

7) Se vierten 250 g de esquirlas de plomo (Pb) a 150°C sobre un bloque de hielo de 50 g en un recipiente adiabático. Desprecie la capacidad calorífica del recipiente. La temperatura inicial del hielo es de -30°C. ¿Cuál es la temperatura final del sistema? (cp, hielo = 0,5 cal/g°C, cp, Pb = 0,03 cal/g°C). Resuelva analítica y gráficamente.

$$Q_{pb} + Q_{hielo} = 0, \quad T_F = ?$$

Antes de resolver el problema, hay que notar lo siguiente:

El **Pb**, que esta a **mayor temperatura** y en **estado solido**, solo disminuye su temperatura cuando entrega calor, por lo tanto, el Q_{pb} lo puedo escribir como:

$$Q_{pb} = m_{pb} c_{pb} (T_{eq} - 150^\circ\text{C})$$

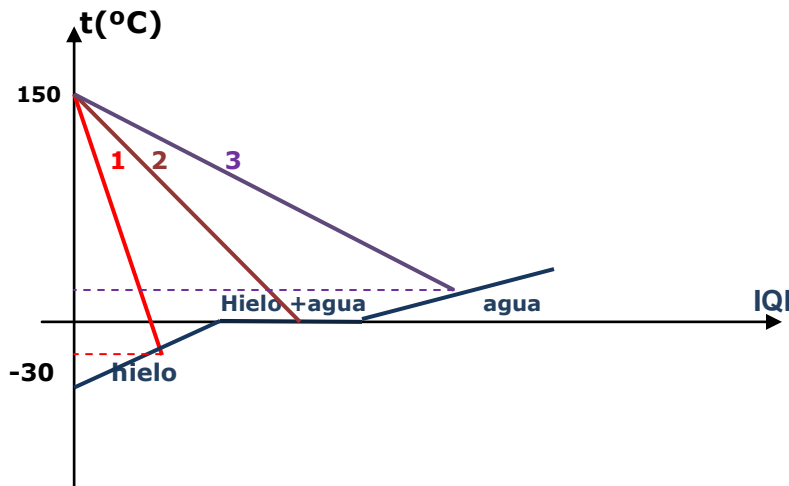
La dificultad de este problema es que, **a priori**, no sabemos cual es la **Teq**. Pueden darse 3 casos:

Caso 1: Si la **Teq** fuese menor a 0°C, el hielo solo elevaría su temperatura, sin fundirse (**recta 1**).

Caso 2: Si la **Teq = 0°C**, parte del hielo (o excepcionalmente todo) se fundiría, y en ese caso, habría agua en equilibrio con el hielo y el Pb, todo a 0°C (**recta 2**).

Caso 3: Si la **Teq > 0°C**, entonces, el hielo, no solo se fundiría totalmente, convirtiéndose en agua, sino, que el agua se calentaría por encima de 0°C.

Hagamos un grafico de T en función del Q intercambiado para estas 3 situaciones (el cambio de temperatura del hielo en color azul):



Si se diera el **Caso 1**, $Q_{hielo} = m_{hielo} c_{hielo} \cdot (T_{eq} - (-30^\circ\text{C}))$

Si se diera el **Caso 2**; $Q_{hielo} = m_{hielo} c_{hielo} \cdot (0^\circ\text{C} - (-30^\circ\text{C})) + m \cdot L_f$;

Donde m (masa convertida a agua)

Si se diera el **Caso 3**; $Q_{\text{hielo}} = m_{\text{hielo}} c_{\text{hielo}} \cdot (0^{\circ}\text{C} - (-30^{\circ}\text{C})) + m \cdot L_f + m \cdot c_{\text{agua}} \cdot (T_{\text{eq}} - 0^{\circ}\text{C})$

Por lo tanto, al no conocer a priori, cual es la T_{eq} , no sabríamos cual de las 3 “formulas” habría que usar para “escribir” el Q_{HIELO} .

Ahora “resolvemos” el problema. No hay una única forma de plantearlo. Aca exponemos una.

Voy a **calcular primero** el calor que necesita esa **masa de hielo**, m_H , para alcanzar su **temperatura de fusión**:

$$Q_H = m_H \cdot c_H \cdot (T_{FH} - T_{OH})$$

$$Q_H = 50 \text{ g} \cdot 0,5 \text{ (cal/g}^{\circ}\text{C)} \cdot [0^{\circ}\text{C} - (-30^{\circ}\text{C)}]$$

$$Q_H = 750 \text{ cal}$$

Entre tanto el plomo, m_{Pb} , se enfrió cediendo la misma cantidad de calor (**negativo**):

$$Q_{Pb1} = - 750 \text{ cal} = m_{Pb} \cdot c_{Pb} \cdot (T_{FPb1} - T_{OPb})$$

$$T_{FPb1} = (- 750 \text{ cal} / 250 \text{ g} \cdot 0,03 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}) + 150^{\circ}\text{C} =$$

$$T_{FPb1} = 50^{\circ}\text{C}$$

Cuando el hielo alcanza los 0°C , el Pb se **enfria** a 50°C (no se alcanzo el equilibrio). Ahora tenemos **hielo a cero grado** que **se empieza a derretir**, y **plomo a 50 grados que se sigue enfriando**. ¿Hasta qué temperatura podría llegar el plomo? Bueno, **supongamos que la temperatura del Pb descienda hasta 0°C** . En ese caso le restaría por ceder una cantidad de calor Q_{Pb2} :

$$Q_{Pb2} = m_{Pb} \cdot c_{Pb} \cdot (T_E - T_{FPb1}) =$$

$$Q_{Pb2} = 250 \text{ g} \cdot 0,03 \text{ (cal/g}^{\circ}\text{C)} (0^{\circ}\text{C} - 50^{\circ}\text{C)} =$$

$$Q_{Pb2} = - 375 \text{ cal}$$

¿Cuánto hielo puede derretirse, o fundirse (m_{fund}), con esa cantidad de calor?

$$Q_F = m_{\text{fund}} \cdot L_F$$

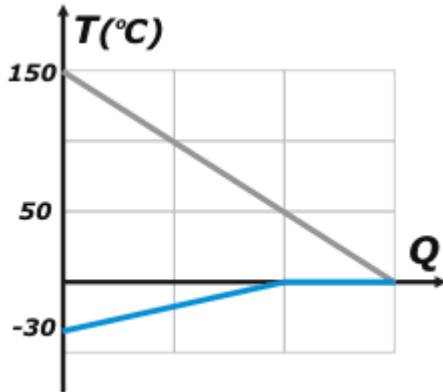
$$m_{\text{fund}} = Q_F / L_F =$$

$$m_{\text{fund}} = 375 \text{ cal} / 80 \text{ cal/g} =$$

$$m_{\text{fund}} = 4,7 \text{ g}$$

El resto sigue siendo hielo (sólido). De modo que, finalmente, encontraremos:

$$T_F = 0^\circ\text{C}, \quad m_{fund} = 4,7 \text{ g}, \quad m_{sól} = 45,3 \text{ g}$$



Este es el gráfico de calentamiento/enfriamiento del Pb y del hielo hasta llegar al equilibrio. Cuando el hielo alcanza la $\text{temp} = 0^\circ\text{C}$, el Pb recién llega a 50°C , en el equilibrio se cruzan ambos gráficos (a $T_{eq} = 0^\circ\text{C}$).

Es decir, se dio el **caso 2**

