caso i) ¿cuál es valor de la fuerza  $\vec{F}$  máxima que puede aplicarse al bloque B para arrastrar a los dos cuerpos sin que deslice un bloque sobre el otro y cuál es la aceleración del sistema cuando se aplica dicha fuerza?

f) Idem e) para el caso ii), si ahora es el bloque A el que arrastra al sistema.

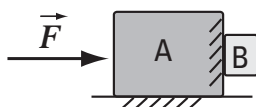
g) Para el último caso, iii), ¿cuál es la fuerza mínima que hay que aplicar al bloque que se halla contra la pared para evitar que deslice?

h) Suponer que los cuerpos (A y B) deslizan entre sí (o que el cuerpo B desliza sobre la pared), ¿cuál es la aceleración de cada uno de los cuerpos en cada caso? Expresar el resultado en función de  $|\vec{F}|$ . En los casos i) e ii) suponer que  $|\vec{F}|$  es mayor que el hallado en e) y f). En el caso iii) suponer que  $|\vec{F}|$  es menor que el hallado en g).

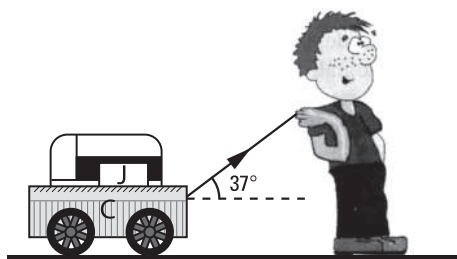
**38-** Entre los bloques A y B de la figura hay rozamiento, así como también entre el bloque A y el piso. En ambos casos el coeficiente de rozamiento estático es 0,4 y el coeficiente dinámico es 0,2.

Si el conjunto de bloques se mueve hacia la derecha, calcular el mínimo valor que debe tener  $\vec{F}$  para que el bloque B no caiga.

Datos:  $m_A = 5 \text{ kg}$  y  $m_B = 1 \text{ kg}$



**39-** Nicolás tira de su carrito con la caja de sus juguetes encima, aplicándole una fuerza de 30 N como se muestra en la figura.

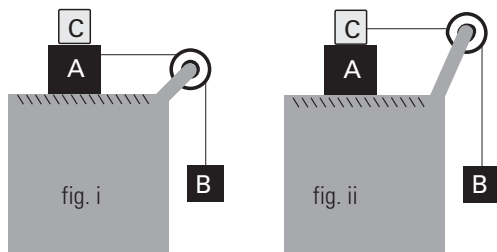


El carrito tiene una masa de 10 kg y la caja de 2 kg. Despreciar el rozamiento del carrito contra el piso y asumir que la caja y el carrito no deslizan entre sí, hallar:

a- La aceleración del conjunto.

b- El mínimo valor del coeficiente de rozamiento (¿cuál?) entre la caja y el carrito, para que no deslice sobre el mismo.

**40-** Las masas de los cuerpos A y B en las figuras son 10 kg y 4 kg, respectivamente. El coeficiente de rozamiento estático entre A y la mesa es de 0,2. No hay rozamiento entre el cuerpo A y el C.



a) Hallar para cada caso la mínima masa de C que evitará que A se mueva.

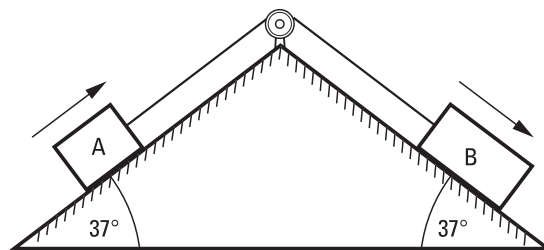
b) Si en (i) se retira C y el coeficiente entre A y la mesa es  $\mu_d = 0,1$ ; ¿cuál es la aceleración del sistema?

c) Hallar la velocidad relativa de A respecto de B después de 0,5 s de retirado el cuerpo C (caso i), tome un sistema de coordenadas cuyo eje horizontal (x) apunte a la derecha y el vertical (y) hacia arriba.

d) Si hay rozamiento entre A y C, ¿qué coeficiente de rozamiento es necesario entre el cuerpo A y C para que los cuerpos de la situación (ii) permanezcan en equilibrio? Considerar que el valor de la masa de C es el calculado en a) i).

e) ¿Qué pasaría, en el caso (ii), si el coeficiente de rozamiento estático entre A y C y entre A y la mesa valiera 0,2? Tomar  $\mu_d = 0,1$  para ambas superficies. Considerar que el valor de la masa de C es el calculado en a) i). ¿Cuánto vale la fuerza de rozamiento entre A y el piso y entre A y C?

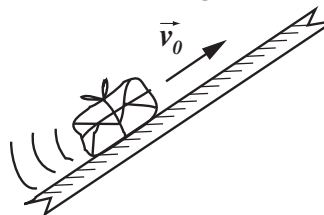
**41-** Los bloques A, de 200 kg, y B, de 300 kg, del esquema de la figura se mueven inicialmente en el sentido indicado, vinculados entre sí por una soga ideal que pasa por una polea también ideal. Existe rozamiento entre los bloques y los planos inclinados, y los coeficientes respectivos son  $\mu_{dA} = 0,3$  y  $\mu_{dB} = 0,1$ .



a) Determinar el módulo y el sentido de la aceleración que experimentan en ese instante, y la intensidad de la fuerza que soporta la soga.

b) Con el sistema moviéndose, se corta la soga. Determinar la nueva aceleración que experimenta cada cuerpo, y describir en forma cualitativa su movimiento.

**42-** Se lanza un paquete hacia arriba, con una velocidad de 3 m/s, por un tablón inclinado con rozamiento no despreciable. El paquete sube en línea recta hasta detenerse, y regresa luego al punto de partida. Ascende durante 2 segundos, y desciende durante 4 segundos.



Calcular:

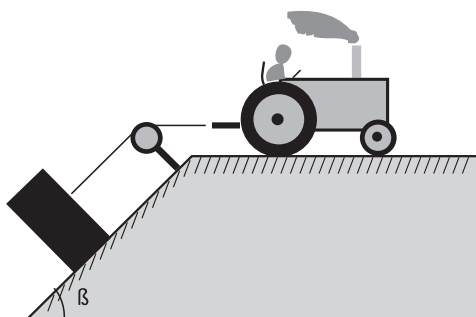
a) La aceleración que actúa en el ascenso, y la distancia que recorre sobre el plano, hasta detenerse.

b) Con qué aceleración desciende, y la velocidad con que llega al lugar de partida.

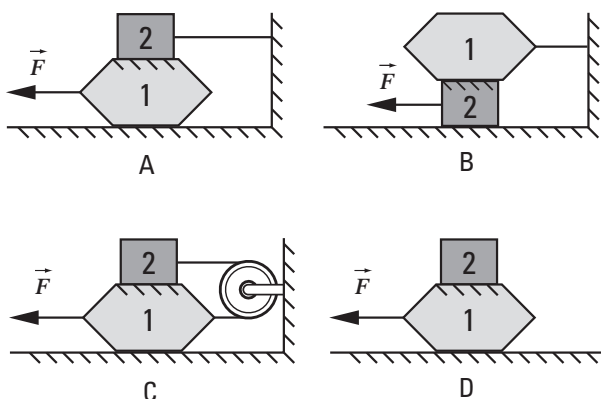
c) Sabiendo que la masa del paquete es de 20 kg, determinar la intensidad de la fuerza de rozamiento contra el plano, mientras está en movimiento. Hallar el ángulo de inclinación del plano y el coeficiente de rozamiento dinámico respectivo.

**43-** Un tractor puede subir o bajar un bloque de masa  $m$  como indica la figura. ¿Cuál es la fuerza máxima y mínima que puede hacer el tractor sin que la caja deslice sobre el plano?

Datos:  $\beta = 30^\circ$   $\mu_e = 0,5$   $\mu_d = 0,4$

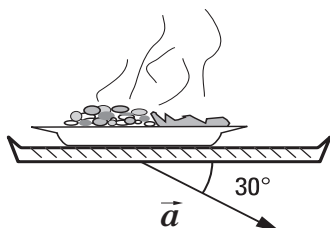


**44-** Para los diagramas mostrados, hallar la intensidad máxima que podrá tener la fuerza  $\vec{F}$  antes que algún bloque se mueva, y la aceleración que adquieren una vez iniciado el movimiento, si se mantiene aplicada  $\vec{F}$  con la intensidad calculada. Las masas son  $m_1 = 30 \text{ kg}$  y  $m_2 = 20 \text{ kg}$ , y los coeficientes de rozamiento entre bloques y con el piso son  $\mu_e = 0,6$  ;  $\mu_d = 0,25$ .



**45-** Un plato cuya masa es  $m$ , viaja sobre la bandeja del mozo del bar.

La bandeja se acelera a  $2 \text{ m/s}^2$  en la dirección indicada, manteniéndose horizontal. Hallar el mínimo coeficiente de rozamiento necesario para que el plato no deslice sobre la bandeja.



**46-** Dos bloques, que pesan  $8 \text{ kgf}$  y  $80 \text{ kgf}$  respectivamente, están unidos por una barra de masa despreciable y deslizan hacia abajo sobre un plano inclinado  $30^\circ$  respecto de la horizontal. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque de menos masa y el plano es  $0,25$  y el correspondiente al otro bloque es  $0,5$ .

a) i) Calcular la aceleración y la tensión en la barra.

ii) ¿La barra está comprimida o traccionada? ¿Depende el resultado de la ubicación relativa de los bloques?

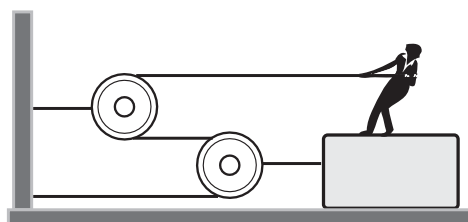
b) i) ¿Cuál sería la aceleración y la tensión en la barra si los bloques intercambiaran los coeficientes de rozamiento?

ii) ¿A qué tipo de fuerza estaría sometida la barra en este caso?

c) Si el coeficiente de rozamiento entre cada bloque y el plano es el mismo, calcular la aceleración y la tensión en la barra. ¿Dependen estos resultados de la ubicación relativa de los bloques?

d) Habiendo analizado todos los casos, ¿de qué depende que la barra esté comprimida o traccionada? Indicar que sucedería en cada caso, si la barra fuera reemplazada por una soga.

**47- (Opcional)** Un mujer de masa  $m_M$  está parada sobre un bloque de masa  $m_B = 3 m_M$ . Entre ellos el coeficiente de rozamiento es  $\mu$ . El bloque está sobre un piso horizontal sin rozamiento. La mujer está tomada de una soga ideal y las poleas también son ideales.



a) Realizar el diagrama de cuerpo libre para la mujer, el bloque y las poleas e indicar las fuerzas exteriores e interiores para el sistema formado solo por la mujer y el bloque.

b) Calcular, justificando cada paso, la aceleración máxima del bloque para que la mujer no deslice sobre él.

**48- (Opcional)** Una roca de masa  $3 \text{ kg}$  cae desde el reposo en un medio viscoso. Sobre ella actúan la fuerza  $\vec{F}_1$  constante de  $20 \text{ N}$  (combinación de la fuerza gravitatoria y de la fuerza de flotación ejercida por el medio) y también la fuerza de resistencia del fluido,  $\vec{F} = -k \cdot \vec{v}$ , donde  $\vec{v}$  es la velocidad en  $\text{m/s}$  y  $k = 2 \text{ N s/m}$ . Calcular:

a) La aceleración inicial.

b) La aceleración cuando  $|\vec{v}| = 3 \text{ m/s}$ .

c) La velocidad terminal.

d) La posición, velocidad y aceleración luego de  $2 \text{ s}$  después de iniciado el movimiento.



### Dinámica del movimiento circular

49- ¿Es posible que la velocidad de un cuerpo esté dirigida hacia el Este y la fuerza que actúa sobre él hacia el Norte? Dar un ejemplo.

50- Un cuerpo de 250 g gira en un plano horizontal con velocidad de módulo constante de 4 m/s. Si el radio de giro mide 80 cm, calcular:

- El período  $\tau$  del movimiento.
- El módulo de la aceleración centrípeta.
- El módulo de la fuerza resultante. Indicar su dirección y sentido.

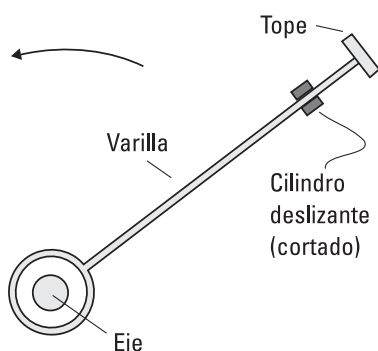
51- Una piedra de 0,9 kg se ata a una cuerda de 0,8 m. La cuerda se rompe si su tensión excede los 450 N (ésta es la *resistencia a la rotura* de la cuerda). La piedra gira en un círculo horizontal sobre una mesa sin rozamiento; el otro extremo de la cuerda se encuentra fijo. Calcular la máxima rapidez que puede alcanzar la piedra sin romper la cuerda.

52- Una bola de 1 kg de masa está atada a una cuerda de 0,45 m de longitud, gira describiendo una circunferencia en el plano vertical. Calcular:

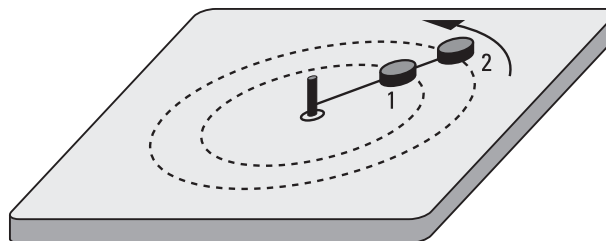
- La mínima velocidad que puede tener la bola en la posición más alta de la trayectoria.
- ¿En qué punto de la trayectoria la velocidad es máxima?
- El máximo valor que puede adquirir la velocidad si la máxima tensión que puede soportar la soga es de 30 N.

53- La varilla de la figura se hace girar con velocidad constante en un plano vertical. La misma tiene un tope a 90 cm del eje, y por ella desliza un cilindro pequeño, de 200 g. Puede despreciarse la masa de la varilla y el rozamiento sobre el cilindro.

- Si realiza una vuelta por segundo, calcular la intensidad de la fuerza que el tope hace sobre el cilindro, en los puntos más alto y más bajo de la trayectoria, respectivamente.
- Hallar cuál será la máxima velocidad que puede dársele, si la varilla soporta una fuerza de tracción máxima de 20 Newton.
- Hallar la mínima velocidad con que podrá girar, sin que el cilindro se separe del tope.



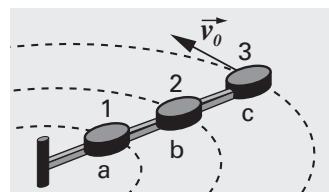
54- Dos bloques de masas  $m_1 = 2$  kg y  $m_2 = 3$  kg unidos por una cuerda inextensible giran en un plano horizontal con la misma velocidad angular ( $\omega$ ). Los bloques describen dos trayectorias circulares concéntricas de radios  $r_1 = 30$  cm y  $r_2 = 50$  cm, respectivamente.



Sabiendo que el módulo de la tensión que ejerce la cuerda que une el centro de las trayectorias con el bloque de masa  $m_1$  es de 40 N, calcular:

- La intensidad de la tensión que ejerce la cuerda que une ambos bloques.
- La velocidad angular.

55- El sistema de la figura está compuesto por tres cuerpos de igual masa unidos por tres varillas **a**, **b** y **c** de igual longitud y de masa despreciable. En todo instante los tres cuerpos se mantienen alineados girando en un plano horizontal. Se desprecian los rozamientos.



Considerar el instante en el que el módulo de la velocidad del cuerpo 3 es  $|\vec{v}_0|$ . Indicar cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

- Los tres cuerpos tienen la misma velocidad.
- Los tres cuerpos tienen la misma velocidad angular.
- Las fuerzas ejercidas por cada varilla, **a**, **b** y **c**, tienen igual módulo.
- El módulo de la fuerza ejercida por la varilla **a** es mayor que el de la ejercida por la **b**.
- La velocidad angular del cuerpo 1 es menor que la del cuerpo 2.
- El módulo de la aceleración centrípeta del cuerpo 1 es menor que el del cuerpo 2.
- El módulo de la aceleración centrípeta del cuerpo 3 es menor que el del cuerpo 2.

- ☐ a, b, c  
☐ b, d, f  
☐ a, c, e  
☐ b, c, g  
☐ c, e, f  
☐ a, d, f

**56-** El sistema de la figura está compuesto por dos cuerpos 1 y 2 de masas  $m_1 = m_2$ . Ambos se encuentran unidos por dos varillas **a** y **b** de igual longitud ( $L$ ) y de masas despreciables que en todo instante se mantienen alineadas. El sistema gira en el plano vertical. No hay rozamientos. Considerar el instante en el cual el sistema pasa por la posición A (ver figura), en el cual el módulo de la velocidad de  $\underline{m_2}$  es de 2 m/s.

Datos:  $L = 0,5$  m;  $|\underline{v_{2A}}| = 2$  m/s;  $m_1 = m_2 = 0,5$  kg.

Indicar cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

- a) El módulo de la velocidad del cuerpo 1 es 2 m/s.
- b) Los módulos de las fuerzas ejercidas por cada varilla son iguales.
- c) El módulo de la fuerza ejercida por la varilla **a** es 2,6 veces mayor que el peso del cuerpo 1.
- d) La velocidad angular del cuerpo 1 es 2 rad/s.
- e) La aceleración centrípeta del cuerpo 2 es el doble de la de 1.

f) El módulo de la fuerza ejercida por la varilla **b** es 2 veces mayor que el peso del cuerpo 2.

- |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> a, b, c | <input type="checkbox"/> a, c, e |
| <input type="checkbox"/> c, d, e | <input type="checkbox"/> b, c, f |
| <input type="checkbox"/> c, e, f | <input type="checkbox"/> a, d, f |

**57-** Un automóvil de 1200 kg de masa toma una curva de 30 m de radio con una velocidad de módulo 90 km/h. Calcular la fuerza centrípeta. ¿Qué interacción es responsable del giro del auto?

**58-** La rapidez máxima con la que un coche de 1000 kg de masa puede tomar una curva sobre una ruta horizontal sin *peralte* de 150 m de radio es de 20 m/s. (El *peralte* es la inclinación en la curva que permite realizar giros a mayor velocidad sin correr el riesgo de salirse de la pista). Calcular:

- a) La fuerza de rozamiento entre las ruedas y el asfalto cuando la rapidez es máxima.
- b) El valor del coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el asfalto.

**59-** Una curva de autopista de 300 m de radio no tiene *peralte*. Un camión cuyo peso es de 14000 kgf transita la autopista. El coeficiente de rozamiento estático entre los neumáticos y el asfalto seco es de 0,75, en el asfalto mojado es de 0,50 y en el hielo es de 0,25.

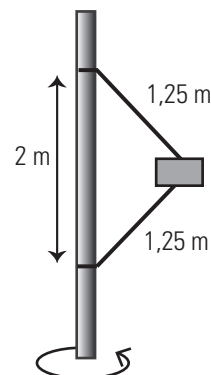
a) Determinar la máxima rapidez con la que se puede pasar la curva con toda seguridad (sin deslizarse) en: (i) días secos, (ii) días lluviosos y (iii) días helados. ¿Esos valores de velocidad dependen de la masa del vehículo?

b) Suponer que no hay rozamiento. Con las velocidades calculadas en a), calcular, en cada caso, el ángulo del *peralte* para que el vehículo se mantenga sin salirse de la curva.

¿El valor del ángulo de *peralte* dependen de la masa del vehículo?

c) Recalcular las velocidades halladas en a), si la autopista tiene un *peralte* de  $3^\circ$ . ¿Esos valores de velocidad dependen de la masa del vehículo?

**60-** El bloque de 4 kg de la figura está unido a una varilla vertical con dos sogas ideales iguales de 1,25 m de longitud. Cuando el sistema gira sobre el eje de la varilla, las sogas se extienden.



a) Si la tensión de la soga superior es de 70N, ¿qué tensión ejerce la soga inferior? ¿con qué frecuencia en RPM, debería girar el bloque en esas condiciones?

b) Si ahora el bloque gira manteniendo el mismo ángulo que en el inciso anterior, que frecuencia sería necesaria para que la tensión de la soga inferior sea nula.

c) Explicar cómo se movería el bloque si la frecuencia fuera menor que la calculada en el ítem anterior.

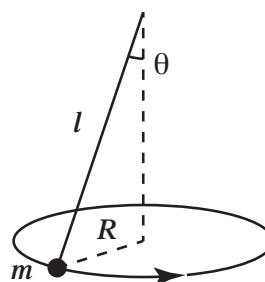
**61-** Una partícula de masa  $m$ , atada a una cuerda ideal de 4,5 m de longitud, gira de modo que la cuerda forma un ángulo  $\theta$  constante con la vertical (péndulo cónico), como muestra la figura.

Despreciando toda clase de rozamiento,

- a) ¿Qué tipo de movimiento realiza la partícula?
- b) Si  $\theta = 30^\circ$ , ¿cuánto vale la velocidad angular de la partícula? ¿Depende este valor de su masa?
- c) Si  $m = 5$  kg, calcular la tensión que ejerce la cuerda.

d) ¿Cómo variarían el ángulo  $\theta$  y la tensión de la cuerda si la partícula girara con una velocidad angular mayor que la calculada en b)?

e) La partícula, ¿podría permanecer girando con la cuerda horizontal? Justifique.



**62-** Un cuerpo de 5 kg, apoyado sobre la superficie cónica ABC, pende de una soga ideal de 4,5 m de longitud (ver figura).

El cuerpo gira alrededor del eje EE' a 10 rpm. No hay rozamiento entre la superficie y el cuerpo.

Calcular:

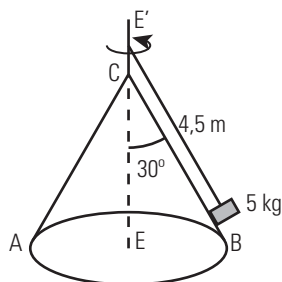
a) La fuerza que ejerce la superficie cónica sobre el cuerpo.

b) La tensión en la soga.

c) La velocidad angular a la que ha de girar el cuerpo para anular la fuerza de contacto con la superficie cónica.

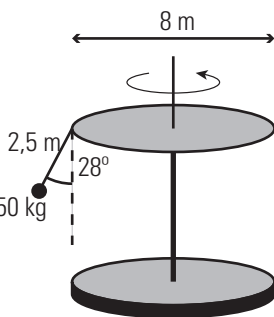
¿Cuánto vale la tensión de la soga en este caso? Comparar éstos resultados con los del ejercicio 61.

d) Describir qué sucedería si el cuerpo girase con una velocidad angular mayor que la calculada en c) ¿Y si lo hiciera con una velocidad angular menor?



**63-** El tambor de eje vertical de una lavadora industrial es un cilindro de 40 cm de diámetro, y la frecuencia máxima de centrifugado es de 1200 rpm. Calcular la fuerza neta a la que está sometida una masa de 2 kg de ropa ubicada en la periferia y que no desliza sobre la pared del lavarropa.

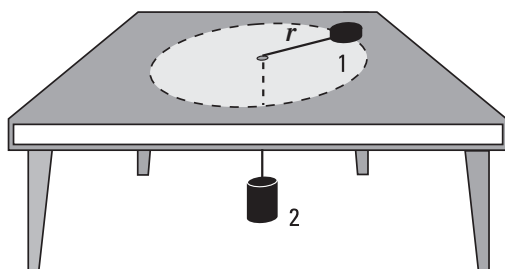
**64-** Un juego de un parque de atracciones consta de una plataforma circular de 8 m de diámetro que gira. De la plataforma cuelgan "sillas voladoras" suspendidas de cadenas de 2,5 m de longitud. Cuando la plataforma gira, las cadenas que sostienen los asientos forman un ángulo de  $28^\circ$  con la vertical.



a) ¿Cuál es la velocidad angular de las sillas?

b) Si un niño ocupa una silla y la masa del conjunto silla-niño es de 50 kg, ¿cuál es la tensión que ejerce la cadena?

**65-** Un cuerpo 1 de masa  $m_1$  se encuentra apoyado sobre una mesa horizontal sin rozamiento.



Datos:  $m_1 = 1$  kg  $m_2 = 4$  kg  $r = 0,1$  m

El cuerpo 1 está unido a un cuerpo 2 de masa  $m_2$  colgado mediante una cuerda ideal que pasa por un agujero practicado en la mesa.

El cuerpo 2 permanece en reposo, mientras que el 1 describe un movimiento circular uniforme de radio  $r$ .

a) Realizar los diagramas de cuerpo libre. Especificar los pares de acción-reacción.

b) Calcular el módulo de la velocidad con la que gira el cuerpo que se encuentra sobre la mesa. ¿Cuánto valen la intensidad de su aceleración tangencial y la de su aceleración centrípeta?

**66-** Responder verdadero o falso, justificando las respuestas.

a) Si una partícula recorre una trayectoria curvilínea, su aceleración es nula.

b) Siempre que un cuerpo tiene rapidez constante, su aceleración es nula.

c) Para que un cuerpo realice una trayectoria circular, la resultante debe necesariamente tener una componente en la dirección radial cuyo sentido es hacia el centro de la circunferencia que describe.

d) Si un auto avanza con velocidad constante de módulo  $|\vec{v}|$ , se necesita una fuerza neta menor para hacerle tomar una curva más abierta que una más cerrada.

e) En los puntos en que un péndulo simple alcanza su amplitud máxima (puntos de retorno), su aceleración es nula.

f) Cuando un péndulo simple oscila describe un movimiento circular uniforme.

g) Cuando un péndulo simple oscila, en la posición más baja de su recorrido la aceleración centrípeta es nula.

h) En un movimiento circular uniforme, con radio de giro constante, a mayor velocidad tangencial mayor aceleración centrípeta.

i) En un movimiento circular uniforme con velocidad angular constante, a mayor radio de giro, mayor aceleración centrípeta y mayor velocidad tangencial.

j) Un cuerpo atado a un piolín que se hace girar en un plano vertical siempre se mueve describiendo un movimiento circular uniforme.

k) Si a un cuerpo atado a una cuerda se lo hace girar en un plano horizontal con movimiento circular uniforme, al cortarse el piolín el cuerpo sale despedido radialmente.

l) En la posición más baja de un movimiento pendular el módulo de la tensión es igual al peso.

m) La fuerza centrípeta es la componente de la fuerza resultante en la dirección paralela al desplazamiento.

n) La fuerza centrípeta es la componente de la fuerza resultante en la dirección paralela a la aceleración centrípeta.

## Interacción gravitatoria

Para la resolución de los ejercicios propuestos se dispone de la siguiente lista de valores:

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$R_{\text{Tierra}} = 6378 \text{ km}; R_{\text{lunar}} = 1737 \text{ km}; R_{\text{Sol}} \approx 7 \times 10^5 \text{ km}.$$

$$m_{\text{Tierra}} = 6 \times 10^{24} \text{ kg}; m_{\text{Sol}} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}; m_{\text{Luna}} = 7,38 \times 10^{22} \text{ kg}.$$

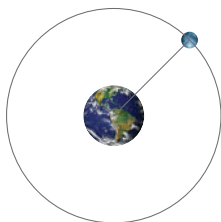
$$d_{\text{Tierra-Sol}} = 1,5 \times 10^8 \text{ km}; d_{\text{Tierra-Luna}} = 384\,000 \text{ km};$$

**67-** Dos cuerpos de masas 800 kg y 500 kg se encuentran a 3 m de distancia. ¿Cuál es la intensidad de la fuerza de atracción gravitatoria que experimenta cada uno de los cuerpos?

**68-** Considerar el sistema Tierra-Luna de la figura, donde se desprecian las interacciones con los demás cuerpos del Sistema Solar.

a) Realizar un diagrama de cuerpo libre de la Luna y de la Tierra. Graficar los vectores aceleración y calcular sus módulos.

b) A partir de la información del inciso a), ¿podría usted afirmar que la Luna está cayendo sobre la Tierra o la Tierra sobre la Luna? Justificar la respuesta.



**69-** Calcular la masa del Sol, considerando que la Tierra describe una órbita circular de 150 millones de kilómetros de radio. ¿Cuál es el módulo de la velocidad con la cual la Tierra gira alrededor del Sol?

**70-** La Estación Espacial Internacional es un centro de investigación tripulado en órbita alrededor de la Tierra, cuya administración, gestión y desarrollo está a cargo de la cooperación internacional. Se encuentra a unos 408 km de altura de la superficie de la Tierra. Calcule el valor del período y el módulo de la velocidad con la cual gira alrededor de la Tierra.

**71-** Dos planetas describen órbitas circulares de radios  $R_A$  y  $R_B$  alrededor de una estrella. El período del planeta A es ocho veces mayor que el del planeta B. Si las velocidades angulares respectivas son  $\omega_A$  y  $\omega_B$ , diga cuál de las siguientes relaciones es la única correcta:

☐  $\omega_A = 8 \omega_B$  y  $R_A = 4 R_B$     ☐  $\omega_A = 1/8 \omega_B$  y  $R_A = 4 R_B$

☐  $\omega_A = 8 \omega_B$  y  $R_A = 1/4 R_B$     ☐  $\omega_A = 1/8 \omega_B$  y  $R_A = 1/4 R_B$

☐  $\omega_A = 1/4 \omega_B$  y  $R_A = 2,5 R_B$

☐ las relaciones entre  $\omega_A$  y  $\omega_B$  y entre  $R_A$  y  $R_B$  dependen de las masas de los planetas

**72-** La Luna gira en torno a la Tierra, completando una revolución en aproximadamente 28 días. Suponiendo que la órbita fuera circular de radio  $R_{\text{TL}} = 384\,000 \text{ km}$ , ¿cuál sería la magnitud de la fuerza gravitatoria que la Tierra ejerce sobre la Luna?

**73-** La masa de la Luna es 1/81 de la masa de la Tierra y su radio es 1/4 del radio de la Tierra. Calcular cuánto pesará en la superficie de la Luna una persona que tiene una masa de 70 kg.

**74-** Hallar cuánto pesa un meteorito de 2 kg en el campo gravitatorio de la superficie de Marte. Hallar cuánto pesa Marte, en el campo gravitatorio del meteorito, en la misma posición anterior.

Datos:  $m_{\text{Marte}} = 6,6 \times 10^{23} \text{ kg}$ ;  $R_{\text{Marte}} = 3380 \text{ km}$ .

**75-** ¿A qué distancia del centro de la Tierra debe ubicarse un objeto de masa 1 kg para que pese 1 N? Expresar esa distancia como múltiplo del radio terrestre.

**76-** Un satélite artificial se dice que es geoestacionario si está siempre en la vertical de un cierto punto de la Tierra. ¿A qué altura se encuentran los satélites geoestacionarios?

**77-** Hallar a qué distancia entre la Luna y la Tierra debería colocarse un objeto, para que las fuerzas de atracción gravitatoria sobre el mismo se compensaran mutuamente. ¿Depende el resultado anterior de la masa del objeto? ¿Qué le ocurriría allí al objeto?

**78-** ¿A qué se debe que un astronauta en una nave espacial en órbita viva una situación de "ingravedad"? Si la altura de la órbita es de 400 km, ¿cuánto pesa en esas circunstancias un astronauta de 80 kg? Los astronautas suelen prepararse para experiencias como estas dentro de aviones que vuelan alto y se "tiran en picada". Explique el procedimiento.

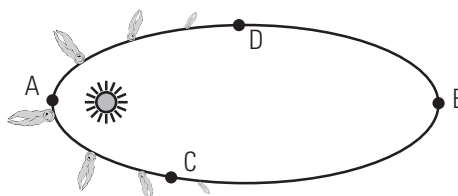
**79-** La imagen representa la trayectoria elíptica del cometa Halley en su movimiento alrededor del Sol (en sentido horario).

a) Representar el vector fuerza sobre el cometa en las posiciones A (perihelio), B (afelio), C y D.

b) Representar las componentes tangencial y normal (centrípeta) de la aceleración en dichos puntos. ¿Qué puede concluir acerca del módulo de la velocidad del cometa (respecto de un sistema fijo al Sol) en los puntos A y B?

c) En el punto A la distancia del cometa al Sol es 0,57 UA (1 UA = distancia Tierra-Sol) mientras que en B es 35,5 UA. Si la masa del cometa es de  $2,2 \times 10^{14} \text{ kg}$ ; calcular la fuerza sobre el cometa y su aceleración en dichos puntos.

d) Investigar en qué año se producirá la próxima aparición del Halley. Estimar sus probabilidades de estar vivo para verlo y si la resolución de este problema incrementará o no sus deseos de hacerlo.





## Fuerza elástica

*Durante el presente curso consideraremos resortes cuyo comportamiento es perfectamente elástico, que cumplen con la Ley de Hooke y de masa pequeña frente a la de los cuerpos que desplaza.*

**80-** Un resorte se alarga 30 cm cuando ejercemos sobre él una fuerza de 24 N de intensidad.

Calcular:

- El valor de la constante elástica.
- El alargamiento del resorte al aplicar una fuerza de 60 N.

**81-** Un resorte cuya constante elástica vale 150 N/m tiene una longitud de 35 cm cuando no se aplica ninguna fuerza sobre él.

Calcular:

- La fuerza que debe ejercerse sobre el resorte para que su longitud sea de 45 cm.
- La longitud del resorte cuando se aplica una fuerza de 63 N.

**82-** Un resorte alcanza una longitud de 35 cm si tiramos de él con una fuerza de 225 N. Si tiramos con una fuerza de 420 N, su longitud es de 48 cm. Calcular:

- ¿Cuánto mide el resorte cuando no actúa fuerza alguna?
- ¿Cuál es el valor de su constante elástica?

**83-** Un hombre está de pie sobre una balanza de resorte. De repente se pone en cucullas.

¿Qué ocurre con la lectura de la balanza?  
¿Y si el hombre estuviera inicialmente en cucullas y se levantara repentinamente?

**84-** Sobre un dinamómetro de constante elástica  $k = 200$  N/m se cuelga un cuerpo de 4 kg de masa. Calcular el alargamiento en equilibrio.

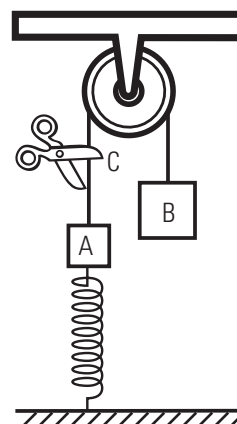
**85-** Un resorte de masa despreciable, cuya longitud es 40 cm cuando está descargado, tiene un extremo unido al techo a 2,4 m del piso, y en el otro está colgado un objeto que pesa 12 kgf.

- Hallar la constante elástica del resorte, si al quedar en equilibrio su longitud es 60 cm.
- Se eleva al cuerpo 5 cm desde la posición de equilibrio, y se lo suelta. Hallar con qué aceleración parte.
- Determinar cuánto habría que desplazar el cuerpo hacia abajo, respecto de su posición de equilibrio, para que al soltarlo partiera con una aceleración de módulo igual a  $|g|$ .
- Si ahora se eleva al cuerpo 25 cm desde la posición de equilibrio, y se lo suelta. Hallar con qué aceleración parte?
- Trazar los gráficos de la aceleración del cuerpo y de la fuerza que experimenta el techo, en función de la distancia al piso del extremo libre.

**86-** En el sistema mostrado en la figura, un extremo del resorte está unido al cuerpo A, y el otro extremo al piso. Se pueden despreciar las masas del resorte, de la cuerda y de la polea, así como el rozamiento en la misma.

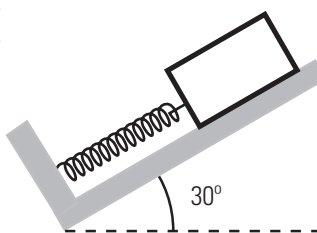
Determinar la intensidad de la fuerza que el resorte ejerce sobre A, y la que soporta el techo, para distintos valores de las masas, en equilibrio. Hallar también con qué aceleración comenzará a moverse el cuerpo A en cada caso, un instante después de cortar bruscamente la cuerda en el punto C.

- $m_A = 4$  kg y  $m_B = 6$  kg
- $m_A = 4$  kg y  $m_B = 1$  kg
- $m_A = m_B$



**87-** Un resorte de constante elástica 400 N/m, reposa apoyado en un plano inclinado  $30^\circ$  con la horizontal. En el extremo superior del resorte se apoya un cuerpo de masa 5 kg.

Suponiendo que no existe rozamiento, ¿cuánto se deforma el resorte si el cuerpo se encuentra en equilibrio?

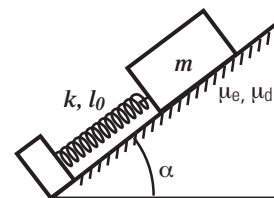


**88-** Un bloque de masa  $m$  se coloca sobre un plano inclinado unido a un resorte de largo natural  $l_0$  y constante elástica  $k$ . El plano inclinado forma un ángulo  $\alpha$  con la horizontal. Datos:  $l_0 = 60$  cm,  $k = 500$  N/m,  $m = 30$  kg y  $\alpha = 37^\circ$ .

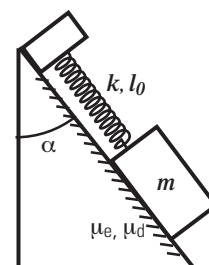
a) Suponiendo que no hay rozamiento, calcular la posición de equilibrio del bloque con respecto al extremo fijo del resorte.

b) Si ahora hay rozamiento, y los coeficientes de rozamiento estático y dinámico entre el bloque y el plano fueran  $\mu_e = 0,4$ ;  $\mu_d = 0,15$ , respectivamente, hallar la máxima longitud que podrá darse al resorte y que el cuerpo permanezca en equilibrio.

c) Con los mismos coeficientes anteriores, hallar la mínima longitud del resorte que conserve el equilibrio.



**89-** Ídem problema anterior, pero ahora el resorte está sujeto a la parte superior del plano inclinado. Comparar los resultados





**90-** Dos bloques, A y B, de masas  $m_A$  y  $m_B$  están unidos por una cuerda ideal que pasa por una polea ideal. El bloque A está unido a la pared mediante un resorte ideal de constante elástica  $k$  y largo natural  $l_0$ .

a) Suponiendo rozamiento nulo entre el bloque A y el piso. Calcular la longitud del resorte cuando el sistema está en equilibrio. ¿Cuál es la fuerza que ejerce el resorte sobre la pared en este caso?

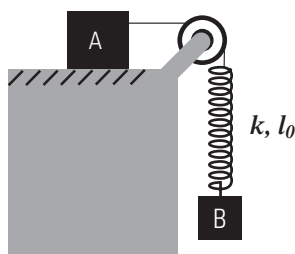
b) Considerar ahora que el sistema **no** está en equilibrio. Si la longitud del resorte es  $l_0$  y se deja el sistema en libertad, calcular la aceleración inicial de cada bloque.

c) Considerar ahora que el rozamiento entre bloque A y el piso no es despreciable. Se desplaza al cuerpo que cuelga hacia abajo hasta que el resorte tenga una longitud  $l$ , mayor que  $l_0$  y menor que la longitud calculada en a), y se lo suelta. Encontrar el valor mínimo que debe tener el coeficiente de rozamiento estático  $\mu_e$  para que el sistema, al soltarlo, quede en equilibrio. ¿Depende este valor de la constante elástica del resorte?

**91-** Ídem ítems a) y b) del problema anterior, considerando la configuración del esquema.

c) Considerar ahora que hay rozamiento entre A y el piso. Encontrar el valor mínimo que debe tener el coeficiente de rozamiento estático,  $\mu_e$ , para que el sistema esté en equilibrio.

Si el sistema se encuentra en equilibrio, ¿cuánto vale la longitud del resorte?



**92-** Dos resortes de masa despreciable, cuyas constantes elásticas son  $k_1$  y  $k_2$ , son utilizados para mantener suspendido un objeto cuya masa es  $m$ . Para las dos configuraciones que se muestran en el esquema, determinar:

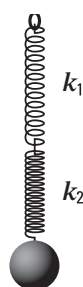
a- ¿Cuál de los dos resortes soporta una fuerza mayor?

b- ¿Cuál de los dos resortes se alarga más?

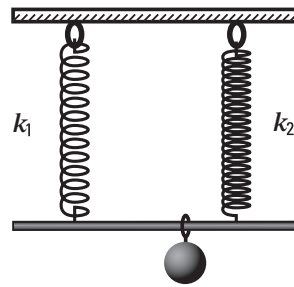
c- ¿Cuál es el valor de la constante elástica equivalente del sistema que forman ambos? (Se la define como la constante del resorte único, capaz de reemplazarlos produciendo los mismos efectos).

NOTA: En el caso B, la carga se distribuye de modo que la barra quede siempre horizontal.

**Caso A**  
**Resortes en serie**

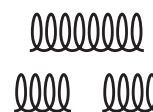


**Caso B**  
**Resortes en paralelo**

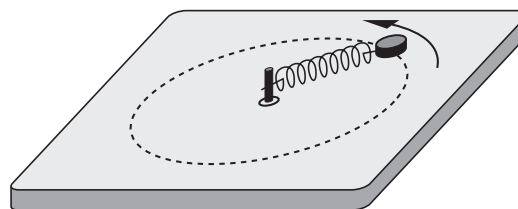


**93-** Un resorte se corta por la mitad como indica la figura. Si la constante elástica del resorte de arriba es  $k$ , ¿cuál es la constante de cada uno de los resortes de abajo? Justifique su elección.

- ☐  $4k$   
☐  $2k$   
☐  $k$   
☐  $k/2$   
☐  $k/4$



**94-** Un cuerpo de 5 kg se mueve apoyado en una mesa horizontal con rozamiento despreciable, sujeto al extremo de un resorte de constante elástica 1000 N/m, cuya longitud sin carga es 20 cm.



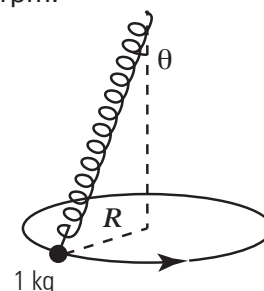
a) ¿Cuál es la longitud del resorte, cuando el cuerpo gira dando dos vueltas por segundo? Considerar que la trayectoria es una circunferencia y despreciar la masa del resorte.

b) Expresar la segunda ley de Newton para el caso general de una masa unida a un resorte de constante elástica  $k$  y cuya longitud relajado es  $l_0$ , cuando gira como se indica en la figura y con una velocidad angular  $\omega$ . Despejar la longitud  $l$  en función de  $\omega$  y encontrar el rango de valores posibles de  $\omega$  para que gire con movimiento circular uniforme.

**95-** Se engancha una partícula de 1 kg a un resorte de masa despreciable de constante elástica 10 N/cm y longitud natural 48 cm. Se hace girar al cuerpo como un péndulo cónico con una frecuencia constante de 60 rpm.

a) Calcular el alargamiento del resorte respecto a su longitud natural.

b) Calcular el ángulo que forma la altura del cono con la generatriz.



## Movimiento armónico simple

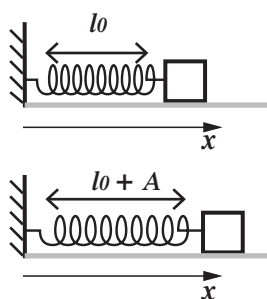
**96-** Un cuerpo de masa  $m$  sujeto a un resorte de constante  $k$  se encuentra apoyado sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Se desplaza al cuerpo de su posición de equilibrio una distancia  $A$  y se lo deja en libertad a partir del reposo.

a) ¿Qué tipo de movimiento efectúa el cuerpo? Escribir la ecuación de Newton y obtener  $x(t)$ . Calcular la frecuencia de oscilación (pulsación) y el período en función de  $k$  y  $m$ .

b) ¿En qué puntos la aceleración del cuerpo es nula y en cuáles es máxima?

c) ¿En qué puntos la velocidad es nula y en cuáles es máxima?

d) Graficar la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo.



**97-** Un cuerpo de masa 0,75 kg se sujeta a un resorte horizontal de constante elástica de 48 N/m, cuyo otro extremo se encuentra fijo a una pared. Se estira el resorte separando el cuerpo 0,2 m a partir de la posición de equilibrio y se lo suelta a partir del reposo. El origen del sistema de referencia está en la posición de equilibrio y es positivo en el sentido en que se estira el resorte. Hallar:

a) El período de la oscilación.

b) La ecuación de movimiento.

c) ¿Cuánto tarda en pasar por segunda vez por la posición de equilibrio y con qué velocidad lo hace?

d) El instante en el que el móvil pasa por primera vez por la posición  $x = -0,1$  m, después de haber pasado por el origen.

e) Los valores de la velocidad y de la aceleración del cuerpo para el instante calculado en d).

f) Graficar posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.

**98-** Un cuerpo de masa  $m$  unido a un resorte horizontal de constante elástica  $k$  describe un movimiento oscilatorio armónico simple (M.A.S) de 20 cm de amplitud. En el instante  $t = 0$  s el cuerpo pasa por la posición de equilibrio moviéndose en el sentido positivo del sistema de coordenadas con una velocidad de módulo 1 m/s.

a) Calcular la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.

b) ¿En qué instantes el cuerpo pasa por el origen de coordenadas?

**99-** Considere una partícula de masa  $m$  suspendida del techo por medio de un resorte de constante elástica  $k$  y longitud natural  $l_0$ . Determine cómo varía su posición en función del tiempo sabiendo que en  $t = 0$  la partícula se halla a una distancia  $2l_0$  del techo con velocidad nula. Considere que la distancia  $2l_0$  es mayor a la longitud de equilibrio.

**100-** Un cuerpo de 300 g se encuentra en equilibrio unido al techo a través de un resorte. El peso del cuerpo hace que el resorte se estire 6 cm respecto de su longitud natural.

a) ¿Cuál será la frecuencia de oscilación o pulsación si se separa al cuerpo de su posición de equilibrio?

b) ¿Qué ocurriría al variar la masa a 500 g?

c) Determinar para este último caso el período y la frecuencia.

**101-** Un péndulo simple de longitud  $L$  oscila con amplitud  $A$ , pequeña.

Expresar, como función del tiempo:

a) Su desplazamiento angular.

b) Su velocidad angular.

c) Su aceleración angular.

d) Su velocidad tangencial.

e) Su aceleración centrípeta y su aceleración tangencial.

f) La tensión que ejerce la cuerda si la masa de la lenteja es  $m$ . ¿Para qué desplazamiento angular la tensión es máxima? Comparar con la intensidad de la fuerza peso.

**102-** Una partícula oscila con un movimiento armónico simple de tal forma que su desplazamiento varía de acuerdo con la expresión:

$$x(t) = 5 \text{ cm} \cos(2 \text{ s}^{-1}t + \pi/6),$$

donde  $x$  se mide en cm y  $t$  en s.

Calcular:

a) El período y la amplitud del movimiento.

b) La posición, la velocidad y la aceleración en  $t = 0$  s.

c) La intensidad máxima de la velocidad y de la aceleración.

**103-** Un cuerpo de 2 kg está unido a un resorte horizontal de constante  $k = 5$  N/m. Se alarga 10 cm al resorte y se lo suelta a partir del reposo.

a) Hallar la frecuencia, el período y la amplitud del movimiento.

Escribir la ecuación del M.A.S.

b) ¿En qué instante pasa el cuerpo por primera vez por la posición de equilibrio?

c) La intensidad máxima de la velocidad y de la aceleración.

## Sistemas no inerciales

**104-** Un colectivo parte del reposo con aceleración constante  $a$ . En su interior sobre el piso se encuentra un paquete de masa  $m$ . Considerar que **no** hay rozamiento entre este y el piso.

Con los conceptos de dinámica que posee:

a) Graficar cuáles son las fuerzas que actúan sobre el paquete. Indicar cuáles son y dónde están aplicados sus pares de interacción.

b) Escribir las ecuaciones de movimiento del paquete tomando como sistema de referencia,  $S$ , a uno fijo a la vereda (sistema inercial).

c) Plantear el problema ahora tomando como sistema de referencia,  $S'$ , a uno fijo al colectivo (sistema no inercial). ¿Es compatible el comportamiento del paquete con las ecuaciones de movimiento obtenidas a partir de las leyes de Newton? ¿Qué fuerza resulta necesaria postular para "salvar" la validez de las leyes de Newton? ¿Dónde debe aplicar esta fuerza? ¿Existe una fuerza con la cual constituya un par acción-reacción?

**105-** Repetir el problema anterior (incisos a, b y c), sabiendo que el paquete no desliza respecto del piso y sabiendo que el coeficiente estático de rozamiento es  $\mu_e$ .

d) Analice desde ambos sistemas cual es la máxima aceleración  $a_{\text{máx}}$  que puede adquirir el colectivo para que el paquete no resbale.

e) Para aceleraciones del colectivo,  $a > a_{\text{máx}}$ , ¿cuánto vale el vector aceleración del paquete respecto de  $S$  y de  $S'$ ? Tome  $\mu_d$  como dato?

**106-** Un vagón de ferrocarril transporta una mesa de metal y sobre ella se sitúa una bola de billar. Si el vagón arranca avanzando, para una persona que esté dentro del mismo, la bola:

- No se mueve
- Se desplaza hacia atrás
- Se desplazaría hacia adelante
- O está quieta o se desplaza hacia atrás.
- O está quieta o se desplaza hacia adelante.

**107-** Responda ahora el ejercicio anterior si la mesa es de paño.

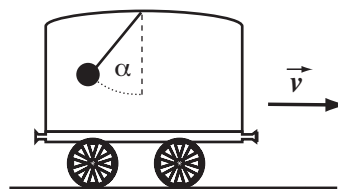
**108-** (i) En un viaje en tren cierto viajero está cómodamente sentado en su asiento mirando en el sentido del movimiento del tren. Observa una araña, colgada verticalmente de un hilo del techo, frente a él. En cierto momento, la araña se aproxima peligrosamente a su cara. ¿Cuáles serían los motivos de ese acercamiento?

- La araña quiere prolongar su tela hasta su cara.
- El tren está aumentando su rapidez.
- La araña sólo puede estar equilibrada con una fuerza en el sentido en el que se mueve el tren.
- El tren está frenando, para detenerse en una próxima estación.

(ii) Pasada la primera parte de su trayecto, en otro momento, se da cuenta de que la araña, que cuelga del extremo de su hilo, se desvió hacia su derecha. Este hecho provoca las siguientes nuevas reflexiones, ¿cuáles de todas estas observaciones serán correctas?

- El tren está por volcar.
- La araña sólo puede estar equilibrada con una fuerza horizontal hacia la derecha del pasajero.
- El tren está realizando una trayectoria curvilínea hacia la izquierda.
- El tren está dando una curva hacia la derecha.

**109-** El péndulo de la figura está colgado, en reposo respecto del vehículo, del techo de un vehículo que se mueve de izquierda a derecha.



a) ¿El vehículo está frenando, acelerando o se mueve con velocidad constante?

b) ¿Cuál sería la respuesta a la pregunta anterior si la posición observada del péndulo fuese vertical?

**110-** Un ascensor sube con aceleración constante de  $3 \text{ m/s}^2$ . Tres segundos después que el ascensor comenzó a acelerar a partir del reposo, un pasajero deja caer una moneda desde una altura de 1 metro por sobre el piso del ascensor. Encuentre el tiempo que tarda la moneda en chocar contra el piso. Realice los cálculos tomando como referencia un sistema fijo al ascensor y uno fijo a tierra.

**111-** Un hombre quiere mover una caja de  $10 \text{ kg}$  que está apoyada sobre el piso de un vagón en reposo, sobre una vía horizontal. Para eso necesita hacer una fuerza de  $5 \text{ kgf}$ . Luego el vagón está acelerado y el hombre tiene ahora que hacer una fuerza horizontal de  $3 \text{ kgf}$  para mover la caja. ¿Qué aceleración lleva el vagón?

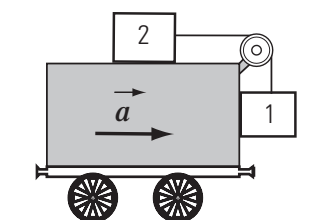
**112-** (Opcional) Dado el sistema de la figura, los coeficientes de rozamiento estático en las superficies horizontal y vertical son  $\mu_{e1}$  y  $\mu_{e2}$ , respectivamente.

¿Para qué valores de la aceleración  $a$ , la masa  $m_1$  no sube ni baja?

Datos:

$$\mu_{e1} = \mu_{e2};$$

$$m_1 = m_2.$$



**113-** Un paquete de masa  $m$  se encuentra a una distancia  $r$  del eje de una calesita de radio  $R > r$ , que gira con velocidad angular constante  $\omega$ .

a) Si el paquete no desliza sobre el piso de la calesita:

i. Grafique todas las fuerzas de interacción y las que forman pares con ella que actúan sobre  $m$ . Indique cuáles son y dónde se hallan aplicados sus pares de interacción.

ii. ¿Cuál es la aceleración del paquete respecto de un sistema de referencia inercial  $S$  fijo a Tierra? Es compatible esto con las ecuaciones de movimiento?

iii. ¿Cuál es la aceleración del paquete respecto de un sistema de referencia no inercial  $S'$  fijo a la calesita? ¿Es compatible esto con las ecuaciones de movimiento?

iv. ¿Qué fuerza debe "agregar" un observador en el sistema  $S'$  para compatibilizar sus observaciones con los resultados obtenidos a partir de las ecuaciones de Newton?

¿Cuál es la dirección y sentido de esta fuerza? ¿Existe una correspondiente reacción?

b) Considere ahora que la masa  $m$  permanece en reposo respecto de  $S$  y que no hay rozamiento entre ella y la calesita.

Repita los incisos (i), (ii) y (iii) de la parte a)

iv. ¿Qué velocidad  $v'$  tiene el paquete respecto de  $S'$ ?

v. Verifique que no basta con introducir la fuerza inercial postulada en a)-iv para explicar el movimiento del paquete tal como lo observa respecto del sistema  $S'$ .

vi. ¿Qué nueva fuerza inercial tiene que "agregar" ahora para que haya compatibilidad con las ecuaciones de Newton? Observe que esta nueva fuerza está relacionada con  $v'$  (en el inciso a) no aparece pues allí  $|v'|=0$ ).

**114-** Del techo de un ascensor cuelga un resorte con una bolita de masa  $m$  en su extremo libre; la bolita se encuentra en reposo respecto del piso del ascensor. Un observador situado dentro del ascensor mide la longitud del resorte ( $L$ ) en tres situaciones diferentes,

a) cuando el ascensor permanece en reposo,  $L_R$

b) cuando el ascensor arranca y sube,  $L_A$ ,

c) cuando el ascensor sube y frena,  $L_F$ .

Entonces, la relación entre las tres longitudes es:

a)  $L_R = L_A = L_F$       b)  $L_A = L_F > L_R$

c)  $L_A > L_R > L_F$       d)  $L_A < L_R < L_F$

e)  $L_A < L_F = L_R$

**115-** De un resorte de 0,50 m de longitud, sujeto al techo de un autobús, se suspende un cuerpo de 4 kg que le produce un alargamiento de 0,10 m, respecto de su longitud sin carga. Si en cambio el autobús se mueve con una aceleración constante de  $8 \text{ m/s}^2$ , determinar el ángulo que formará el resorte con la vertical y su longitud mientras el autobús mantiene la aceleración.

## Respuestas

### Leyes de la Dinámica

1- a)  $|\vec{T}| = 400 \text{ N}$       b)  $|\vec{T}| = 400 \text{ N}$

c)  $|\vec{T}| = 480 \text{ N}$       d)  $|\vec{T}| = 320 \text{ N}$       e)  $|\vec{T}| = 0 \text{ N}$

2- b) subiendo cada vez más despacio

3- a)  $\neq 0 \text{ N}$       b)  $|\vec{a}| = 0 \text{ m/s}^2$       c)  $|\vec{a}| = |\vec{g}|$

4- De elaboración personal.

5- a)  $|\vec{a}| = |\vec{g}| \sin \alpha = 5 \text{ m/s}^2$       b)  $\alpha \approx 53^\circ$

6- De elaboración personal.

7- a) y b)  $|\vec{F}| = 600 \text{ N}$       c) y e)  $|\vec{F}| = 780 \text{ N}$

d) y f)  $|\vec{F}| = 420 \text{ N}$       g)  $|\vec{F}| = 0 \text{ N}$

8- De elaboración personal.

9- De elaboración personal.

10- a) De elaboración personal.

b) De elaboración personal.

c) El carácter vectorial es de elaboración personal, los módulos de las interacciones son:

i)  $|\vec{N}| = m|\vec{g}|$       ii)  $|\vec{N}| = m|\vec{g}| + |\vec{F}|$

iii)  $|\vec{N}| = m|\vec{g}| - |\vec{F}| \sin \alpha$       iv)  $|\vec{N}| = m|\vec{g}| \cos \alpha$

v)  $|\vec{N}_A| = m_A |\vec{g}|$        $|\vec{N}_B| = (m_A + m_B) |\vec{g}|$

vi)  $|\vec{N}_A| = m_A |\vec{g}| - |\vec{F}| \sin \theta$

$|\vec{N}_B| = m_A |\vec{g}| - |\vec{F}| \sin \theta + m_B |\vec{g}|$

vii)  $|\vec{N}| = |\vec{F}|$

d) El carácter vectorial es de elaboración personal, los módulos de las aceleraciones son:

i) 0 ;      ii) 0 ;

iii)  $|\vec{a}| = |\vec{F}| \cos \alpha / m$

iv)  $|\vec{a}| = |\vec{g}| \sin \alpha$

v)  $|\vec{a}_A| = |\vec{a}_B| = 0$

vi)  $|\vec{a}_A| = |\vec{F}| \cos \theta / m_A$        $|\vec{a}_B| = 0$

vii)  $|\vec{a}| = |\vec{g}|$

11- b, c, f

12- De elaboración personal.

13- De elaboración personal.

14- a)  $|\vec{a}_p| = 0,5 \text{ m/s}^2$       b)  $|\vec{a}_j| = 0,075 \text{ m/s}^2$ ;

c)  $d = 1,96 \text{ m}$ .

15- (Denominamos  $\vec{T}_{ij}$  a la tensión en la soga que une el cuerpo  $i$  y  $j$ ).

a) y b) De elaboración personal.

Sistema A:

- c)  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = |\vec{a}_3| = |\vec{F}|/3 \text{ m}$ ;  
 d)  $|\vec{T}_{23}| = |\vec{F}|/3$   $|\vec{T}_{12}| = 2 |\vec{F}|/3$   
 e)  $|\vec{F}_{R1}| = |\vec{F}_{R2}| = |\vec{F}_{R3}| = m |\vec{a}| = |\vec{F}|/3$

Sistema B:

- c)  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = |\vec{a}_3| = (|\vec{F}|/3m) - |\vec{g}|$   
 d)  $|\vec{T}_{23}| = |\vec{F}|/3$   $|\vec{T}_{12}| = 2|\vec{F}|/3$   
 e)  $|\vec{F}_{R1}| = |\vec{F}_{R2}| = |\vec{F}_{R3}| = m |\vec{a}| = |\vec{F}|/3 - m|\vec{g}|$

16- a)  $|\vec{F}| = 500 \text{ N}$  b)  $|\vec{T}| = 200 \text{ N}$

c)  $|\vec{F}| = 700 \text{ N}$   $|\vec{T}| = 280 \text{ N}$

d)  $|\vec{a}| = |\vec{g}| \sin 30^\circ = 5 \text{ m/s}^2$ ;

$|\vec{T}| = 0 \text{ N}$

Justo después de suprimir la fuerza se mueve hacia arriba cada vez más despacio hasta detenerse, y luego continúa moviéndose hacia abajo cada vez más rápido.

17- De elaboración personal.

18- a) De elaboración personal.

b) De elaboración personal.

c)  $|\vec{a}_A| = 2,5 \text{ m/s}^2$ ;  $|\vec{a}_B| = 2 \text{ m/s}^2$ ;  $|\vec{a}_C| = 2 \text{ m/s}^2$

19- a)  $m_1 = 4 \text{ kg}$  b)  $|\vec{v}_2| = 4 \text{ m/s}$

c)  $H_{\max} = 4,8 \text{ m}$  d)  $|\vec{F}_T| = 96 \text{ N}$

e) De elaboración personal.

f) De elaboración personal.

20- a)  $|\vec{a}| = 4 \text{ m/s}^2$  y el sistema está frenando;

$|\vec{T}| = 360 \text{ N}$

b)  $|\vec{a}_A| = 10 \text{ m/s}^2$  y  $|\vec{a}_B| = 5 \text{ m/s}^2$

(A primero sube un poco más hasta detenerse y después cae; B cae)

c) De elaboración personal.

21- a)  $|\vec{a}_A| = |\vec{g}| (m_B + m_C) / (m_A + m_B + m_C)$

b)  $|\vec{F}_{\text{cuerda}}| = m_A |\vec{g}| (m_B + m_C) / (m_A + m_B + m_C)$

c)  $|\vec{F}_{BC}| = m_A m_C |\vec{g}| / (m_A + m_B + m_C)$

d) De elaboración personal.

e)  $|\vec{a}_A| \approx |\vec{g}|$

22- a)  $|\vec{a}| = 5/3 \text{ m/s}^2$

b)  $|\vec{T}| = 8750/3 \text{ N}$

c)  $|\vec{F}_{AC}| = 1750/3 \text{ N}$   $|\vec{F}_{BC}| = 1250/3 \text{ N}$

23- a) De elaboración personal.

b)  $|\vec{F}_A| = |\vec{F}_B| = 630 \text{ N}$ ;  $|\vec{F}_C| = 1260 \text{ N}$

c)  $|\vec{F}_{\text{zapatos}}| = 210 \text{ N}$

24-  $|\vec{a}_1| = 2,5 \text{ m/s}^2$ ;  $|\vec{a}_{\text{polea}}| = 1,25 \text{ m/s}^2$ ;  $|\vec{T}| = 10 \text{ N}$

25- a)  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = 6 \text{ m/s}^2$ ;  $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = 24 \text{ N}$

b)  $|\vec{a}_1| = 2 |\vec{a}_2| = 5,45 \text{ m/s}^2$ ;  $|\vec{T}_1| = \frac{1}{2} |\vec{T}_2| = 21,81 \text{ N}$

c)  $|\vec{a}_1| = \frac{1}{2} |\vec{a}_2| = 4,28 \text{ m/s}^2$ ;  $|\vec{T}_1| = 2 |\vec{T}_2| = 17,1 \text{ N}$

### Fuerza de rozamiento

26- a) Sí b)  $|\vec{a}| = 2 \text{ m/s}^2$

27- a)  $d = 62,5 \text{ m}$

b) De elaboración personal.

28- a)  $|\vec{a}| = 1,6 \text{ m/s}^2$

b)  $\mu_d = 0,16$

29- a)  $|\vec{a}| = 3 \text{ m/s}^2$

b)  $|\vec{a}| = 3,5 \text{ m/s}^2$

c)  $|\vec{a}| = 0,66 \text{ m/s}^2$

30-  $\mu_e = 0,6$   $\mu_d = 0,2$

31-  $\alpha_{\max} = 31^\circ$   $|\vec{a}| = 3,43 \text{ m/s}^2$

32- a)  $|\vec{F}| = 180 \text{ N}$ ;  $|\vec{a}| = 3 \text{ m/s}^2$ ;  $|\vec{F}_{AB}| = 120 \text{ N}$ .

b)  $|\vec{F}| = 240 \text{ N}$

33- a)  $|\vec{P}| = 17,5 \text{ N}$  b)  $m = 1,4 \text{ kg}$

34- a) De elaboración personal.

b)  $|\vec{F}| = 11,54 \text{ N}$

c)  $|\vec{F}| = 11,54 \text{ N}$

d)  $|\vec{F}| = 21,22 \text{ N}$

e)  $|\vec{F}| = 4,73 \text{ N}$

35- a)  $|\vec{a}| = 1,25 \text{ m/s}^2$   $\mu_d = 0,225$

b)  $|\vec{T}| = 350 \text{ N}$ ;

c)  $|\vec{F}| = 87,5 \text{ N}$

36- b, d, f.



37-a) De elaboración personal.

b) De elaboración personal.

c) i)  $|\vec{N}_A| = m_A |\vec{g}|$   $|\vec{N}_B| = (m_A + m_B) |\vec{g}|$

ii)  $|\vec{N}_A| = m_A |\vec{g}|$   $|\vec{N}_B| = (m_A + m_B) |\vec{g}|$

iii)  $|\vec{N}| = |\vec{F}|$

d) i)  $|\vec{F}_{Re}| = |\vec{F}| m_A / (m_A + m_B) = 2/7 |\vec{F}|$

ii)  $|\vec{F}_{Re}| = |\vec{F}| m_B / (m_A + m_B) = 5/7 |\vec{F}|$

iii)  $|\vec{F}_{Re}| = m_B |\vec{g}| = 50 \text{ N}$

e)  $|\vec{F}_{max}| = 14 \text{ N}$   $|\vec{a}_s| = 2 \text{ m/s}^2$

f)  $|\vec{F}_{max}| = 5,6 \text{ N}$   $|\vec{a}_s| = 0,8 \text{ m/s}^2$

g)  $|\vec{F}_{min}| = 250 \text{ N}$   $|\vec{a}| = 0 \text{ m/s}^2$

h) i)  $|\vec{a}_A| = \mu_d |\vec{g}|$

$|\vec{a}_B| = (|\vec{F}| - \mu_d m_A |\vec{g}|) / m_B$

ii)  $|\vec{a}_A| = (|\vec{F}| - \mu_d m_A |\vec{g}|) / m_A$

$|\vec{a}_B| = \mu_d |\vec{g}| m_A / m_B$

iii)  $|\vec{a}| = |\vec{g}| - \mu_d |\vec{F}| / m_B$

38-  $|\vec{F}_{min}| = 162 \text{ N}$

39- a)  $|\vec{a}| = 2 \text{ m/s}^2$

b)  $\mu_e = 0,2$

40- a) i)  $m_C = 10 \text{ kg}$

ii) Cualquiera sea la masa de C el cuerpo A no se mueve.

b) i)  $|\vec{a}| = 2,14 \text{ m/s}^2$

c)  $\vec{v}_{AB} = 1,07 \text{ m/s } (\hat{i} + \hat{j})$

d)  $\mu_e \geq 0,4$

e)  $|\vec{a}_A| = 0 \text{ m/s}^2$   $|\vec{a}_B| = |\vec{a}_C| = 2,142 \text{ m/s}^2$

41- a)  $|\vec{a}| = 0,24 \text{ m/s}^2$   $|\vec{T}| = 1632 \text{ N}$

b)  $|\vec{a}_A| = 8,4 \text{ m/s}^2$   $|\vec{a}_B| = 5,2 \text{ m/s}^2$   
De elaboración personal.

42- a)  $|\vec{a}| = 1,5 \text{ m/s}^2$   $d = 3 \text{ m}$

b)  $|\vec{a}| = 0,375 \text{ m/s}^2$   $|\vec{v}| = 1,5 \text{ m/s}$

c)  $\mu_d = 0,0565$ ;  $\alpha = 5,38^\circ$ ;  $|\vec{F}_{roz}| = 11,25 \text{ N}$ .

43-  $|\vec{F}_{min}| = 0,067 m |\vec{g}|$   $|\vec{F}_{max}| = 0,935 m |\vec{g}|$

44- Caso A:  $|\vec{F}_{max}| = 420 \text{ N}$ ;  $|\vec{a}_1| = 8,17 \text{ m/s}^2$

Caso B:  $|\vec{F}_{max}| = 480 \text{ N}$ ;  $|\vec{a}_2| = 14 \text{ m/s}^2$

Caso C:  $|\vec{F}_{max}| = 540 \text{ N}$ ;  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = 6,3 \text{ m/s}^2$

Caso D:  $|\vec{F}_{max}| = 300 \text{ N}$ ;  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = 3,5 \text{ m/s}^2$

45-  $\mu_e \geq 0,192$

46- a) i)  $|\vec{a}| = 0,87 \text{ m/s}^2$   $|\vec{F}_B| = 15,75 \text{ N}$

ii) De elaboración personal.

b) i)  $|\vec{a}| = 2,64 \text{ m/s}^2$   $|\vec{F}_B| = 15,75 \text{ N}$

ii) De elaboración personal.

c)  $\mu_d = 0,25 \rightarrow |\vec{a}| = 2,835 \text{ m/s}^2$   $|\vec{F}_B| = 0 \text{ N}$

$\mu_d = 0,5 \rightarrow |\vec{a}| = 0,67 \text{ m/s}^2$   $|\vec{F}_B| = 0 \text{ N}$

d) De elaboración personal.

47- De elaboración personal.

48- a)  $|\vec{a}| = 6,67 \text{ m/s}^2$

b)  $|\vec{a}| = 4,67 \text{ m/s}^2$

c)  $|\vec{v}_T| = 10 \text{ m/s}$

d)  $|\vec{r}| = 8,95 \text{ m}$

$|\vec{v}| = 7,36 \text{ m/s}$

$|\vec{a}| = 1,76 \text{ m/s}^2$

### Dinámica del movimiento circular

50- a)  $\tau = 1,26 \text{ s}$

b)  $|\vec{a}_C| = 20 \text{ m/s}^2$

c)  $|\vec{F}_C| = 5 \text{ N}$

51-  $|\vec{v}| = 20 \text{ m/s}$

52- a)  $|\vec{v}_{min}|^2 = |\vec{g}| L = 4,5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ;

b) en el de más abajo

c)  $|\vec{v}_{max}| = 3 \text{ m/s}$

53- a)  $|\vec{F}_{alto}| = 5,11 \text{ N}$ ;  $|\vec{F}_{bajo}| = 9,11 \text{ N}$ .

b)  $|\vec{v}_{max}| = 9 \text{ m/s}$

c)  $|\vec{v}_{min}| = 3 \text{ m/s}$ .

54- a)  $|\vec{T}| = 28,6 \text{ N}$

b)  $\omega = 4,36 \text{ rad/s}$

55- b, d, f.

56- c, d, e.

57- 25000 N

58- a) 2667 N

b)  $\mu_e \geq 0,27$

59- a) i)  $|\vec{v}_{seco}| \approx 47 \text{ m/s}$

ii)  $|\vec{v}_{lluvia}| \approx 39 \text{ m/s}$

iii)  $|\vec{v}_{hielo}| \approx 27 \text{ m/s}$

b) i)  $\alpha_{seco} \approx 37^\circ$

ii)  $\alpha_{lluvia} \approx 27^\circ$

iii)  $\alpha_{hielo} \approx 14^\circ$

c)  $|\vec{v}_{seco}| \approx 50 \text{ m/s}$

$|\vec{v}_{lluvia}| = 41 \text{ m/s}$

$|\vec{v}_{hielo}| = 30 \text{ m/s}$

$$|\vec{v}|^2 = R |\vec{g}| (\sin 3^\circ + \mu_e \cos 3^\circ) / (\cos 3^\circ - \mu_e \sin 3^\circ)$$

Los valores calculados son independientes de la masa..

60-a)  $|\vec{T}| = 20 \text{ N}; f \approx 40 \text{ RPM}$

b)  $f \approx 30 \text{ RPM}$

c) De elaboración personal.

61- a) MCU

b)  $\omega = 1,60 \text{ rad/s}$ ; no.

c)  $|\vec{T}| = 57,73 \text{ N}$

d) Aumenta; aumenta.

e) De elaboración personal.

62- a)  $|\vec{N}| = 14,32 \text{ N}$

b)  $|\vec{T}| = 49,5 \text{ N}$

c)  $\omega = 1,60 \text{ rad/s}$   $|\vec{T}| = 57,73 \text{ N}$

d) De elaboración personal.

63-  $|\vec{F}| = 6317 \text{ N}$

64- a)  $\omega \approx 1 \text{ rad/s}$

b)  $|\vec{T}| = 566 \text{ N}$

65-  $|\vec{v}| = 2 \text{ m/s}$   $|\vec{a}_T| = 0 \text{ m/s}^2$   $|\vec{a}_C| = 40 \text{ m/s}^2$

- 66- a) F  
b) F  
c) V  
d) V  
e) F  
f) F  
g) F  
h) V  
i) V  
j) F  
k) F  
l) F  
m) F  
n) V

## Interacción gravitatoria

67-  $|\vec{F}| = 3 \times 10^{-6} \text{ N}$

68- De elaboración personal.

69-  $m_{\text{Sol}} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$

$$|\vec{v}_{TS}| = 3 \times 10^4 \text{ m/s} = 10,8 \cdot 10^4 \text{ km/h}$$

70- a)  $\tau \approx 5552 \text{ s} \approx 92 \text{ min}$

b)  $|\vec{v}_E| \approx 27747 \text{ km/h}$

71-  $\omega_A = 1/8 \omega_B$  y  $R_A = 4 R_B$

72-  $|\vec{F}| \approx 2 \times 10^{20} \text{ N}$

73-  $|\vec{P}_{pL}| = 138,2 \text{ N}$

74-  $|\vec{P}_{mM}| = |\vec{P}_{Mm}| \approx 7,71 \text{ N}$

75-  $d = \sqrt{10} R_T$

76-  $d \approx 35900 \text{ km}$  medidos desde la superficie terrestre.

77-  $d \approx 345000 \text{ km}$  medidos desde el centro de la Tierra.

78- De elaboración personal.  $|\vec{P}| = 700 \text{ N}$

79- a) De elaboración personal.

b) De elaboración personal.

c)  $|\vec{F}_{cs(A)}| \approx 4 \times 10^{12} \text{ N}$ ;  $|\vec{F}_{cs(B)}| \approx 1 \times 10^9 \text{ N}$ ;

$|\vec{a}_{cs(A)}| \approx 18,2 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ ;  $|\vec{a}_{cs(B)}| \approx 4,7 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$ .

d) De elaboración personal.

## Fuerza elástica

80- a)  $k_e = 80 \text{ N/}$

b)  $\Delta l = 0,75 \text{ m}$

81- a)  $|\vec{F}_e| = 15 \text{ N}$

b)  $l = 77 \text{ cm}$

82- a)  $l_0 = 0,2 \text{ m}$

b)  $k_e = 1500 \text{ N/m}$

83- De elaboración personal.

84-  $\Delta l = 20 \text{ cm}$

85- a)  $k_e = 600 \text{ N/m}$

b)  $|\vec{a}| = 2,5 \text{ m/s}^2$ ;

c)  $\Delta l = 0,2 \text{ m}$

d)  $|\vec{a}| = 12,5 \text{ m/s}^2$ ; hacia abajo;

e) De elaboración personal.

86- a)  $|\vec{F}_r| = 20 \text{ N}$  ;  $|\vec{F}_{\text{techo}}| = 120 \text{ N}$ ;  $|\vec{a}| = 15 \text{ m/s}^2$

b)  $|\vec{F}_r| = 30 \text{ N}$  ;  $|\vec{F}_{\text{techo}}| = 20 \text{ N}$ ;  $|\vec{a}| = 2,5 \text{ m/s}^2$

c)  $|\vec{F}_r| = 0 \text{ N}$  ;  $|\vec{F}_{\text{techo}}| = 2 m_A |\vec{g}|$  ;  $|\vec{a}| = 10 \text{ m/s}^2$

87-  $\Delta l = 0,0625 \text{ m}$

88- a)  $x_{\text{eq}} = 0,24 \text{ m}$

b)  $l_{\text{max}} = 0,432 \text{ m}$

c)  $l_{\text{min}} = 0,048 \text{ m}$

89- a)  $x_{\text{eq}} = 1,08 \text{ m}$ ;

b)  $l_{\text{max}} = 1,224 \text{ m}$

c)  $l_{\text{min}} = 0,936 \text{ m}$ .

90- a)  $l_{\text{eq}} = m_B |\vec{g}| / k + l_0$

$|\vec{F}_{\text{pared-resorte}}| = m_B |\vec{g}|$

b)  $|\vec{a}_A|(t = 0 \text{ s}) = m_B |\vec{g}| / (m_B + m_A)$

c)  $\mu_e = m_B / m_A - k (l - l_0) / (m_A |\vec{g}|)$

91- a) Si no hay rozamiento el sistema nunca puede estar en equilibrio.

b)  $|\vec{a}_A| = 0 \text{ m/s}^2$   $|\vec{a}_B| = |\vec{g}|$

c)  $\mu_e = m_B / m_A$

$l = m_B |\vec{g}| / k + l_0$

92- a) y b) De elaboración personal.

c)  $k_A = k_{\text{serie}} = k_1 k_2 / (k_1 + k_2)$

$k_B = k_{\text{paralelo}} = k_1 + k_2$

93-  $2k$

94- a)  $l = 0,95 \text{ m}$

b)  $l = k l_0 / (k - m \omega^2)$

95- a)  $\Delta x = 0,02 \text{ m}$

b)  $\theta = 60,2^\circ$

## Movimiento armónico simple

96- De elaboración personal.

97- a)  $\tau = \pi / 4 \text{ s} = 0,785 \text{ s}$

b)  $x'' + 64 \text{ s}^{-2} x = 0$

c)  $t = 0,59 \text{ s}$   $v = 1,6 \text{ m/s}$

d)  $t_{\{-0,1\text{m}\}} = t_i = \pi / 12 \text{ s}$

e)  $v(t_i) = -0,2 \cdot 8 \text{ m/s sen}(8 \text{ s}^{-1} t_i) =$   
 $= -1,6 \text{ m/s sen}(2/3\pi) = -1,38 \text{ m/s}$

$a(t_i) = -0,2 \cdot 64 \text{ m/s}^2 \cos(2/3 \pi) = 6,4 \text{ m/s}^2$

f) De elaboración personal.

98- a)  $x(t) = 0,2 \text{ m sen}(5 \text{ s}^{-1} t)$

$v(t) = 1 \text{ m/s cos}(5 \text{ s}^{-1} t)$

$a(t) = -5 \text{ m/s}^2 \text{ sen}(5 \text{ s}^{-1} t)$

b)  $t = n \pi / 5$   $n = 0, 1, 2, \dots$

99-  $\omega^2 = k / m$

$x(t) = (l_0 - m |\vec{g}| / k) \cos(\omega t) + (l_0 + m |\vec{g}| / k)$

100- a)  $\omega = 12,9 \text{ rad/s}$ ;

$f = 2,05 \text{ Hz}$ .

b) No cambia  $k$ , cambia  $\omega = 10 \text{ rad/s}$ .

c)  $\tau = 0,625 \text{ s}$  y  $f = 1,6 \text{ Hz}$

101- Siendo:

i) la amplitud angular  $\theta_A = A/L$ ;

ii) la velocidad angular (constante) del movimiento circular asociado es tal que  $\omega^2 = |\vec{g}|/L$  ;

iii)  $\varphi = \text{ángulo de la fase inicial} \rightarrow$

a)  $\theta(t) = \theta_A \cos(\omega t + \varphi)$

b)  $d\theta/dt(t) = -\omega \theta_A \text{ sen}(\omega t + \varphi)$

c)  $\gamma(t) = -\omega^2 \theta_A \cos(\omega t + \varphi)$

d) Si denominamos  $x$ , paralelo al techo, desplazamiento lateral:  $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$

$v(t) = -A \omega \text{ sen}(\omega t + \varphi)$

e)  $a_x(t) = a_t(t) = -A \omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$

$a_c(t) = v(t) \cdot \omega(t)$

f)  $T(t) = m (|\vec{g}| \cos \theta(t) + v^2(t)/L)$

$T_{\text{max}}(\text{péndulo vertical}) > \text{Peso}$

**102-** a) Período=  $\tau = 2\pi/\omega = \pi \text{ s}$ ;

Amplitud,  $A = 5 \text{ cm}$ .

b)  $x(t) = 5 \text{ cm} \cos(2 \text{ s}^{-1} t + \pi/6)$ ;

$x(0) = 5\sqrt{3}/2 \text{ cm} = 4,33 \text{ cm}$ ;

$v(t) = -10 \text{ cm/s} \sin(2 \text{ s}^{-1} t + \pi/6)$ ;

$v(0) = -5 \text{ cm/s}$ ;

$a(t) = -20 \text{ cm/s}^2 \cos(2 \text{ s}^{-1} t + \pi/6)$ ;

$a(0) = -10\sqrt{3} \text{ cm/s}^2 = -17,32 \text{ cm/s}^2$ .

c)  $|\vec{v}_{\max}| = 10 \text{ cm/s}$ ;

$|\vec{a}_{\max}| = 20 \text{ cm/s}^2$

**103-** a)  $\omega = 1,58 \text{ rad/s}$      $\tau = 2\pi/\omega = 3,97 \text{ s}$

$\varphi = \pi/2$      $A = 0,1 \text{ m}$

$x(t) = 0,1 \text{ m} \sin(1,58 \text{ s}^{-1} t + \pi/2)$

$v = dx/dt = 0,158 \text{ m/s} \cos(1,58 \text{ s}^{-1} t + \pi/2)$

$a = dv/dt = (-0,1)(1,58)^2 \text{ m/s}^2 \sin(1,58 \text{ s}^{-1} t + \pi/2)$

b)  $1,58 t + \pi/2 = \pi \rightarrow t = \pi/(3,16) \approx 1 \text{ s}$

c)  $|\vec{v}_{\max}| = 15,8 \text{ cm/s}$ ;

$|\vec{a}_{\max}| = 25 \text{ cm/s}^2$

### Sistemas no inerciales

**104-** De elaboración personal.

**105-** De elaboración personal.

**106-** b

**107-** d)

**108-** (i) b  
(ii) c

**109-** a) Acelerando

b) Velocidad constante

**110-**  $t = 0,39 \text{ s}$

**111-**  $|\vec{a}| = 2 \text{ m/s}^2$

**112-**  $(1 - \mu_{e1})/(1 + \mu_{e1}) \leq |\vec{a}|/|\vec{g}| \leq (1 + \mu_{e1})/(1 - \mu_{e1})$

**113-** De elaboración personal.

**114-** c

**115-** El ángulo es de  $38,7^\circ$  y la longitud de  $0,628 \text{ m}$  (se alarga  $0,128 \text{ m}$ ).