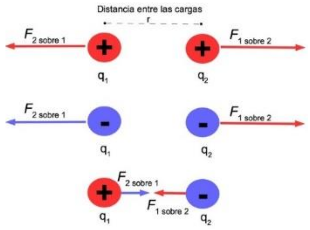
1. Ley de Coulomb, Fuerza eléctrica



La ley de Coulomb describe la fuerza de interacción eléctrica entre dos cargas puntuales. Establece que esta fuerza es directamente proporcional al producto de las magnitudes de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. Cuando las cargas tienen el mismo signo, éstas se repelen; y cuando tienen signo contrario, estas se atraen. A partir del principio de acción y reacción, tenemos que en valor absoluto:

$$|F_{12}| = |F_{21}| = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

donde k, es la constante $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$ con e la permitividad del medio, que, escrita en términos de la permitividad del vacío, ε_0, se puede escribir como $\varepsilon = \varepsilon_R\varepsilon_0$ donde ε_R es una constante relativa, adimensional que me dice "cuantas veces" la permitividad del medio es, en función de la permitividad del vacío, $\varepsilon_0 = 8.854\ x\ 10^{-12}\frac{f}{m}$, siendo f la unidad de faradio. Recordemos que las unidades de carga se miden en coulomb, $[q] = c$.

Un **campo eléctrico** es una región del espacio donde una carga eléctrica experimenta una fuerza. Es una propiedad del espacio creada por la presencia de cargas eléctricas, ya sean fijas o en movimiento. El campo eléctrico se representa mediante líneas de campo que indican la dirección y magnitud de la fuerza que sentiría una carga positiva de prueba en ese punto, y en ese caso, la fuerza eléctrica se puede escribir como $\vec{F} = q\vec{E}$**.**

A partir de la ley de coulomb y de la expresión de fuerza eléctrica en términos del campo eléctrico podemos deducir el campo eléctrico que genera una carga puntual, $|F_{12}| = |F_{21}| = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$ o lo que es lo mismo, $\vec{F} = q\vec{E}$**.**

Quiere decir que $|\overrightarrow{F_{12}}| = |q_1\vec{E}_2| = |\overrightarrow{F_{21}}| = |q_2\vec{E}_1|$. Observemos que si bien a partir del principio de acción y reacción en valor absoluto la fuerza que siente q_1 debido a la presencia de q_2, es la misma que siente q_2 debido a la presencia de q_1; si $q_1 \neq q_2$ los campos que cada uno genera también lo serán, ya que $|q_1\vec{E}_2| = |q_2\vec{E}_1|$.

El campo que genera una carga puntual se puede deducir de:

$\vec{F} = q_1\overrightarrow{E_2} = k\frac{q_1 q_2}{r^2} = q_1\left(k\frac{q_2}{r^2}\hat{r}\right)$, entonces $\vec{E} = k\frac{q_2}{r^2}\hat{r}$. En general

$$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2}\hat{r}.$$

Observemos que el campo cambia con la distancia, a mayor distancia menor campo eléctrico. Es decir, NO ES CONSTANTE.

En el caso de cargas puntuales, el campo que generan puede deberse a una carga positiva o negativa. Las **líneas de campo eléctrico** son líneas imaginarias que representan la dirección, sentido y magnitud del campo eléctrico. Por convención si la carga es positiva las líneas serán salientes, y si es negativa, las líneas serán entrantes. La densidad (la cantidad) de líneas representa si el campo es más o menos intenso. Por ejemplo, en la figura, en el caso de la carga positiva, ésta genera un campo menos intenso que la carga negativa, ya que se dibujaron menos cantidad de líneas.

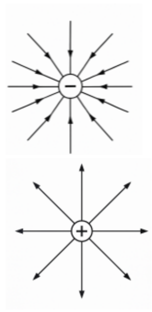
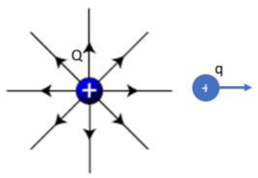


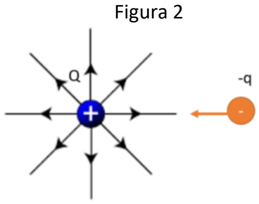
Figura 1



$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2}\hat{r} \quad \vec{F} = q\vec{E}\hat{r},$

Un carga positiva se sentiría repelida. Sentiría una fuerza en la dirección del campo

Figura 2



$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2}\hat{r} \quad \vec{F} = -q\vec{E}\hat{r},$

Un carga negativa se sentiría atraída. Sentiría una fuerza opuesta a la dirección del campo

¿Qué información me dan las líneas de campo respecto de una carga, en presencia de ese campo? $\vec{F} = q\vec{E}$ y <u>si la única fuerza que actúa sobre la partícula de carga q, es la eléctrica,</u> entonces la ecuación de newton resulta: $\vec{F} = m\vec{a}$, es decir, $q\vec{E} = m\vec{a}$, donde m es la masa de la partícula de carga q.

$$\frac{q}{m}\vec{E} = \vec{a}$$

Las líneas de campo me dan información sobre la dirección en que la partícula se verá acelerada. La dirección del campo es la misma que la dirección en que la partícula se verá acelerada. Una carga positiva, en presencia de un campo generado por una carga positiva se sentirá repelida, y viceversa (ver figura 2).

Cuando tenesmo muchas cargas, aplicar la ley de coulomb para poder determinar el campo eléctrico que generan el resto de las cargas sobre un punto se complica. En esos casos, trabajaremos con $\vec{F} = q\vec{E}$. Unidades del campo $[E] = \frac{N}{C}$

Otro campo eléctrico de interés es el campo que hace un plano infinito cargado superficialmente. ¿Qué significa un plano infinito? Significa que estamos mirando "cerca de él", por lo que no llegamos a ver los bordes. Como cuando analizamos caída libre, y vemos a la tierra como plana (que no sería así si lo hiciéramos desde una nave).

En el caso de un plano cargado en superficie con carga positiva, las líneas de campo serán salientes (desde ambos lados) y perpendiculares al plano.

¿Qué sucede si enfrentamos dos placas cargadas con la misma cantidad de carga, pero de signo opuesto? (figura 4)

Por arriba y por debajo del sistema de placas el campo se anulará (ya que tiene sentido contrario, y la misma intensidad). Dentro de las placas $E = \frac{Q}{\varepsilon A}$, donde Q es la carga de cada una de las placas, A el área del plano, y ε la permitividad del medio.

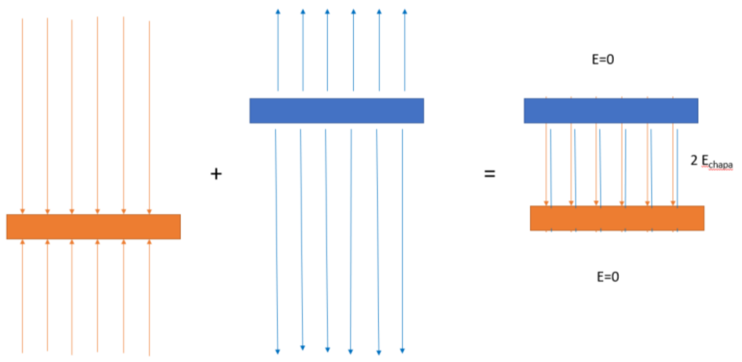
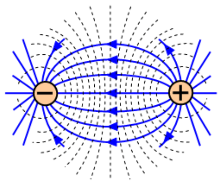
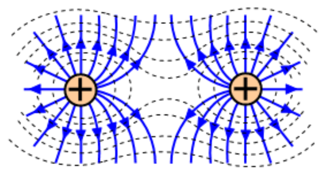


Figura 4

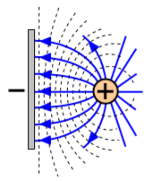
A este sistema se lo denomina capacitor plano, o condensador plano y es un caso de interés dado que el campo en si interior es cantante.



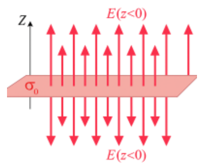
Campo de un dipolo2,5



Campo de dos cargas del mismo signo (+)



Campo de una carga positiva frente a un pleno cargado negativamente



Campo de un plano cargado positivamente

Figura 3

2. Trabajo y energía electrostática

Recordemos algunos teoremas de conservación de la energía:

Conservación de la energía cinética

$$L_{total} = \Delta E_C = \frac{1}{2} m V_f^2 - \frac{1}{2} m V_i^2$$

En presencia únicamente de fuerza eléctrica, como $\vec{F} = q\vec{E}$, resulta $L_{Fe} = \int q\vec{E}.d\vec{x}$. En particular cuando el campo eléctrico es constante me puedo evitar la integral, y resulta $L_{Fe} = q|E||\Delta X|\cos(\alpha)$ siendo α el ángulo entre el campo y el desplazamiento.

NOTA: Tenesmo que ter cuida si estamos calculando el trabajo realizado por el campo eléctrico, o el trabajo realizado por la carga en presencia de un campo, más allá de que uno sea menos el otro. Nosotros vamos a pensar en el trabajo que realiza la carga en presencia del campo. En presencia del campo, la carga experimenta una fuerza. Si la carga es positiva, y se mueve en dirección y sentido del campo ($\alpha = 0°$), el trabajo será positivo. Mientras que, si la carga es negativa, y se mueve en dirección y sentido del campo, ($\alpha = 0°$),el trabajo será negativo. Es decir, además del signo que me da el cos (α)esta el signo de la carga. Observemos además que, si la carga se mueve perpendicular a la dirección del campo, entonces el trabajo será nulo, ya que ($\alpha = 90°$).

La fuerza eléctrica es una fuerza conservativa, el trabajo de una fuerza conservativa tiene asociado, siempre, una variación de energía potencial. Luego

$L_{Fe} = -\Delta U_e$

En particular en el caso de la fuerza electroestática asociado a un campo eléctrico, tenemos entonces que para el caso de un campo eléctrico contante

$L_{Fe} = q|E||\Delta X|\cos(\alpha) = -\Delta U_e$

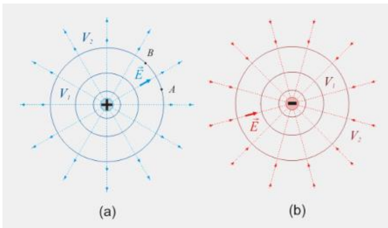
Además, si podemos la variación de energía potencial gravitatoria, el teorema de conservación de la energía mecánica resulta

$L_{\substack{fuerza\ NO \\ conservativas}} = \Delta E_C + \Delta U_e$

Quiere decir que, en el caso de una partícula cargada en presencia de un campo eléctrico, donde además despreciamos el campo gravitatorio la energía mecánica se conserva. Gana energía cinética perdiendo energía eléctrica, y viceversa; y en cada caso $L_{Fe} = -\Delta U_e$.

Si nos queremos independizar del signo de la carga, conviene trabajar con el potencial electroestático, definido como $\Delta V = \frac{\Delta U_e}{q}$. Entonces resulta $\Delta V = -|E||\Delta X|\cos(\alpha)$ donde las unidades de potencial electrostático son volt, $V = \frac{j}{C}$. Con esta definición en presencia de campo generado por una carga, por ejemplo, positiva. Si en presencia de ese campo la carga se desplaza en dirección y sentido de este,

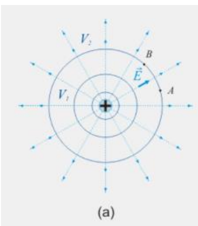
Supongamos el campo generado por carga puntual Q, (caso positivo y caso negativo), $\Delta V < 0$ independientemente del signo de la carga. Esta definición nos permite definir lo que se conoce como **superficies equipotenciales**, superficies de potencial electroestático constante. Superficie a lo largo de las cuales el $L = 0$, superficies perpendiculares a las líneas de campo.



Planteemos el caso del campo generado por una carga puntual, positiva, y negativa respectivamente. Si tomamos círculos concéntricos en torno de las cargas obtendremos superficies perpendiculares a las líneas de campo eléctricos, es decir a la dirección del campo. Quiere decir que una carga que se mueve sobre sobre una de estas curvas, no realiza trabajo ya que el desplazamiento es perpendicular a la dirección del campo ($\Delta V = 0$), o lo que es lo mismo la variación de energía electroestática por unidad de carga es nula.

Además, en dirección y sentido del campo, ($\alpha = 0°$), $\Delta V < 0$, el potencial electroestático disminuye y en sentido contrario ($\alpha = 180°$), $\Delta V > 0$, aumenta. Si bien es cierto que en este caso el campo eléctrico no es constante los resultados siguen siendo validos dado que los análisis han sido vectoriales (viendo solo las direcciones del campo).

Tomemos la figura a, el campo generado por una carga puntual positiva.



Una carga positiva en presencia de un campo generado por una carga puntual positiva se sentirá acelerada en dirección del campo.

Libremente, se alejará del centro, desplazándose desde V_1 a V_2. En esa dirección aumentará su energía cinética, y por conservación de la energía perderá energía potencial electroestática como se deduce de la ecuación 3, dado que

$$0 = \Delta E_C + \Delta U_e$$

Tenesmo en dirección del campo $\Delta Ec > 0\ y\ \Delta Ue < 0$ (similar al caso gravitatorio cuando la partícula se movía debido únicamente a la presencia de g). Como, además

$$\Delta U = \frac{\Delta V}{q}$$

También la variación de potencial electroestático disminuye en la dirección del campo eléctrico, es decir que $V_2 < V_1$ en la figura 1 a.

<u>Fácil:</u> Una carga libre y positiva, en presencia del campo se sentirá acelerada en la dirección del campo. Fuerza y desplazamiento tienen el mismo signo, trabajo electroestático positivo, y variación de potencial electroestático negativo. A medida que aumenta su energía cinética debido al campo eléctrico, pierde energía potencial electrostático, o lo que es lo mismo potencial electrostático.

Si la carga fuera negativa, entonces se van a dar vuela los signos, pero el análisis es igual. Una carga negativa, libremente tendrá a desplazarse en contra del campo (se sentirá atraída) Ahora el trabajo electroestático es negativo, porque se desplazará en contra del campo y por ende la variación de energía potencial electroestática será negativa. A medida que se acerca al centro gana cinética y pierde potencial, en este caso tendríamos que $V_2 > V_1$

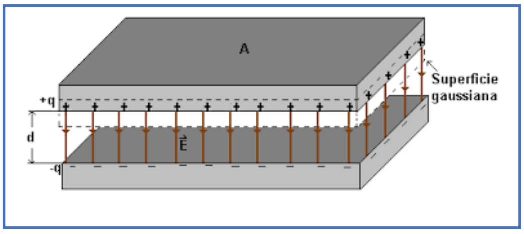
Algunos datos: **1 eV = 1,6 . 10^{-19} J; m_{e^-} = 9.1.10^{-31} kg; q_{e^-} = 1.6.10^{-19} C**

3. Resumen

- **a.** $|F_{12}| = |F_{21}| = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$ donde k, es la constante $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$ (ley de coulomb)
- b. $\vec{F} = q\vec{E}$
- c. Campo E=cte (trabajo que realiza la carga debido al campo que experimenta)
  - **i.** $L_{Fe} = q|E||\Delta X|\cos(\alpha) = -\Delta U_e$
  - **ii.** $\Delta V = \frac{\Delta U_e}{q} = -|E||\Delta X|\cos(\alpha)$

4. Por último, analizamos el caso particular de un **capacitor plano**

Tenemos campo no nulo solo entre las placas, y como en este caso es contante podemos escribir su valor en términos de las características del capacitor: $E = \frac{Q}{\varepsilon A}$



Con dirección perpendicular a las placas, y en sentido de la placa positiva a la placa negativa. Nuevamente, en sentido y dirección del campo, $\Delta V = \frac{\Delta U_e}{q} = -|E||\Delta X|\cos(\alpha)$, ΔV disminuye. Además, para un capacitor cuyas placas están separadas una distancia **d**, se cumple que la diferencia de tensión, o potencial eléctrico entre las cargas es $|\Delta V| = \left|\frac{Q}{\varepsilon A}\right||d|$ por lo que definición como capacidad (en el sentido de almacenar carga) dada cierta de tensión resulta $\Delta V.c = Q$.

Entonces para cualquier capacitor plano de sección A, que tiene en su interior un dieléctrico de permitividad ε, y sus placas están separadas en d su capacidad se determina como $c = \frac{\varepsilon A}{d}$. Donde c se mide en faradios, cuando tanto la sección A, como la longitud se mide en metros.

Para otra configuración, que conozcamos sigue valiendo que $\Delta V.c = Q$.

Entonces para un capacitor de capacidad c

$\Delta V.c = Q$.

Si además sé que el capacitor es plano, su capacidad depende de su geometría y se determina como

$c_{plano} = \frac{\varepsilon A}{d}$.

En el contexto biológico, una célula puede ser vista como un capacitor debido a la estructura de su membrana. La membrana celular actúa como un aislante que separa fluidos con diferentes concentraciones de iones, creando una diferencia de potencial eléctrico, similar a un capacitor.

La carga y descarga de un capacitor, o condensador, son procesos dinámicos donde se acumula y libera energía eléctrica, respectivamente. La carga implica la acumulación de carga en las placas del capacitor cuando se conecta a una fuente de voltaje, mientras que la descarga ocurre cuando se libera esa carga a través de un circuito. Ambos procesos se caracterizan por una constante de tiempo, que depende de la capacitancia del capacitor y la resistencia del circuito.

A nosotros no nos interesa lo que se conoce como transitorio, la carga y descarga de capacitores. Pero si entender que una vez cargado, lo que tenemos es en realidad energía acumulada, que no hay que confundir con la variación de energía que experimenta una carga en presencia de un campo, sino más bien en un elemento que permite almacenar energía.

La energía almacenada por un capacitor se puede calcular como $U = \frac{1}{2}Q\Delta V$, y se mide en Joules cuando la carga se mide en coulomb y la diferencia de tensión en volts. Observemos que si además tenemos en cuenta la ley de capacitores $\Delta V.c = Q$, podemos expresar U como:

$$U = \frac{1}{2}Q\Delta V = \frac{1}{2}c\Delta V^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{c}$$

La membrana celular almacena energía eléctrica debido a la separación de cargas (iones) a través de ella. Cuando la célula se estimula, los iones se mueven a través de la membrana, alterando la distribución de carga y liberando energía eléctrica. Observemos que, si de alguna manera se modifica Q, c, oΔV se modificar la energía almacenada.

Supongamos que modifico de alguna manera la capacidad, por ejemplo, acercando las placas. Esto puedo hacerlo de dos formas

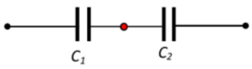
I. Dejando la cantidad de cargas que tiene almacenada contante ¿Cómo?, habiendo retirado la batería que me permitió cargar el capacitor.
II. Dejando la diferencia de tensión constante, ¿Cómo? Habiendo dejado la batería conectada de forma tal que la diferencia de tensión entre las placas esta forzosamente fija por la misma.

¿y que sucede si tengo más de un capacitor? Los llevo a un circuito equivalente donde puedo reemplazar la configuración por un solo capacitor.

Capacitores en serie

I. $Q_1 = Q_2$
Sobre cada capacitor la carga inducida es la misma. El capacitor equivalente "que veo" tiene $Q = Q_1 = Q_2$
II. La caída de tensión sobre la serie es igual a la suma de caídas tensiones $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$
III. Y su capacidad equivalente se calcula como

a)

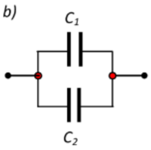


$$\frac{1}{c_s} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}$$

Capacitores en paralelo

I. $\Delta V_1 = \Delta V_2$
Sobre cada capacitor la diferencia de tensión es la misma.
II. La carga "que veo" es la total, $Q = Q_1 + Q_2$
III. Y su capacidad equivalente se calcula como

b)



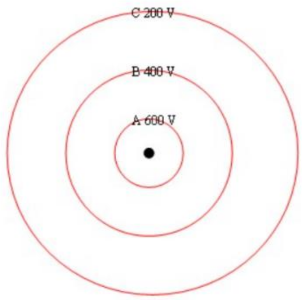
$$\boldsymbol{c_p = c_1 + c_2}$$

Y en todos los casos la energía almacenada será la suma de la energía almacenada de cada uno de los capacitores.

$$U = U_1 + U_2$$

5. Ejercitación de electroestática (respuestas)

1. La figura nos muestra una serie de superficies equipotenciales concéntricas, generadas por una carga puntual ubicada en el centro de la figura. Como vemos, a medida que nos alejamos de dicha carga el potencial (aumenta/disminuye/se mantiene contante), lo que indica que nos movemos (a favor/en contra) del campo.



Considerando solamente la interacción eléctrica (descartamos entonces la acción de otras fuerzas) podemos asegurar que si colocamos una carga puntual negativa en B ésta se dirigirá hacia (A/C) , resultando que el trabajo de la fuerza eléctrica sea (positivo/negativo/nulo) y la energía potencial del sistema de cargas (disminuye/aumenta/se mantiene constante) por tratarse de la acción de una fuerza conservativa. En tanto, la energía cinética de la carga (aumentará/disminuirá/no cambiará) al moverse.

Ahora supongamos que colocamos una carga de 6e⁻ en A, inicialmente en reposo, y la trasladamos a velocidad constante, siguiendo una línea de campo, hasta C, en donde se la deja quieta. La carga (Aumentará/disminuirá) su energía potencial en ____2400___eV en ese trayecto. En tanto, la variación de su energía cinética será (nula/positiva/negativa) R en el mismo recorrido.

2.

a. Un cuerpo cuya carga es equivalente a la de **tres electrones** es acelerado, partiendo del reposo, en un campo eléctrico de valor constante. Al recorrer **40 cm** ha adquirido una energía cinética de **240 eV**. Considerando que la fuerza eléctrica es la única actuante, el módulo del campo eléctrico es:

200 V/m

b. Un cuerpo cuya carga eléctrica es equivalente a la de **5 electrones** es acelerado, partiendo del reposo, en una región del espacio en donde el campo eléctrico es uniforme. Al recorrer 10 cm ha adquirido una energía cinética de **500 eV**. Considerando únicamente el efecto causado por el campo eléctrico, el módulo de este es:

1000 V/m

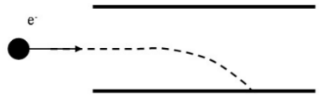
c. Un cuerpo cuya carga eléctrica neta es +4e se encuentra en reposo en una región donde existe un campo eléctrico de 10^4 V/m. Al haber recorrido 10 cm su energía cinética (en eV) será:

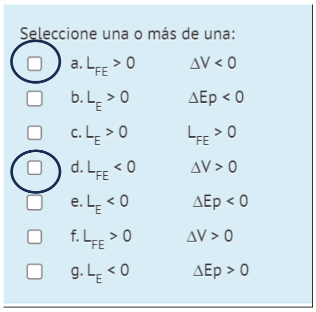
4000 eV

d. Un electrón se proyecta con una velocidad de 4.10^6 m/s en una región del espacio donde existe un campo eléctrico uniforme de 910 N/C paralelo a la velocidad inicial del electrón. La distancia que recorrerá dentro de la región antes de invertir su sentido del movimiento es de:

5 cm

3. Un electrón se mueve en forma horizontal. Al pasar entre dos placas conductoras cargadas, dispuestas también horizontalmente, se observa que se desvía como indica la figura. Entonces, llamando LE al trabajo del campo, LFE al trabajo de la fuerza eléctrica, ΔV a la diferencia de potencial y ΔEp a la variación de la energía potencial eléctrica se verifica que:

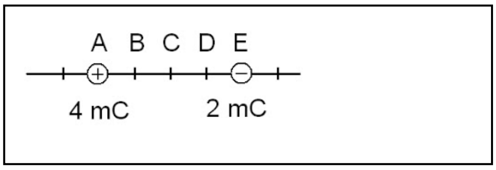




4. El esquema muestra dos cargas eléctricas fijas en los puntos A y E. El espacio entre ellas está dividido en cuatro partes de igual longitud.

a. ¿Dónde habría que poner una tercera carga para que estuviera en equilibrio bajo la acción de las otras dos?

Opciones,
a) entre A y B
b) entre B y C
c) entre C y D
d) entre D y E
e) a la izquierda de A
f) a la derecha de E



b. Repetir el problema anterior, si las cargas en A y E fueran ambas positivas, con los mismos valores absolutos que antes: 4 mC y 2mC respectivamente.

Opciones

a) entre A y B

b) entre B y C

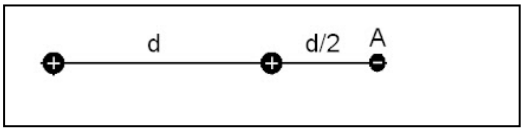
c) entre C y D

d) entre D y E

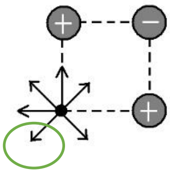
e) a la izquierda de A

f) a la derecha de E

5. Se tiene dos cargas eléctricas iguales separadas una distancia d. ¿Hacia dónde apuntarán el campo eléctrico E y la fuerza total F producidos por esas dos cargas sobre una tercera carga, negativa, ubicada en el punto A?
Opciones
a) E es nulo, F es nula
b) E hacia la izquierda, F hacia la izquierda
c) E hacia la derecha, F hacia la izquierda
d) E hacia la izquierda, F hacia la derecha
e) E hacia la derecha, F hacia la derecha
f) E es nulo, F hacia la izquierda



6. Las tres cargas de la figura tienen el mismo valor absoluto y están ubicadas en los vértices de un cuadrado. ¿Cuál de los vectores propuestos podría corresponder al campo eléctrico producido por esas tres cargas en el otro vértice? (elegir una de las flechitas)



7. La capacidad de un condensador o capacitor plano es directamente proporcional al área de las placas e inversamente a la distancia que las separa. Si se introduce un dieléctrico llenando el espacio entre las placas su capacidad (aumenta/disminuye/no cambia)

8. Recordemos que, si se maniobra un capacitor cargado estando desconectado de la fuente de alimentación, la carga acumulada permanece constante, en tanto que, si se lo maniobra manteniéndose conectado a dicha fuente, no se modifica la diferencia de potencial entra las placas. Veamos como aplicamos estos conceptos:

Las placas de un capacitor cargado y desconectado de la fuente de alimentación se encuentran separadas por 0,5 mm. Aplicando una fuerza adecuada las separamos hasta que disten 2 mm entre si.

Podemos asegurar que la capacidad (aumenta/no cambia/disminuye) y por lo tanto la diferencia de potencial entre sus placas (aumenta 4 veces/disminuye 4 veces/ no cambia/aumenta dos veces/ disminuye a la mitad) campo eléctrico en su interior (aumenta 4 veces/disminuye 4 veces/aumenta 16 veces/ disminuye 16 veces/no cambia)

Si dicha maniobra (nos referimos a separar las placas) se realiza con el capacitor conectado a la fuente entonces la carga(aumenta 4 veces/disminuye 4 veces/ no cambia/aumenta dos veces/ disminuye a la mitad lo que implica que la energía acumulada (aumenta/disminuye/no cambia)

9. Si la diferencia de potencial de un capacitor cargado y desconectado de la fuente es de 36 V y considerando que entre las placas había vacío, si se le introduce un dieléctrico y se mide una diferencia de potencial de 2,4 V entonces la constante dieléctrica relativa del aislante introducido es ___1,5____