Unidad 1
Magnitudes físicas

1_Magnitudes y unidades

1- ¿Qué objetos, instrumentos o aparatos de medición conoce para medir longitudes, corrientes eléctricas, masa, peso? Enumerarlos y caracterizarlos.

2- ¿Cuáles de las siguientes magnitudes son fundamentales en el sistema MKS-Internacional?

Área	Volumen
Masa	Aceleración
Fuerza	Velocidad

3- Completar los siguientes enunciados, adoptando la notación científica, por ejemplo:
2000 m = $2x10^3$ m

a) En 800 gramos hay ________ kilogramos.

b) En 1000 cm hay ________ pulgadas.

c) 83 horas equivalen a ________ minutos o a________ segundos.

d) Un pie equivale a ________ milímetros.

e) 16 km equivalen a _______ centímetros.

4- El espesor de una moneda es de 2 mm, ¿cuál es el espesor total de 6 monedas superpuestas una sobre la otra? Expresar el resultado en nm, en km y en m.

5- Calcular cuántos segundos tarda un haz de luz enviado desde la Tierra a la Luna en ir y volver, sabiendo que la distancia media entre la Tierra y la Luna es 384 400 km (238,855 millas), y que un haz de luz recorre 3×10^8 m en un segundo.

6- Expresar 320 kg/m^3 en gr/cm^3.

7- Si x y x_0 son longitudes, v_0 es una velocidad, a es la aceleración y, finalmente, t y t_0 son tiempos, demostrar que las expresiones siguientes son dimensionalmente correctas:

$$x = x_0 + v_0 (t - t_0) + 1/2\, a (t - t_0)^2;$$

$$v - v_0 = a (t - t_0)$$

8- Analizando las dimensiones de las siguientes ecuaciones indicar cuáles son incorrectas. ¿Puede asegurar que las restantes son válidas?
x: posición, v: velocidad, a: aceleración, t: tiempo, F: Fuerza, V = Volumen, A = área; h = altura. (Obtener de las tablas de la página siguiente las unidades de cada una de las magnitudes involucradas).

$$t = v_0^2\, sen\alpha \;/\; (3a) \qquad\qquad x - x_0 = v_0^2 / (2a)$$

$$½\, m\, v^2 = F\, d^2 \qquad\qquad F/A = m\, a\, h \,/\, V$$

$$m\, v = F\, (t - t_0)^2$$

9- Considere un promedio de 60 latidos por minuto y calcule el número total de latidos durante una vida de 80 años.

10- Los cabellos crecen en promedio 0,35 mm diarios. ¿Cuántos km crecerán en un segundo?

11- Una persona en reposo realiza 12 respiraciones por minuto; si en cada entrada y salida de aire moviliza 500 ml, ¿cuantos m^3 movilizará en un día?

12- Área de superficie corporal (ASC) es la medida o cálculo de la superficie del cuerpo humano, o superficie de su piel. La manera más simple de calcularlo es con la siguiente ecuación:

$$ASC = \sqrt{\frac{Peso \cdot Altura}{36\,\frac{kgf}{m^3}}}$$

Calcule su propia ASC en metros cuadrados y exprésela en centímetros cuadrados.

Prefijos más usados

Prefijo	Símbolo	Número		Notación exponencial
exa	E	1.000.000.000.000.000.000	un trillón	10^{18}
peta	P	1.000.000.000.000.000	mil billones	10^{15}
tera	T	1.000.000.000.000	un billón	10^{12}
giga	G	1.000.000.000	mil millones	10^{9}
mega	M	1.000.000	un millón	10^{6}
kilo	k	1.000	mil	10^{3}
hecto	h	100	cien	10^{2}
deca	da	10		10^{1}
ninguno		1	una decena, diez	10^{0}
deci	d	0,1	un décimo	10^{-1}
centi	c	0,01	un centésimo	10^{-2}
mili	m	0,001	un milésimo	10^{-3}
micro	µ	0,000001	un millonésimo	10^{-6}
nano	n	0,000000001	un milmillonésimo	10^{-9}
pico	p	0,000000000001	un billonésimo	10^{-12}
femto	f	0,000000000000001	un milbillonésimo	10^{-15}
atto	a	0,000000000000000001	un trillonésimo	10^{-18}

Unidades básicas

Magnitud	Nombre	Símbolos
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Unidades SI derivadas expresadas a partir de unidades básicas y suplementarias.

Magnitud	Nombre	Símbolos
Superficie	metro cuadrado	m^2
Volumen	metro cúbico	m^3
Velocidad	metro por segundo	m/s
Aceleración	metro por segundo cuadrado	m/s^2
Número de ondas	metro a la potencia menos uno	m^{-1}
Densidad	kilogramo por metro cúbico	kg/m^3
Velocidad angular	radián por segundo	rad/s
Aceleración angular	radián por segundo cuadrado	rad/s^2

Unidades SI derivadas con nombres y símbolos especiales.

Magnitud	Nombre (Símbolo)	Unidades SI básicas o derivadas
Frecuencia	hertz (Hz)	s^{-1}
Fuerza	newton (N)	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Presión	pascal (Pa)	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$ o $N \cdot m^{-2}$
Energía, trabajo	joule (J)	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$ o $N \cdot m$
Potencia	watt (W)	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$ o $J \cdot s^{-1}$

Unidades derivadas sin dimensión.

Magnitud	Nombre	Símbolo
Ángulo plano	Radián	rad
Ángulo sólido	Estereorradián	sr

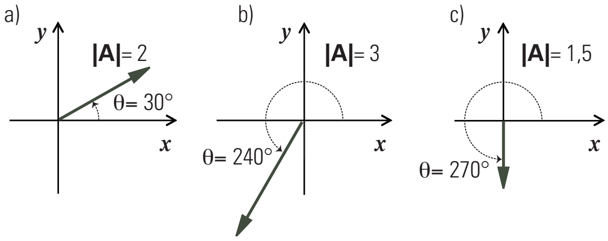
2_Vectores

En este capítulo los vectores se denotan con letra mayúscula y negrita; y su módulo se indica entre barras: **A**, |**A**|.

1- Determinar el módulo y la dirección de los siguientes vectores. Representar gráficamente.

a) **A** = (– 4; 3) b) **B** = (2; 0)
c) **C** = (–2; – 3) d) **D** = (0; – 5)

2- Hallar las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



3- Hallar analíticamente las componentes polares, módulo y ángulo con el eje horizontal x, |**C**| y θ respectivamente, del vector **C** = **A** + **B**.

a) **A** = (–3; 2) **B** = (–2; 5)
b) **A** = (1; –1,732) **B** = (1; –1,732)
c) **A** = (–2; –4) **B** = (2; 4)
d) **A** = (0; –2) **B** = (–2; 0)
e) **A** = (2; 2) **B** = (–2; 2)

4- Dados los vectores **A** y **B** indicados, hallar gráficamente su suma o *resultante*, y su diferencia **A** – **B**.

a) **A** = (–3; 2) **B** = (–2; 5)
b) **A** tal que |**A**| = 2 θ = 240 °
B tal que |**B**| = 3 θ = 135 °
c) **A** = (–2; 2) **B** = (–5; 5)

5- Sean **A** y **B** los vectores dados en el ejercicio anterior. Hallar analíticamente las componentes cartesianas del vector **A** + **B**, y del **A** – **B**. ¿El módulo del vector suma, **A** + **B**, es igual a la suma de los módulos de **A** y de **B**?

6- Decir si es *Verdadero* o *Falso* y justificar:

a) El módulo del vector **A** + **B** es siempre igual a la suma de los módulos de **A** y de **B**.
b) El módulo del vector **A**+**B**, puede ser menor que la suma de los módulos de **A** y de **B**.
c) El módulo del vector **A**+**B** es siempre mayor al módulo del vector **A** – **B**
d) El módulo del vector **A** + **B** puede ser menor que el módulo del vector **A** – **B**
e) El módulo del vector **A** – **B**, es siempre igual la resta de los módulos de **A** y de **B**.

7- ¿Qué propiedades tienen los vectores **A** y **B** tales que:

a) **A**+**B**=**C** y |**A**|+|**B**|=|**C**| b) **A**+**B**= **A** – **B**.
c) **A**+**B**=**C** y $|\mathbf{A}|^2 + |\mathbf{B}|^2 = |\mathbf{C}|^2$

8- Hallar el vector que tiene origen en el punto **A** y extremo en el punto **B**:

a) **A**=(2; –1) y **B**=(–5; –2).

b) **A**=(2; –5; 8) y **B**=(–4; –3; 2).

9- Encontrar y graficar para el ejercicio **4** el vector **C** tal que **C** + (**A** + **B**)=0, al que más adelante llamaremos *equilibrante del sistema*.

10- Sabiendo que los vectores **A** y **B** son los dados en el ejercicio 4. Calcular para cada caso el vector **D** que cumple:

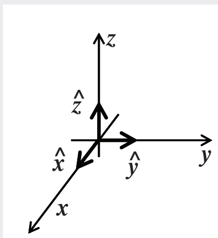
(I) **A** + **D** = **B**

(II) **A** + **B** + **D** = **F** = (10; 10).

Versor

Un *vector unitario* o *versor* es un vector de módulo uno.

Los versores cartesianos permiten expresar analíticamente los vectores por medio sus componentes cartesianas.



11- Escribir los vectores del ejercicio **1** utilizando versores.

12- Dados los vectores: **A** = $9\,\hat{x} - 8\,\hat{y} + 6\,\hat{z}$; **B** = $-1\,\hat{x} + 2\,\hat{y} - 4\,\hat{z}$ y **C** = $-6\,\hat{y} - 8\,\hat{z}$, efectuar las siguientes operaciones:

a) (**A** – **B**)/ |**C**| + **C**

b) 5 **A** – 2**C**

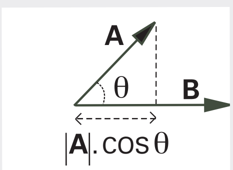
c) –2 **A** + **B** – (**C**/2)

Producto Escalar

Se define *producto escalar* de dos vectores

A • **B** = |**A**| |**B**| cos θ ,

donde θ es el ángulo que forman los dos vectores.



13- Sean $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$, los versores asociados con las direcciones de los ejes cartesianos de la terna derecha del recuadro gris intitulado "**Versor**".

$\hat{x}$ = (1; 0; 0) $\hat{y}$ = (0; 1; 0) $\hat{z}$ = (0; 0; 1)

Calcular:

a) $\hat{x}\bullet\hat{x}$, $\hat{x}\bullet\hat{y}$, $\hat{x}\bullet\hat{z}$

b) $\hat{y}\bullet\hat{x}$, $\hat{y}\bullet\hat{y}$, $\hat{y}\bullet\hat{z}$

c) $\hat{z}\bullet\hat{x}$, $\hat{z}\bullet\hat{y}$, $\hat{z}\bullet\hat{z}$

14- Usando la propiedad distributiva del producto escalar respecto a la suma y los resultados del ejercicio anterior, demostrar que si:

A=$A_x\,\hat{x} + A_y\,\hat{y} + A_z\,\hat{z}$

B=$B_x\,\hat{x} + B_y\,\hat{y} + B_z\,\hat{z}$

entonces:

$$\boxed{\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}$$

15- Efectuar el producto escalar de los vectores **A** y **B** y diga si en algún caso **A** es perpendicular a **B**.

a) **A** = $3\,\hat{x} - 2\hat{y} + \hat{z}$ **B** = $-\hat{x} + 3\,\hat{z}$

b) **A** =(2; 3; –1) **B** =(6; –5; 2)

c) |**A**| =3, |**B**| = 2 y θ = 60° (θ: ángulo entre **A** y **B**)

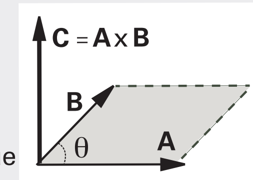
Producto Vectorial

Se define el *producto vectorial* como

A x **B** = **C**

tal que:

• |**C**| = |**A**| . |**B**| sen θ, donde θ es el ángulo que forman los dos vectores.



• **C** es un vector cuya dirección es perpendicular al plano determinado por **A** y **B**., y cuyo sentido lo indica la regla de la mano derecha.

16- Sean $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$, los versores de la terna derecha mostrada en el recuadro grisado intitulado "**Versor**", calcular:

a) $\hat{x} \times \hat{x}$, $\hat{x} \times \hat{y}$, $\hat{x} \times \hat{z}$

b) $\hat{y} \times \hat{x}$, $\hat{y} \times \hat{y}$, $\hat{y} \times \hat{z}$

c) $\hat{z} \times \hat{x}$, $\hat{z} \times \hat{y}$, $\hat{z} \times \hat{z}$

17- Usando la propiedad distributiva del producto vectorial respecto de la suma y los resultados del ejercicio anterior, demostrar que si:

A =$A_x\,\hat{x} + A_y\,\hat{y} + A_z\,\hat{z}$

B =$B_x\,\hat{x} + B_y\,\hat{y} + B_z\,\hat{z}$

entonces:

$$\boxed{\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_y B_z - A_z B_y;\ A_z B_x - A_x B_z;\ A_x B_y - A_y B_x)}$$

18- Observar que se obtiene un resultado idéntico al anterior si se usa el *determinante del producto vectorial:*

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} =$$

$$= (A_y\,B_z - A_z\,B_y)\,\hat{x} + (A_z\,B_x - A_x\,B_z)\,\hat{y} + (A_x\,B_y - A_y\,B_x)\,\hat{z}$$

19- Sean los vectores:
A =(3; 2; 1) **B** =(1; 0; –1) **C** =(0; –2; 4);
calcular cuando corresponda.
a) **B** x **C**
b) –4(**B** x **B**) – **A**
c) (**A** + **B**) x **C**

Producto Mixto

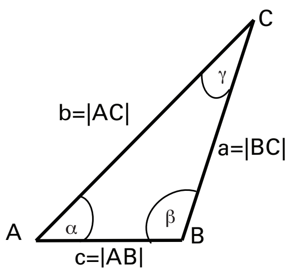
20- Sean los vectores **A** =(0, 0, 3), **B**= (8, 0, 0), **C**=(0, –2, 0), calcular, en coordenadas cartesianas, los siguientes productos mixtos. Indicar si la respuesta es un escalar o un vector. Graficar en los casos que corresponda.
a) **D** =(**B** x **C**) • (**A** x **C**)
b) **D** =–4(**B** x **B**) • **A** – **A**
c) **D** =(**A** x **C**) • **B**
d) **D** =(**A** x **C**) • (**C** x **A**)
e) **D** =(**A** x **B**) • (**A** – **B**)

Teoremas del coseno y del seno

21- (Opcional) Haciendo uso de la propiedad distributiva del producto escalar y vectorial respecto de la suma, demostrar el *teorema del coseno y del seno* y especializar cuando uno de los ángulos es recto (*teorema de Pitágoras)*

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b\,.c\,.\cos\alpha$$

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{a} = \frac{\operatorname{sen}\beta}{b} = \frac{\operatorname{sen}\gamma}{c}$$



Identidades

Cualesquiera que sean los vectores **A**, **B** o **C**:

A x **B** = – **B** x **A**
(anticonmutatividad)

A • (**A** x **B**)=0
(ortogonalidad)

Si **A** ≠ 0 y **B** ≠ 0 y **A** x **B**=0 ⇒ **A** // **B**
(paralelismo)

(**A** + **B**) x **C**=**A** x **C** + **B** x **C**
(distributiva)

A x (**B** x **C**)=**B** (**A** • **C**) – **C** (**A** • **B**)

A x (**B** x **C**) + **C** x (**A** x **B**) + **B** x (**C** x **A**)=0
(identidad de Jacobi)

Respuestas

1- |**A**|= 5;|**B**|= 2; |**C**|= 3,6; |**D**|= 5.

2- **A** =(1,73; 1); **B** =(–1,5; –2,6); **C** =(0; –1,5).

3- a) **C** =(–5; 7) |**C**| = 8,6 θ = 125,54°
b) **C** =(2; –3,464) |**C**| = 4 θ = –60°
c) **C** =(0; 0) |**C**| = 0 θ = 0°

4- Gráficos de elaboración personal.

5- b) **A** =(–1; –1,732) y **B** =(–2,121; 2,121);
C = **A** + **B** = (–3,121; 0,389)= **Resultante** = $\mathbf{R_c}$.
c) **A** + **B =** (–7; 7);
|**A**|= 2 √2 ;|**B**|= 5 √2; |**A** + **B**|= 7 √2 .

6- a) F; b) V; c) F; d) V; e) F.

7- a) son paralelos y de igual sentido;
b) |**B**|= 0 ; c) son perpendiculares.

8- b) **D**=(–6; 2; –6)

9- b) **Equilibrante** = $\mathbf{E_c}$ tal que $\mathbf{E_c}$+ $\mathbf{R_c}$=0; $\mathbf{E_c}$= –$\mathbf{R_c}$
$\mathbf{E_c}$= (3,121; –0,389).

10- a) $\mathbf{D_I}$ =(1; 3); $\mathbf{D_{II}}$ =(15; 3).

11- a) **A**= $-4\,\hat{x} + 3\,\hat{y} + 0\,\hat{z}$; b) **B** = $2\,\hat{x}$;
c) **C** = $-2\,\hat{x} - 3\,\hat{y}$; d) **D** =$-5\,\hat{y}$.

12- a) $\mathbf{R_a}$= $1\hat{x} - 7\,\hat{y} - 7\,\hat{z}$;
c) $\mathbf{R_c}$= $-19\,\hat{x} + 21\,\hat{y} - 12\,\hat{z}$.

13- $\hat{x}\bullet\hat{x} = \hat{y}\bullet\hat{y} = \hat{z}\bullet\hat{z} = 1$
$\hat{x}\bullet\hat{y} = \hat{y}\bullet\hat{x} = \hat{x}\bullet\hat{z} = \hat{z}\bullet\hat{x} = \hat{y}\bullet\hat{z} = \hat{z}\bullet\hat{y} = 0$

14- De elaboración personal.

15- a) **A** • **B** = – 3 + 0 + 3 = 0 ⇒ son perpendiculares
b) **A** • **B** = – 5 ; c) **A** • **B** = 3.

16- $\hat{x} \times \hat{x} = \hat{y} \times \hat{y} = \hat{z} \times \hat{z} = 0$;
$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$; $\hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$; $\hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}$
$\hat{y} \times \hat{x} = -\hat{z}$; $\hat{x} \times \hat{z} = -\hat{y}$; $\hat{z} \times \hat{y} = -\hat{x}$

17- De elaboración personal.

18- De elaboración personal.

19- a) $-2\,\hat{x} - 4\,\hat{y} - 2\,\hat{z}$;
b) – **A =**$-3\,\hat{x} - 2\,\hat{y} - \hat{z}$
c) $8\,\hat{x} - 16\,\hat{y} - 8\,\hat{z}$

20- a) D = 0 b) **D** = – **A**
c) D = 48 d) D = –36 e) D = 0

21- De elaboración personal.