

Unidad 2 - Cinemática

Cinemática en una Dimensión

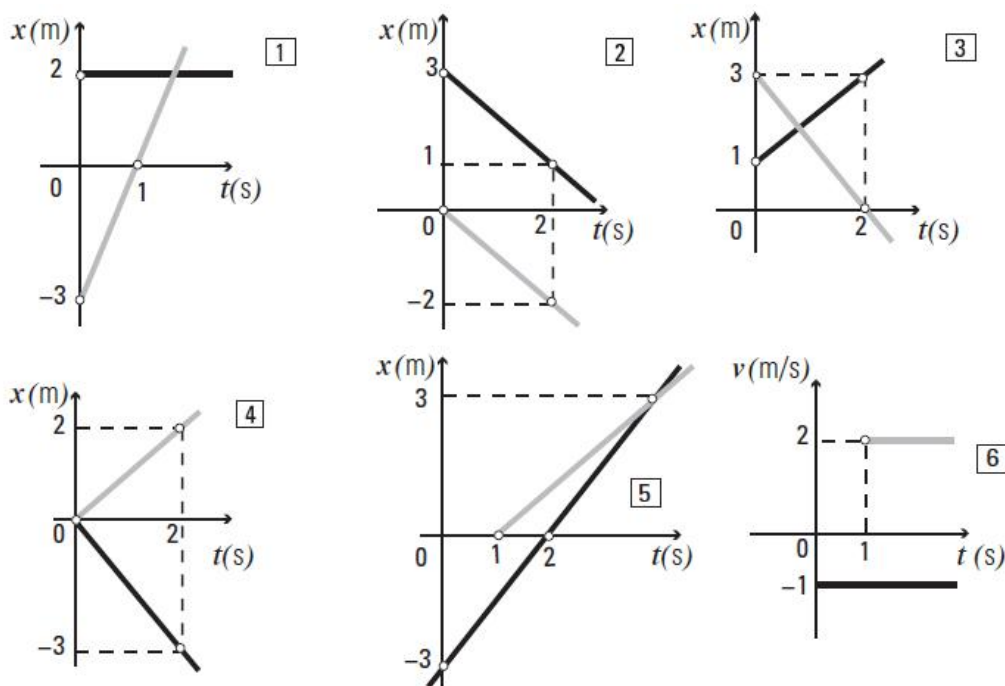
Movimiento Rectilíneo Uniforme

Ejercicio 1. En cada uno de los gráficos se representa el movimiento de dos móviles (en colores negro y gris). Para los cinco primeros:

- En cada caso dar las condiciones iniciales y escribir las condiciones horarias.
- Si corresponde, determinar cuándo se produce el encuentro.

En el sexto gráfico:

- Decir si se pueden escribir las ecuaciones de posición en función del tiempo para ambos móviles.
- ¿Se necesita algún dato adicional?
- ¿Se puede saber dónde se encuentran?



Ejercicio 1 - Movimiento de dos móviles en MRU

Ejercicio 2. Un cuerpo que en el instante $t = 0$ se encuentra en un punto A , viaja en línea recta con velocidad constante de módulo desconocido v . Transcurrido un tiempo T el móvil pasa por un punto B que está a distancia d de A .

- Hallar $v = v(d, T)$.

- b) Dar dos expresiones para la posición del cuerpo en función del tiempo y gradicarlas:
- considerando un sistema de coordenadas con origen en A ,
 - considerando un sistema de coordenadas con origen en B ,

Ejercicio 3. Un automóvil viaja en línea recta con velocidad constante desde A hasta C , pasando por B . Se sabe que por A pasa a las 12 h, por B a las 13 h y por C a las 15 h. La distancia AB es de 50 km y la distancia BC es desconocida.

- a) Elegir un origen de tiempo y un sistema de referencia.
- b) Elegir un instante t_0 . ¿Cuánto vale x_0 ? Escribir la ecuación de movimiento.
- c) Elegir otro instante t_0 . ¿Cuánto vale x_0 ? Escribir la ecuación de movimiento.
- d) Demostrar algebraicamente que las ecuaciones halladas en b) y c) son equivalentes.

Ejercicio 4. Un móvil 1 viaja en línea recta desde A hacia B (distancia $AB = 300$ km) con velocidad constante $\vec{v}_1$, tardando 225 minutos en realizar el trayecto. Otro móvil viaja de B hacia A con velocidad constante $\vec{v}_2$, tardando 360 minutos. El móvil 2 parte 1 hora antes que el móvil 1.

- a) Elegir un origen de tiempo y un sistema de referencia.
- b) Escribir los vectores velocidad $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$.
- c) Representar en un mismo gráfico posición vs. tiempo para ambos móviles. Interpretar el significado del punto de intersección.
- d) ¿Qué distancia recorrió cada móvil hasta el encuentro?

Ejercicio 5. Repetir el ejercicio anterior para el caso en que ambos móviles parten desde A hacia B .

Ejercicio 6. Un ciclista que viaja en una trayectoria rectilínea recorre la mitad de su camino a 30 km/h y la otra mitad a 20 km/h. Despreciando el tiempo empleado en variar la velocidad:

- a) Estimar entre qué valores estará la velocidad media del viaje.
- b) Trazar los gráficos cualitativos de posición y velocidad en función del tiempo.
- c) Calcular el valor de la velocidad media. **Advertencia:** $v_m \neq \frac{v_1 + v_2}{2}$.

Ejercicio 7. Una cuadrilla de empleados del ferrocarril viaja en una zorra por una vía rectilínea. En un instante dado, por la misma vía y a 180 m por detrás, ven venir un tren con velocidad constante de 36 km/h.

- a) ¿A qué velocidad mínima y constante debe moverse la zorra para llegar a un desvío situado 120 m más adelante y evitar el choque?
- b) Graficar velocidad y posición en función del tiempo para ambos móviles.
- c) Resolver nuevamente considerando que se requieren 10 s para accionar el cambio de vía.

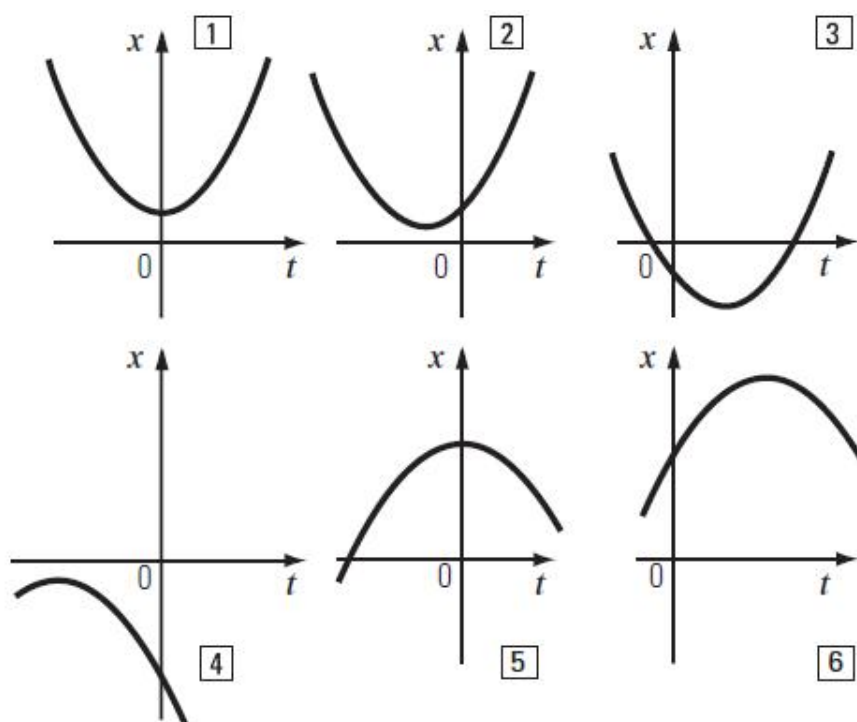
Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Ejercicio 8. a) Para el caso de los gráficos de la siguiente figura escribir la ecuación de posición $x(t)$, la ecuación de velocidad $v(t)$ y la aceleración en $t = 0$ s, sin usar valores numéricos. Para cada caso graficar (aproximadamente) $v(t)$ y $a(t)$.

b) Reescribir las ecuaciones del ítem anterior suponiendo que:

- h) Para los gráficos superiores: $|x(0)| = 1$ m, $|v(0)| = 2$ m/s.
- h) Para los gráficos inferiores: $|x(0)| = 3$ m, $|v(0)| = 4$ m/s.

En todos los casos, si corresponde, usar $|a| = 6$ m/s².

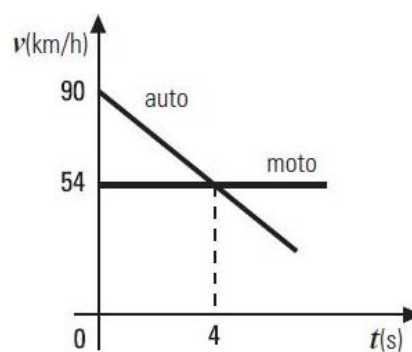


Ejercicio 8 - Posición en función del tiempo

Ejercicio 9.

Un automovilista sobrepasa a un motociclista y en ese instante frena instantáneamente (se desprecia el tiempo de reacción). Ver gráfico $v(t)$.

- Cuatro segundos después del sobrepaso, ¿quién va adelante?
- ¿Cuándo y dónde vuelven a encontrarse?
- ¿Cuál es la velocidad del auto en ese instante?
- Graficar x vs. t para ambos móviles.
- ¿Podría hallarse la solución a partir del gráfico v vs. t ?



Ejercicio 10. La figura muestra un gráfico de posición x en función del tiempo t para un móvil con movimiento rectilíneo. Se trata de una función compuesta de dos tramos parabólicos.

- Indicar los signos de la velocidad y la aceleración en los instantes: t_1 , t_2 , t_3 , t_4 y t_5 .
- Indicar además si el móvil aumenta o disminuye el módulo de su velocidad en un instante posterior a los tiempos indicados.

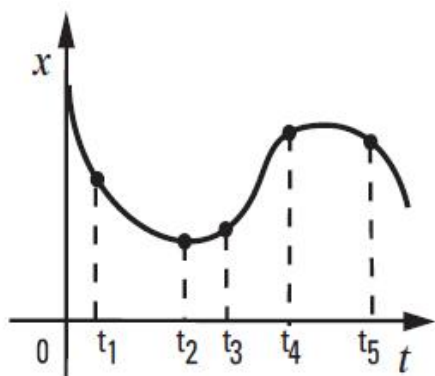
Ejercicio 11. Un automóvil se desplaza en una trayectoria rectilínea con una velocidad igual a 20 m/s cuando observa un obstáculo a 50 m delante de él.

- ¿Cómo deben ser los sentidos de los vectores velocidad y aceleración para que el automóvil frene?
- Calcular la desaceleración mínima para no chocar.
- Resolver nuevamente considerando un tiempo de reacción del conductor de 0,3 s.
- Representar gráficamente las situaciones anteriores en un gráfico x vs. t .

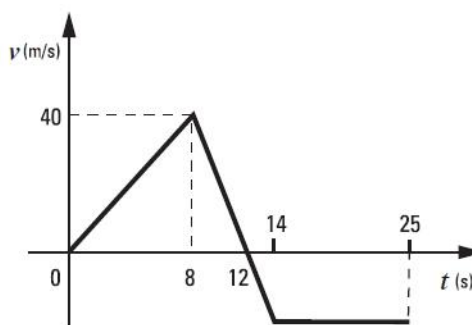
Ejercicio 12. El conductor de un tren subterráneo de 40 m de longitud, y que marcha a 15 m/s, debe aplicar los frenos 50 m antes de entrar en una estación cuyo andén mide 100 m de longitud. Calcular entre qué valores debe hallarse el de la aceleración de frenado, para que el tren se detenga dentro de los límites del andén.

Ejercicio 13. El gráfico corresponde a un movimiento rectilíneo por etapas. Suponiendo $x(0) = 0$:

- Trazar los gráficos $a(t)$ y $x(t)$ (especificando los valores indicados en el gráfico de $x(t)$).
- Calcular la velocidad media entre 0 y 25 s.
- Escribir las ecuaciones horarias entre 0 y 25 s.



Ejercicio 10

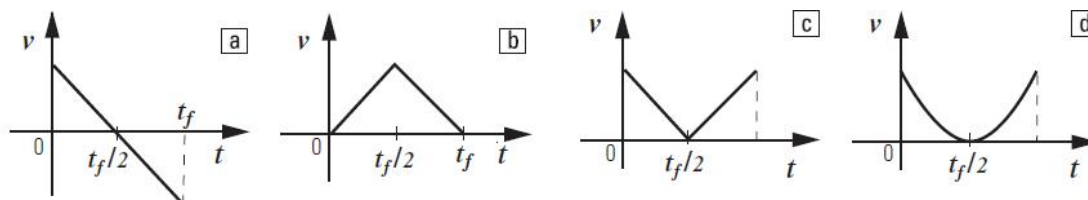


Ejercicio 13 - Movimiento rectilíneo por etapas

Ejercicio 14. Un automóvil viaja a 90 km/h (con velocidad constante) cuando pasa por un puesto caminero. En ese instante parte un patrullero desde el reposo y acelera uniformemente. El patrullero alcanza 90 km/h en 10 s.

- Calcular el tiempo que dura la persecución.
- Hallar la posición donde el patrullero alcanza al automóvil.
- Calcular la velocidad del patrullero en ese punto.
- Graficar $v(t)$ para ambos móviles.

Ejercicio 15. Indicar cuál de los siguientes gráficos puede representar la velocidad en función del tiempo de un cuerpo arrojado verticalmente hacia arriba y que regresa al punto de partida. Se desprecia el rozamiento con el aire.



Ejercicio 15 - Velocidad en función del tiempo

Ejercicio 16. Desde una terraza a 40 m del suelo se lanza una piedra verticalmente hacia arriba con velocidad inicial 15 m/s. Si se desprecia el rozamiento con el aire.

- Calcular: $\vec{r}$, $\vec{v}$ y $\vec{a}$ en $t = 3$ s.
- Calcular cuándo llega al suelo.

- c) Calcular cuándo y dónde se encuentra con otra piedra lanzada desde el suelo con 55 m/s y que parte desde el suelo en el mismo instante que la anterior.
- d) Representar gráficamente $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.

Ejercicio 17. Un cuerpo se deja caer desde un globo aerostático ubicado a 1000 m de altura que desciende con velocidad constante de 12 m/s. Suponiendo que se desprecia el rozamiento con el aire:

- a) Elegir un sistema de referencia y escribir las ecuaciones horarias.
- b) Calcular la velocidad y la distancia recorrida a los 10 s.
- c) Calcular la velocidad del cuerpo a los 10 s y la distancia recorrida hasta ese instante.
- d) Graficar $x(t)$ y $v(t)$ para el globo y el cuerpo.
- e) Resolver nuevamente considerando que el globo asciende con la misma rapidez (12 m/s).

Ejercicio 18. Una piedra cae en caída libre y recorre 67 m en el último segundo antes de tocar el suelo. Suponiendo que se puede despreciar el rozamiento entre la piedra y el aire se pide:

- a) Calcular la altura desde la cual cayó.
- b) Calcular el tiempo total de caída.
- c) Calcular la velocidad con la que llega al suelo.
- d) Graficar $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.

Ejercicio 19. Bajo la hipótesis de que el rozamiento con el aire es despreciable: ¿Con qué velocidad debe pasar un objeto por un punto P para alcanzar un punto situado a una altura h , a los 3 y a los 7 s después de haber pasado por P ?

Ejercicio 20. Un globo asciende verticalmente con velocidad constante de 10 m/s. Cuando se encuentra a 16 m del piso, un muchacho le dispara una piedra verticalmente con velocidad inicial de 30 m/s desde 1 m de altura. Si se desprecia el rozamiento con el aire responder:

- a) ¿A qué altura y en qué instante la piedra alcanza al globo?
- b) ¿Cuál es la velocidad de la piedra en ese instante?
- c) ¿Vuelven a encontrarse? Si la respuesta es si decir dónde y cuándo lo hacen.
- d) Trazar los gráficos correspondientes.

Ejercicio 21. Juan arroja una piedra verticalmente hacia arriba con velocidad inicial de 10 m/s mientras que Pedro, situado 40 m más arriba, arroja otra hacia abajo con la misma velocidad.

- a) ¿A qué altura y en qué instante se cruzan?
- b) Graficar e interpretar.

Ejercicio 22. Una cañita voladora, que parte del reposo a nivel del piso, es impulsada verticalmente hacia arriba con una aceleración que se supone constante, mientras dura el combustible. Este se agota a los 5 segundos de partir, cuando está a 100 m de altura. A partir de ese instante, la cañita se mueve libremente (solo actúa la gravedad) hasta que vuelve al suelo. Calcular:

- a) La velocidad máxima durante el ascenso.
- b) La altura máxima alcanzada.
- c) Graficar $a(t)$, $v(t)$ y $x(t)$.

Ejercicio 23. Las ecuaciones de movimiento para dos partículas A y B que se mueven en la misma dirección son: $x_A(t) = 3,2t^2 - 6t - 20$, $x_B(t) = 29 + 8,5t - 4,1t^2$. Las constantes

están expresadas en unidades tales que x se mide en metros y t en segundos.

- Calcular el instante $t \geq 0$ y la posición en que las partículas se encuentran.
- Calcular las velocidades de A y B en el instante de encuentro* (hay que derivar).
- Graficar aceleración, velocidad y posición en función del tiempo* (hay que derivar).

Movimientos con Aceleración Dependiente del Tiempo¹

En los siguientes ejercicios, las constantes están expresadas en unidades tales que x se mide en metros, v en metros por segundo y t en segundos. Para cada caso, determinar los intervalos en los que el movimiento es acelerado y desacelerado, y si corresponde, el instante en el cual la rapidez es máxima.

Ejercicio 24. El movimiento rectilíneo de una partícula está definido por la ecuación: $x(t) = 2t^3 - 6t^2 + 28t - 10$. Calcular la posición, la velocidad y la aceleración en $t = 10$ s.

Ejercicio 25. La velocidad de una partícula está dada por: $v(t) = 3t^2 - 20t - 20$. Sabiendo que para $t = 0$ el móvil se encuentra en $x(0) = -16$ m:

- Calcular la velocidad media y la aceleración media entre $t = 0$ y $t = 12$ s.
- Trazar los gráficos $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.

Ejercicio 26. La posición de una partícula está dada por: $x(t) = t^3 - 6t^2 - 20t - 50$

- Calcular el instante en el cual la velocidad se anula.
- Calcular la aceleración en dicho instante y la aceleración media entre $t = 0$ y el instante hallado.
- Trazar los gráficos $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.

Ejercicio 27. Una partícula se mueve en trayectoria rectilínea. Para cada expresión de la aceleración $a(t)$, hallar las expresiones generales de la velocidad $v(t)$ y de la posición $x(t)$.

- $a(t) = a_0$ (constante).
- $a(t) = a_0 \cos(\omega t)$, donde a_0 y ω son constantes.
- $a(t) = At^2$, donde A es constante.

Ejercicio 28. Una partícula se mueve según la ecuación: $x(t) = x_0 \sin(\omega t)$ donde x_0 y ω son constantes. Determinar la velocidad y la aceleración en función del tiempo.

Ejercicio 29. La aceleración de una motocicleta que se mueve en línea recta está dada por: $a(t) = At - Bt^2$ con $A = 1,2 \text{ m/s}^3$ y $B = 0,120 \text{ m/s}^4$. La motocicleta parte del origen, en reposo, en $t = 0$.

- Obtener la posición y la velocidad en función del tiempo.
- Graficar $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.
- Calcular la velocidad máxima en el intervalo $0 \leq t \leq 15$ s.

Cinemática en dos Dimensiones

Vectores en el plano

Ejercicio 30. Un insecto pasa caminando por el punto K con vector posición $\vec{r}_K = (2\hat{x} - 8\hat{y}) \text{ cm}$ y velocidad $\vec{v}_K = (8\hat{x} - 7\hat{y}) \text{ cm/s}$. Tres segundos más tarde pasa por el punto L con $\vec{r}_L = (11\hat{x} - 4\hat{y}) \text{ cm}$ y $\vec{v}_L = (-13\hat{x} + 5\hat{y}) \text{ cm/s}$.

¹No se evaluarán en el año 2026

- En un esquema, trazar los vectores posición y velocidad en ambos instantes.
- Determinar los vectores desplazamiento, velocidad media y aceleración media.
- Dibujar una posible trayectoria.

Ejercicio 31. Una pista de atletismo está formada por dos tramos rectos paralelos de 80 m y dos tramos semicirculares que los unen. La distancia entre los tramos rectos es 40 m, por lo que el radio de los tramos curvos es 20 m.

Un corredor recorre la pista con velocidad de módulo constante 18 km/h.

- Hacer un esquema de la pista; representar los vectores velocidad instantánea del corredor:
 - en los puntos medios de los tramos rectos (Puntos A y C)
 - en los puntos medios de los tramos curvos (Puntos B y D)
- Hallar cuánto tiempo tardará en recorrer el circuito completo, y cuánto para ir de A hasta B, y de A hasta C.
- Determinar el vector aceleración media del corredor entre los puntos A y C, y entre C y D.
- Indicar la dirección y el sentido del vector aceleración instantánea en cada uno de los puntos indicados.
- Calcular el vector velocidad media en un recorrido completo entre A y A, y la velocidad escalar media entre esos puntos.

Tiro oblicuo

Ejercicio 32. Un arquero dispara una flecha desde el piso con velocidad inicial $|\vec{v}_0| = 50 \text{ m/s}$ formando un ángulo de 37° con la horizontal. Despreciando el rozamiento con el aire y considerando un sistema de referencia con $\hat{x}$ horizontal (positivo en la dirección en que avanza la flecha) y $\hat{y}$ vertical hacia arriba, calcular:

- El tiempo total de vuelo.
- La altura máxima alcanzada.
- El alcance horizontal.
- El vector velocidad a los 5 s.
- El vector velocidad final.
- Los vectores desplazamiento, velocidad media y aceleración media en los intervalos comprendidos entre $t = 0 \text{ s}$ y $t = t_{\text{Hmáx}}$ y entre $t = 0 \text{ s}$ y $t = t_{\text{alcance}}$.

Ejercicio 33. Un gato se encuentra sobre un muro de 2 m de altura. Juan está a 18 m del muro y arroja un zapato con una velocidad de 15 m/s formando 53° con la horizontal, desde una altura de 1,25 m.

- Determinar a qué altura sobre el gato pasa el zapato.
- Calcular a qué distancia del muro cae el zapato.
- Escribir la ecuación de la trayectoria del zapato.

Ejercicio 34. Susana arroja horizontalmente su llavero desde una ventana. Andrés lo recibe 0,8 s después a 1,2 m sobre el piso, a 4,8 m del edificio.

- Determinar la altura desde la que fue arrojado el llavero.
- Calcular la velocidad con que llega a las manos de Andrés.
- Escribir la ecuación de la trayectoria.

Ejercicio 35. Un esquiador se desliza por una rampa inclinada 30° y llega al punto A con cierta velocidad. Luego de 1 s de vuelo libre, retoma la pista en B, ubicado 4,33 m más adelante.

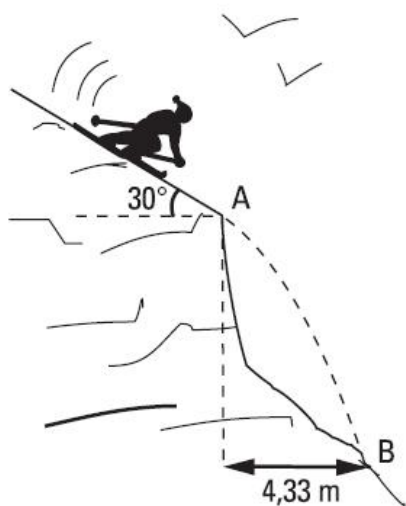
- a) Calcular la velocidad en el punto A .
- b) Determinar el desnivel entre A y B .
- c) Calcular la velocidad en B .

Ejercicio 36. Una pelota se lanza desde el piso con velocidad inicial $|\vec{v}_0| = 5 \text{ m/s}$ formando un ángulo α con la horizontal.

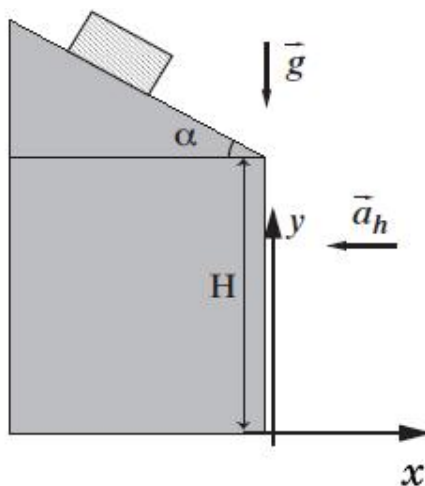
- a) Obtener $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$ para $\alpha = n\pi/6$ con $n = 1, 2, 3$.
- b) Graficar la posición y la velocidad en función del tiempo.
- c) Calcular la altura máxima y el alcance.

Ejercicio 37. Un cuerpo baja por un plano inclinado $\alpha = 30^\circ$ y llega al final con velocidad de módulo: 10 m/s . A partir de ese momento, el cuerpo cae, pero debido a la presencia de viento, adquiere también una aceleración horizontal constante a_h . Datos: $H = 200 \text{ m}$, $|g| = 10 \text{ m/s}^2$, $|a_h| = 0,5 \text{ m/s}^2$

- a) Calcular el alcance.
- b) Calcular la velocidad al llegar al piso.



Ej. 35 - Esquiador en la rampa



Ej. 37 - Cuerpo deslizando en un plano inclinado

Ejercicio 38. Una botella que se encuentra en la posición $(x, y) = (20 \text{ m}, 30 \text{ m})$ se deja caer desde el reposo. Simultáneamente se lanza una piedra desde el origen con velocidad 15 m/s .

- a) Determinar el ángulo con el que debe lanzarse la piedra para que rompa la botella.
- b) Calcular la altura del impacto.
- c) Dibujar ambas trayectorias.

Ejercicio 39. Las coordenadas de un ave que vuela en el plano son: $x(t) = 2, m - 3,6 \frac{m}{s} t$, $y(t) = 1,8 \frac{m}{s^2} t^2$

- a) Dibujar la trayectoria.
- b) Calcular $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$.
- c) Dibujar los vectores en $t = 3 \text{ s}$.
- d) Calcular el desplazamiento, la velocidad media y la aceleración media entre 0 y 3 s.

Movimiento Relativo

Ejercicio 40. Un pasajero camina con rapidez de $1,5 \text{ m/s}$ a lo largo de un tren que se mueve con velocidad constante de 20 m/s respecto del suelo.

- Determinar la velocidad del pasajero respecto del suelo si camina en el mismo sentido del tren.
- Resolver si camina en sentido contrario.
- Representar los vectores velocidad en cada caso.

Ejercicio 41. Dos carneros (uno blanco y otro negro) están en reposo, uno frente al otro. La distancia entre ellos es 24 m . En un instante dado, ambos parten para chocarse. Se supone que sus aceleraciones son constantes, y sus módulos $1,6 \text{ m/s}^2$ y $1,4 \text{ m/s}^2$ respectivamente. Utilizando un sistema de referencia en el cual el carnero blanco se encuentra inicialmente en reposo, determinar las ecuaciones horarias de ambos y trazar los gráficos correspondientes.

Ejercicio 42. Un catamarán, en el Tigre, se mueve a velocidad constante respecto de la orilla. Un empleado de la embarcación, en su tiempo de descanso, lanza una moneda en dirección vertical hacia arriba desde su mano. Un pescador desde la orilla se entretiene observando el movimiento de la moneda. Despreciando el rozamiento con el aire, cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

- Para el pescador, la aceleración que tiene la moneda es la misma que la que observa el empleado.
- Para el empleado, la moneda se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme, al igual que el catamarán.
- Para el pescador, hay en un instante en el cual la moneda tiene velocidad nula.
- La altura máxima que alcanza la moneda, medida desde el nivel del agua, es mayor para el empleado, que para el pescador.
- Para el empleado la velocidad vertical, instante a instante, es menor que la que observa el pescador.
- Para el pescador, la velocidad de la moneda en la dirección horizontal es en sentido opuesto a la velocidad del catamarán.
- Para el empleado, la moneda regresa a sus manos con una velocidad cuyo módulo es menor que la que tendría si el catamarán estuviese quieto.
- Para el empleado, la moneda regresa a sus manos con la misma velocidad con que fue arrojada pero en sentido contrario.
- El tiempo de vuelo (desde que arroja la moneda hasta que justo llega a sus manos) es mayor cuanto mayor sea la velocidad del catamarán.
- La moneda regresa a las manos del empleado en el mismo tiempo en el que llegaría si el catamarán estuviese quieto.
- Respecto del catamarán, el desplazamiento de la moneda desde que la arroja hasta que llega a las manos del joven es nulo.

Ejercicio 43. Un avión que vuela en dirección horizontal a 300 m/s y a 800 m de altura, deja caer un paquete. Despreciando el rozamiento con el aire, calcular, respecto del suelo y respecto del avión, el punto donde caerá el paquete y a qué velocidad lo hará.

Ejercicio 44. La casa de Juan se encuentra a 900 m (9 cuadras) de la casa de Diana. Caminando con velocidad constante, Juan tarda 10 minutos en cubrir esa distancia, mientras que Diana la recorre en 15 minutos. Cierta día salen ambos a las 15 h, cada uno desde su casa y dirigiéndose a la casa del otro. A partir de un sistema de referencia en el cual Diana está en reposo en el origen de coordenadas y cuyo sentido positivo apunta hace la

casa de Juan:

- Determinar las velocidades relativas a dicho sistema de los personajes y de sus respectivas casas.
- Escribir las ecuaciones horarias correspondientes al movimiento de Juan en ese sistema. ¿Cuál será la posición del mismo, al encontrarse con Diana?
- Hallar el tiempo de encuentro y la posición, respecto de Diana, de ambas casas en ese instante.

Ejercicio 45. El maquinista de un tren que avanza con una velocidad v_1 advierte delante de él, a una distancia d , la cola de un tren de carga que se mueve en su mismo sentido, con una velocidad v_2 constante, menor que la suya. Frena entonces, con aceleración constante. Determinar el mínimo valor del módulo de dicha aceleración, para evitar el choque. SUGERENCIA: Adoptar un sistema de referencia fijo a uno de los trenes.

Ejercicio 46. Entre los muelles A y B, que están en la misma orilla de un canal rectilíneo, hay una distancia de 400 m. Un bote de remos tarda 40 s en ir de A hasta B, y 50 segundos en regresar. Considerando constantes los módulos de las velocidades del bote respecto del agua y de la corriente respecto a la orilla, hallar el valor de los mismos.

Ejercicio 47. El muelle B se encuentra río abajo del muelle A sobre la misma orilla de un canal rectilíneo. Un bote se desplaza con una velocidad de 12 m/s respecto del agua. La velocidad de la corriente del arroyo es 4 m/s. Sabiendo que, partiendo de A, tarda 3 minutos en su viaje de ida y vuelta a B (despreciando el tiempo que tarda en invertir el sentido), calcular la distancia entre los muelles.

Ejercicio 48. En un día de verano en que no hay viento se descarga un chaparrón, de modo tal que las gotas de agua siguen trayectorias verticales. El conductor de un automóvil que marcha a 10 km/h ve que las gotas llegan en dirección perpendicular al parabrisas. Sabiendo que el parabrisas forma un ángulo de 60° con la horizontal, hallar la velocidad con que descenden las gotas de lluvia vistas desde la tierra, y con qué velocidad golpean el parabrisas.

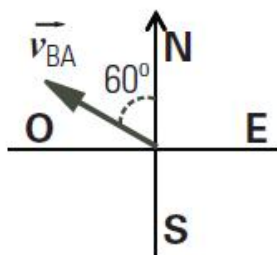
Ejercicio 49. Un bote se mueve en dirección N 60° O, a 40 km/h con respecto al agua. La corriente es tal que el movimiento resultante con respecto a la orilla es hacia el oeste (O) a 50 km/h. Calcular el módulo, la dirección y el sentido de la velocidad de la corriente con respecto a Tierra.

Ejercicio 50. Un avión vuela desde un punto A hasta otro punto B que se encuentra a 400 km de distancia en la dirección este (E). El viento sopla con velocidad de 100 km/h hacia el cuadrante sudeste (SE) formando un ángulo de 60° con la dirección norte-sur. Si la velocidad de avión respecto al aire es de 300 km/h:

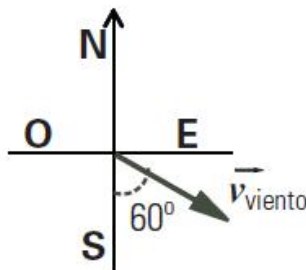
- ¿Con qué ángulo el piloto debe orientar el avión?
- ¿Cuánto tarda el avión en llegar a B?

Ejercicio 51. Una bandera (línea gris en el gráfico) situada en el mástil de un bote forma un ángulo $\beta = 143^\circ$, como se muestra en la figura. Otra bandera similar situada en una casa en la orilla del río forma un ángulo $\alpha = 53^\circ$. La velocidad del barco es de 15 km/h paralelo a la orilla. Haciendo coincidir el versor $\hat{x}$ con la velocidad del barco $\vec{v}_{bt}$ y al versor $\hat{y}$ con la perpendicular a la orilla, como muestra la figura. Calcular:

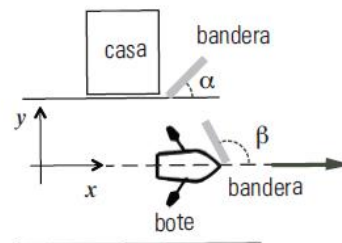
- El módulo del vector velocidad del viento respecto de tierra.
- El módulo del vector velocidad del viento respecto del bote.



Ejercicio 49



Ejercicio 50



Ejercicio 51

Ejercicio 52. Una lancha, que desarrolla una velocidad de 10 km/h en aguas quietas, tarda 10 minutos en cruzar un río de 1 km de ancho y llegar a un punto situado a 500 metros río arriba (o sea en sentido opuesto a la corriente) en la orilla de enfrente.

- ¿Cuánto es la velocidad de la corriente?
- ¿Qué ángulo forma con la costa la dirección en la que está orientada la lancha?

Movimiento Circular

Ejercicio 53. Un CD, de radio 6 cm, gira a 2500 rpm.

- Calcular el módulo de la velocidad angular en radianes por segundo.
- Calcular el módulo de la velocidad tangencial de un punto sobre su borde.
- Calcular la frecuencia en Hz.

Ejercicio 54. Una varilla metálica de 30 cm de longitud gira respecto a uno de sus extremos a 60 rpm. Calcular:

- El período del movimiento y el número de vueltas en 30 s.
- El módulo de velocidad de 3 puntos diferentes de la varilla situados a 10 cm, 20 cm y 30 cm del extremo fijo.

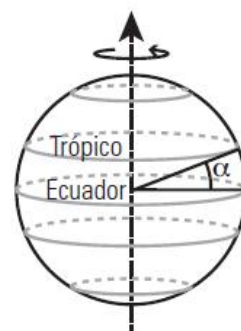
Ejercicio 55. Un piloto de avión bien entrenado soporta aceleraciones de hasta 8 veces la de la gravedad, durante tiempos breves, sin perder el conocimiento. Si un avión vuela a 2300 km/h, ¿cuál será el radio de giro mínimo que puede soportar?

Ejercicio 56. Si el período de un movimiento circular uniforme (MCU) se triplica, manteniendo el radio constante, ¿cómo cambian su: a) velocidad angular?; b) frecuencia?; c) aceleración normal o centrípeta?

Ejercicio 57. a) Calcular el módulo de la velocidad de un punto situado sobre el ecuador en la Tierra ($R_{\text{Tierra}} = 6378 \text{ km}$).

b) Calcular el módulo de la velocidad de un punto ubicado en los trópicos, sabiendo que el ángulo que forman con el ecuador terrestre es $\alpha = 23^\circ 27'$ (latitud).

c) ¿Cuál es la velocidad de un punto ubicado en los polos?



- Ejercicio 58.** a) ¿Cuánto vale la aceleración centrípeta de un objeto ubicado sobre el ecuador terrestre como consecuencia de la rotación de la Tierra sobre sí misma?
b) ¿Cuánto debería valer el período de rotación de la Tierra para que el módulo de la aceleración centrípeta en su superficie en el ecuador fuera igual a $9,8 \text{ m/s}^2$?

Ejercicio 59. Una patinadora sobre hielo de 65 kgf de peso se mueve sobre una pista horizontal a 18 km/h . En cierto instante toma el extremo de una varilla, paralela a la pista y perpendicular a su trayectoria, cuyo extremo está enganchado a un poste vertical. A partir de ese momento la patinadora describe una circunferencia de radio 1 m . Determinar, inmediatamente después de que la patinadora toma la varilla:

- El módulo de la velocidad angular.
- El módulo de la aceleración centrípeta.
- ¿Cómo cambian los resultados a) y b) si la patinadora pesa 50 kgf ?

Ejercicio 60. Teniendo en cuenta que la Tierra gira alrededor del Sol en $365,25$ días y que el radio de giro medio es de $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$, calcular (suponiendo que la Tierra gira realizando un movimiento circular uniforme):

- El módulo de la velocidad angular en rad/día .
- El módulo de la velocidad tangencial.
- El ángulo que recorrerá en 30 días.
- El módulo de la aceleración centrípeta.

Ejercicio 61. Calcular cuánto tiempo transcurre entre dos momentos en los cuales el Sol, Marte y Júpiter están alineados, de este modo (suponiendo que ambos planetas se mueven con un movimiento circular uniforme). El período de la órbita alrededor del Sol de Marte es de 687 días terrestres y el de Júpiter es de $11,86$ años terrestres.

Ejercicio 62. La Estación Espacial Internacional gira con velocidad angular constante alrededor de la Tierra cada 90 minutos en una órbita a 300 km de altura sobre la superficie terrestre (por tanto, el radio de la órbita es 6670 km).

- Calcular el módulo de la velocidad angular.
- Calcular el módulo de la velocidad tangencial.
- ¿Tiene aceleración? En caso afirmativo, indicar sus características y, en caso negativo, indicar la razón por la cual no existe.

Ejercicio 63. Un disco gira, con MCU y recorre $13,2$ radianes en 6 segundos. Ubicar el centro del disco en el origen de coordenadas.

- Calcular el módulo de la velocidad angular.
- Calcular el período y la frecuencia de rotación.
- ¿Cuánto tiempo tardará el disco en girar un ángulo de 780° ?
- ¿Y en efectuar 12 revoluciones?
- Si la trayectoria está descrita en el plano (x, y) , el giro es horario y el radio es 1 m , expresar usando versores los vectores $\vec{v}$ y $\vec{a}$ cuando un punto del borde intercepta los ejes coordenados. Nota: Utilizar un sistema de coordenadas con el eje x hacia la derecha y el eje y hacia arriba.

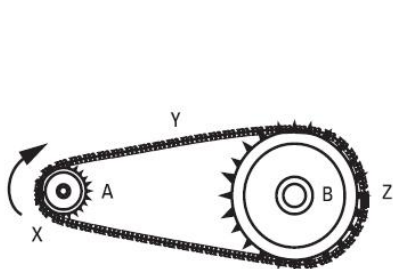
Ejercicio 64. Dos ruedas dentadas, cuyos ejes A y B se encuentran a una distancia fija, se vinculan mediante una cadena para formar un mecanismo de transmisión similar al que puede observarse en una bicicleta. Sus radios son $r_A = 3 \text{ cm}$, y $r_B = 9 \text{ cm}$, respectivamente. Se hace girar a la rueda A con velocidad angular constante en el sentido indicado, a 100 rpm . Considerando el pasaje de un eslabón sucesivamente por los puntos X, Y, Z, determinar:

- a) El módulo de su velocidad, en cada punto.
- b) La frecuencia con que gira la rueda B.
- c) La aceleración que experimenta el eslabón en cada punto.

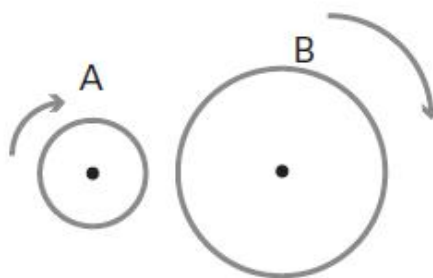
Ejercicio 65. *Un cuerpo inicialmente en reposo, tal que $\theta(t=0) = 0$ y $\omega(t=0) = 0$, es acelerado en una trayectoria circular de 1,3 m de radio, de acuerdo a la ley: $\gamma = 120s^{-4}t^2 - 48s^{-3}t + 16s^{-2}$ donde (γ) es la aceleración angular medida en s^{-2} ; (θ) se mide en radianes y la velocidad angular (ω) en s^{-1} . Hallar: a) $\theta(t)$, b) $\omega(t)$, c) ¿Cuánto vale $|\vec{v}|$ en $t = 2s$?

Ejercicio 66. Dos ruedas A y B, de radios $R_A = 20$ cm y $R_B = 40$ cm, giran en sentido horario. La frecuencia de rotación de la rueda A es de 120 rpm y la de la rueda B es de 240 rpm. En cierto instante se le aplica un freno a cada rueda de forma tal que A se detiene en 16 s y B en 8 s, ambas con aceleración angular constante.

- a) Para cada rueda expresar la aceleración angular, la velocidad angular y el ángulo en función del tiempo.
- b) ¿En qué instante tienen ambas ruedas la misma velocidad angular? ¿En qué instante los puntos de la periferia tienen velocidades de igual módulo?
- c) Calcular el ángulo barrido por cada rueda entre el instante en el cual se aplican los frenos y cada uno de los instantes del ítem b).



Ejercicio 64 - Ruedas Dentadas

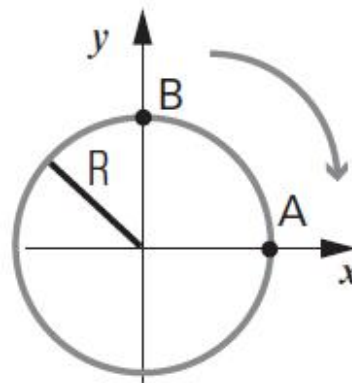


Ejercicio 66 - Ruedas A y B

Ejercicio 67.

En una autopista circular de 7,5 m de radio dos competidores prueban sus motocicletas. Ambos giran en sentido horario. Uno de ellos, Gino, prueba su moto partiendo de A realizando un MCU de frecuencia igual a 30 rpm. El otro, Miguel, realiza un movimiento uniformemente acelerado, cuya aceleración angular es de π $1/s^2$. Miguel pasa por B con una velocidad angular de π $1/s^2$ en el mismo instante en el que Gino parte de A.

- a) Escribir las ecuaciones horarias $\theta(t)$ para cada una de las motos (especifique claramente cómo mide el ángulo θ). Hallar el instante y la posición en la cual ambos vehículos se encuentran por primera vez.
- b) Calcule los vectores velocidad y aceleración de cada moto en el instante de encuentro. Representélos en un esquema.
- c) ¿Cuál es la velocidad relativa de Gino respecto de Miguel? (optativo)



Respuestas²

Cinemática en una dimensión

Movimiento rectilíneo y uniforme

1. 1) $x_N(t) = 2 \text{ m}$ $x_G(t) = -3 \text{ m} + 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} t$ $t_e = 5/3 \text{ s}$.
- 2) $x_N(t) = 3 \text{ m} - 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} t$ $x_G(t) = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}} t$ t_e no existe
- 3) $x_N(t) = 1 \text{ m} + 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} t$ $x_G(t) = 3 \text{ m} - \frac{3}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} t$ $t_e = 0,8 \text{ s}$
- 4) $x_N(t) = -1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} t$ $x_G(t) = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} t$ $t_e = 0 \text{ s}$
- 5) $x_N(t) = -3 \text{ m} + \frac{3}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} t$ $x_G(t) = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} (t - 1 \text{ s})$ $t_e = 4 \text{ s}$
2. a) $v = d/T$ b) Origen A: $x(t) = (\frac{d}{T}) t$; Origen B: $x(t) = -d + (\frac{d}{T}) t$
3. De elaboración personal.
4. De elaboración personal. ($t_e = 2,92 \text{ hs}$)
5. De elaboración personal. ($t_e = 2,66 \text{ hs}$)
6. a) y b) De elaboración personal. c) $v_{\text{media}} = 24 \text{ km/h}$
7. a) $v_{\text{min}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ b) De elaboración personal. c) $v_{\text{min}} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Movimiento rectilíneo uniformemente variado

8. a) De elaboración personal. b) $x_1(t) = 1 \text{ m} + 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} t + 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$
 $x_2(t) = 1 \text{ m} + 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} t + 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$
 $x_3(t) = -1 \text{ m} - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} t + 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$
 $x_4(t) = -3 \text{ m} - 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} t - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$
 $x_5(t) = 3 \text{ m} + 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} t - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$
 $x_6(t) = 3 \text{ m} + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} t - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$
9. a) El auto marcha adelante de la moto.
- b) $t_e = 8 \text{ s}$, $x_e = 120 \text{ m}$
- c) $|v_A| = 5 \text{ m/s}$
- d) y e) De elaboración personal.
10. De elaboración personal.
11. a) De elaboración personal. b) $|a_{\text{min}}| = 4 \text{ m/s}^2$ c) $|a_{\text{min}}| = 4,54 \text{ m/s}^2$
- d) De elaboración personal.
12. $0,75 \text{ m/s}^2 \leq |a| \leq 1,25 \text{ m/s}^2$
13. a) De elaboración personal. b) $|v_{\text{media}}| = \langle v \rangle = 0 \text{ m/s}$
- c) $0 \leq t \leq 8 \text{ s}$
 $a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $v(t) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t$ $x(t) = \frac{5}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$
 $8 < t \leq 14 \text{ s}$
 $a = -10 \text{ m/s}^2$ $v(t) = 40 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}^2 (t - 8 \text{ s})$
 $x(t) = 160 \text{ m} + 40 \text{ m/s} (t - 8 \text{ s}) - 5 \text{ m/s}^2 (t - 8 \text{ s})^2$
 $t > 14 \text{ s}$
 $a = 0$ $v(t) = -20 \text{ m/s}$ $x(t) = 220 \text{ m} - 20 \text{ m/s} (t - 14 \text{ s})$
14. a) $t_E = 20 \text{ s}$ b) $x_E = 500 \text{ m}$ c) $|v_p| = 50 \text{ m/s}$
- d) De elaboración personal.
15. a)
16. Considerando $\hat{y}$ hacia arriba e $y = 0 \text{ m}$ en el suelo:
 $\vec{r}(t = 3 \text{ s}) = 40 \text{ m } \hat{y}$ $\vec{r}(t = 3 \text{ s}) = 15 \text{ m/s} (-\hat{y})$ $\vec{a} = \vec{g} = 10 \text{ m/s}^2 (-\hat{y})$

²Si tiene dudas consulte con sus docentes

- b) $t_{\text{suelo}} \sim 4,7 \text{ s}$ c) $t_E = 1 \text{ s}$ $y_E = 50 \text{ m}$
 d) De elaboración personal.
 17. a) De elaboración personal. b) $|v| = 112 \text{ m/s}$ $d = 620 \text{ m}$
 c) De elaboración personal.
 d) $|\vec{v}| = 88 \text{ m/s}$ $d = 380 \text{ m} + 2 \times 7,2 \text{ m} = 394,4 \text{ m}$
 18. a) $H = 259,2 \text{ m}$ b) $t_{\text{piso}} = 7,2 \text{ s}$ c) $|v| = 72 \text{ m/s}$
 19. $|v| = 50 \text{ m/s}$
 20. a) $d = 26 \text{ m}$, $t = 1 \text{ s}$ b) $|v_p| = 20 \text{ m/s}$
 c) $d = 46 \text{ m}$, $t = 3 \text{ s}$, $|v_p| = 0 \text{ m/s}$ d) De elaboración personal.
 21. a) $t_E = 2 \text{ s}$, $y_E = 0 \text{ m}$ b) De elaboración personal.
 22. a) $|v_{\text{máx}}| = 40 \text{ m/s}$ b) $|y_{\text{máx}}| = 180 \text{ m}$ c) De elaboración personal.
 23. a) $t_f = 3,7678 \text{ s}$, $x_f = 2,82 \text{ m}$
 b) $|v_A(t = t_E)| = 18,11 \text{ m/s}$, $|v_B(t = t_E)| = -22,4 \text{ m/s}$
 c) De elaboración personal.

Movimiento con aceleración dependiente del tiempo

24. $x(t) = 10t - 1607 \text{ m}$ $a(t - 10 \text{ s}) = 108 \text{ m/s}^2$ $x(t - 10 \text{ s}) = 508 \text{ m/s}$
 25. a) $v_{\text{máx}} = 4 \text{ m/s}$, $v_{\text{mín}} = -16 \text{ m/s}$ b) De elaboración personal.
 26. a) $t = 5,27 \text{ s}$ b) $a(t) = 5,27 \text{ s} - 19,62 \text{ m/s}^2$, $a_y = -3,8 \text{ m/s}^2$
 c) De elaboración personal.
 27. a) $v(t) = v_0 + a_0 t - \beta t^2$ $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 - \frac{1}{3} \beta t^3$
 b) $v(t) = v_0 + a_0 t_0 \sin(\omega t) - \sin(\omega t_0) t - a_0 t_0 \cos(\omega t) [\cos(\omega t_0) - \cos(\omega t)]$
 c) $v(t) = v_0 + At^3$
 d) $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{3} At^3 - \frac{1}{12} A(t^4 - t_0^4)$
 28. De elaboración personal.
 29. $x(t_0 = 0) = 0 \text{ m}$, $v(t_0 = 0) = 0 \text{ m/s}$
 a) $x(t) = At^6 - Bt^{12}$ $v(t) = At^5 - Bt^3$
 b) De elaboración personal. c) $v_{\text{máx}} = A^6 B^3 = 20 \text{ m/s}$

Cinemática en dos Dimensiones

30. b) $\Delta \vec{r} = 9 \text{ cm } \hat{x} - 12 \text{ cm } \hat{y}$
 $\vec{v}_{\text{med}} = -3 \text{ cm/s } \hat{x} - 4 \text{ cm/s } \hat{y}$
 $\vec{a}_{\text{med}} = -1,66 \text{ cm/s}^2 \hat{x} + 4 \text{ cm/s}^2 \hat{y}$
 c) La trayectoria debe pasar por los puntos K y L, y ser tangente a los respectivos vectores velocidad, teniendo en cuenta el sentido del movimiento.
 31. b) Tiempo: $t_{\text{inicio}} = 57,12 \text{ s}$
 Para el circuito completo: $t_{AB} = 14,28 \text{ s}$ y $t_{AC} = 28,56 \text{ s}$
 c) Vector aceleración media: $\vec{a}_{AC} = -0,35 \text{ m/s}^2 \hat{x}$
 $\vec{a}_{CD} = 0,35 \text{ m/s}^2 \hat{x} + 0,35 \text{ m/s}^2 \hat{y}$
 ($\hat{x}$ tiene la dirección y sentido del movimiento del corredor en A y $\hat{y}$ la del corredor en D)
 d) La aceleración instantánea en B apunta hacia el centro de la pista.
 e) Vector velocidad media: 0 & Velocidad escalar media: 5 m/s

Tiro Oblicuo

32. a) $t_v = 6 \text{ s}$ b) $H_{\text{máx}} = 45 \text{ m}$ c) $x_{\text{alcance}} = 240 \text{ m}$
 d) $\vec{v}(t = 5 \text{ s}) = (40, -20) \text{ m/s}$ e) $\vec{v}(t = 6 \text{ s}) = (40, -30) \text{ m/s}$

f) $\vec{\Delta r}(t = 0 \text{ s} \rightarrow t = t_{\max}) = (120, 45) \text{ m}$

$\vec{\Delta r}(t = 0 \text{ s} \rightarrow t = t_{\text{alcance}}) = (240, 0) \text{ m}$

$\vec{v}_m(t = 0 \text{ s} \rightarrow t = t_{\max}) = (40, 15) \text{ m/s}$

$\vec{v}_m(t = 0 \text{ s} \rightarrow t = t_{\text{alcance}}) = (40, 0) \text{ m/s}$

$\vec{a}_m(t = 0 \text{ s} \rightarrow t = t_{\max}) = (0, -10) \text{ m/s}^2$

$\vec{a}_m(t = 0 \text{ s} \rightarrow t = t_{\text{alcance}}) = (0, -10) \text{ m/s}^2$

33. a) $d_{\text{encima}} = 3,25 \text{ m}$ b) $d_{\text{otro lado}} = 4,5 \text{ m}$

34. a) $H_p = 44 \text{ m}$

b) $\vec{v}_{\text{manos}} = (6, -8) \text{ m/s}$

$|\vec{v}_{\text{manos}}| = 10 \text{ m/s}$

c) $v(t) = 4,4 \text{ m/s}$

$t = 3,6 \text{ m}$

35. a) $|\vec{v}_f| = 5 \text{ m/s}$

$|\vec{\Delta y}_f| = 7,5 \text{ m}$

$\vec{v}_f = (4,33, -12,5) \text{ m/s}$

$|\vec{v}_f| = 13,23 \text{ m/s}$

36. a) De elaboración personal.

b) De elaboración personal.

$x_{\max} = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{2g}$

$y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$

$\vec{v}_{y\max} = v_{0x} \hat{i} - v_{0y} \hat{j}$

$\vec{a}_{y\max} = \vec{a}_A = -g \hat{j}$

($\hat{i}$ es horizontal en el sentido de movimiento y $\hat{j}$ es vertical hacia arriba; el origen de coordenadas está en el punto de lanzamiento).

37. a) $x_{\text{alcance}} = 42,2 \text{ m}$

$\vec{v}_{\text{piso}} \sim (5,7; -63) \text{ m/s}$

38. a) ángulo $\sim 56^\circ$

b) $H_{\text{impacto}} = 1,1 \text{ m}$

c) De elaboración personal.

39. a) De elaboración personal.

b) $v_x(t) = -3,6 \text{ m/s}$

$v_y(t) = 3,6 \text{ m/s}$

$a = (0, -3,6) \text{ m/s}^2$

c) acelerando, gira en dirección $\hat{y}$.

d) $\vec{\Delta r} = (-10,8; 16,2) \text{ m}$

$\vec{v}_{\text{med}} = (-3,6; 5,4) \text{ m/s}$

$\vec{a}_{\text{med}} = (0; -3,6) \text{ m/s}^2$

Movimiento Relativo

40. a) $v_{ps} = 21,5 \text{ m/s}$

b) $v_{ps} = 18,5 \text{ m/s}$

c) De elaboración personal.

41. a) $a_{NB} = -3 \frac{m}{s^2}$

$v_{NB}(t) = -3 \frac{m}{s^2} t$

$x_{NB}(t) = 24 \text{ m} - 1,5 \frac{m}{s^2} t^2$

b) De elaboración personal.

42. De elaboración personal. Verdaderos: a)-h)-j)-k)

43. Respecto de tierra: $\vec{\Delta x} = 3795 \text{ m}$ y $\vec{\Delta y} = 800 \text{ m}$

Respecto del avión: $\vec{\Delta x} = 0 \text{ m}$ y $\vec{\Delta y} = 800 \text{ m}$

$\vec{v}_{PT}(y = 0 \text{ m}) = (300; -126,5) \frac{m}{s}$

$\vec{v}_{PA}(y = 0 \text{ m}) = (0; -126,5) \frac{m}{s}$

($\hat{x}$ es horizontal en el sentido del movimiento del avión e $\hat{y}$ es vertical apuntando hacia arriba).

44. a) $\vec{v}_{JT} = -2,5 \frac{m}{s} \hat{x}$

$\vec{v}_{JT} = -1,5 \frac{m}{s} \hat{x}$

$\vec{v}_{DT} = 1 \frac{m}{s} \hat{x}$

$\vec{v}_{casa-JD} = -1 \frac{m}{s} \hat{x}$

$\vec{v}_{casa-DD} = -1 \frac{m}{s} \hat{x}$

b) $x_{JT}(t) = 900 \text{ m} - 2,5 \frac{m}{s} t$

$\rightarrow x_{JT}(t_E) = 0 \text{ m}$

c) $t_E = 360 \text{ s}$ (6 min)

$x_{casa-JT}(t_E) = 540 \text{ m}; \quad x_{casa-DD}(t_E) = -360 \text{ m}$

d) De elaboración personal.

45. $|\vec{a}| \geq \frac{(v_1 - v_2)^2}{2d}$

46. $|\vec{v}_{BR}| = 9 \frac{m}{s}$

$|\vec{v}_{RT}| = 1 \frac{m}{s}$

47. d = 1200 m

48. $|\vec{v}_{gT}| = 5,77 \frac{km}{h}$

$|\vec{v}_{gA}| = 11,54 \frac{km}{h}$

49. $|\vec{v}_{cT}| = 25,227 \frac{km}{h}$

S $37,55^\circ$ O

50. $|\vec{v}_{aT}| = 382,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ E $9,6^\circ$ N $t_{\text{vuelo}} = 1,05 \text{ h}$
 51. a) $|\vec{v}_{VT}| = 9 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ b) $|\vec{v}_{VB}| = 12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
 52. a) $\alpha = 37^\circ$ b) $|\vec{v}_{RT}| = 5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ c) $t = 10 \text{ min}$; d) $\sim 1333 \text{ m}$

Movimiento circular

La unidad de frecuencia en el Sistema Internacional (SI) es el hertz, que implica ciclos por segundo; la unidad SI de velocidad angular es el radián por segundo. Aunque sería formalmente correcto escribir estas dos unidades como s^{-1} (lo habitual en esta guía de ejercicios), el empleo de nombres diferentes sirve para subrayar la diferencia en la naturaleza de las magnitudes consideradas. El hecho de utilizar la unidad radián por segundo para expresar la velocidad angular y el hertz para la frecuencia, indica también que debe multiplicarse por 2π el valor numérico de la frecuencia en hertz para obtener el valor numérico de la velocidad angular correspondiente en radianes por segundo.

53. a) $a = 83,3 \pi \text{ rad/s}$ b) $|v| = 15,7 \text{ m/s}$ c) $f = 41,66 \text{ Hz}$
 54. a) 1s , 30v b) $|\vec{v}_{10}| = 0,2 \pi \text{ m/s}$ c) $|\vec{v}_{20}| = 0,4 \pi \text{ m/s}$ d) $|\vec{v}_{30}| = 0,6 \pi \text{ m/s}$
 55. $r = 5102 \text{ m}$ (aproximadamente).
 56. a) $\omega = \frac{\omega_0}{3}$ b) $f = \frac{f_0}{3}$ c) $\vec{a}_c = \vec{a}_{c0}/9$
 57. a) $\vec{v}_E \sim 463 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sim 1665 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ b) $\vec{v}_T \sim 425 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sim 1530 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
 c) $\vec{v}_P = 0$
 58. a) $\vec{a}_c = 0,034 \text{ m/s}^2$
 b) $\tau = 5062 \text{ s} \sim 1,4 \text{ h}$
 59. a) 5 rad/s b) 25 m/s^2 c) No cambia.
 60. a) $\omega = 0,0172 \text{ rad/día}$
 b) $\vec{v} = 29861 \text{ m/s}$ (aproximadamente)
 c) $\theta = 0,516 \text{ rad} = 29^\circ 33'$
 d) $|\vec{a}| = 5,910^{-3} \text{ m/s}^2$
 61. $t = 816,6 \text{ días}$
 62. a) $|\omega| = \frac{\pi}{2700} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 b) $|\vec{v}| = 7760 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
 c) De elaboración personal.
 63. a) $|\omega| = 2,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
 b) $T \sim 2,856 \text{ s}$; $f \sim 0,36 \text{ hertz}$
 c) $t_{780^\circ} \sim 6 \text{ s}$ d) $t_{12\text{rev}} \sim 34,22 \text{ s}$
 e) $\vec{v}_1(r = \hat{y}) = (2, 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 0)$ $\vec{v}_2(r = \hat{x}) = (0, -2, 2 \frac{\text{m}}{\text{s}})$
 $\vec{v}_3(r = -\hat{y}) = (-2, 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 0)$ $\vec{v}_4(r = -\hat{x}) = (0; 2, 2 \frac{\text{m}}{\text{s}})$
 $\vec{a}_1(r = \hat{y}) = (0; -4, 84 \text{ m/s}^2)$ $\vec{a}_2(r = \hat{x}) = (-4, 84 \text{ m/s}^2; 0)$
 $\vec{a}_3(r = -\hat{y}) = (0, 4, 84 \text{ m/s}^2)$ $\vec{a}_4(r = -\hat{x}) = (4, 84 \text{ m/s}^2, 0)$
 64. a) $|\vec{v}| = 31,4159 \text{ cm/s}$ en todos los puntos.
 b) $f = 0,56 \text{ hertz}$
 c) $|\vec{a}_x| = \frac{v_t^2}{R_A} = 329 \text{ cm/s}^2$
 $|\vec{a}_y| = 0 \text{ cm/s}^2$ $|\vec{a}_z| = \frac{v_t^2}{R_B} = 109,7 \text{ cm/s}^2$
 65*. $\theta(t) = 10t^4 - 8t^3 + 8t^2$ $\omega(t) = 40t^3 - 24t^2 + 16t$
 En un SR donde los ángulos se miden a partir de $\hat{x}$ hacia $\hat{y}$ en todos los puntos
 $\vec{v}(t = 0,3\text{s}) = -2,68 \text{ m/s } \hat{x} + 4,02 \text{ m/s } \hat{y}$ $\vec{a}(t = 0,3\text{s}) = -23,88 \text{ m/s}^2 \hat{x} + 3,42 \text{ m/s}^2 \hat{y}$
 66. En un SR en que los ángulos se miden en sentido antihorario:
 $\gamma_A(t) = -\frac{\pi}{4} \frac{1}{\text{s}^2}$ $\omega_A(t) = 4\pi \frac{1}{\text{s}} - \frac{\pi}{4} \frac{1}{\text{s}^2} t$

$$\Delta\theta_A = 4\pi\frac{1}{s}t - \frac{\pi}{8}\frac{1}{s^2}t^2$$

$$\gamma_B = -\pi\frac{1}{s^2}$$

$$\Delta\theta_B = 8\pi\frac{1}{s}t - \frac{\pi}{2}\frac{1}{s^2}t^2$$

$$\text{b) } t_\omega = 16/3 \text{ s}$$

$$\omega_B(t) = 8\pi\frac{1}{s}t - \pi\frac{1}{s^2}t$$

$$t_v = 6,86 \text{ s}$$

$$\text{c) } \Delta\theta_A(t_w) = 17,8\pi \text{ rad}$$

$$\Delta\theta_B(t_w) = 28,5\pi \text{ rad}$$

$$\Delta\theta_A(t_v) = 21,55\pi \text{ rad}$$

$$\Delta\theta_B(t_v) = 31,35\pi \text{ rad}$$

67. El ángulo se mide desde el punto A en sentido antihorario:

$$\text{a) } \gamma_G(t) = 0\frac{1}{s^2}$$

$$\omega_G(t) = \pi\frac{1}{s}$$

$$\theta_G(t) = \pi\frac{1}{s}t$$

$$\gamma_M(t) = \pi\frac{1}{s^2}$$

$$\omega_M(t) = \pi\frac{1}{s} + \pi\frac{1}{s^2}t$$

$$\theta_M(t) = -\frac{\pi}{2} + \pi\frac{1}{s}t + \frac{\pi}{2}\frac{1}{s^2}t^2$$

$$t_E = 1,$$

$$\theta_M(t_E) = \theta_G(t_E) = \pi \text{ rad}$$

$$\text{b) } \omega_G(t_E) = 0\frac{rad}{s^2}$$

$$\vec{v}_G(t_E) = 7,5\pi \text{ m/s } \hat{y}$$

$$\vec{a}_G(t_E) = 7,5\pi^2 \text{ m/s}^2 - \hat{x}$$

$$\omega_M(t) = 2\pi \text{ rad/s}$$

$$\vec{v}_M(t) = 15\pi \text{ m/s } \hat{y}$$

$$\vec{a}_M(t_E) = 7,5\pi\frac{m}{s^2}\hat{y} + 30\pi^2\frac{m}{s^2}(-\hat{x})$$