Física e Introducción a la Biofísica

Ciclo Básico Común – Universidad de Buenos Aires

<u>Notas Teóricas de la Clase 6 (*)</u>

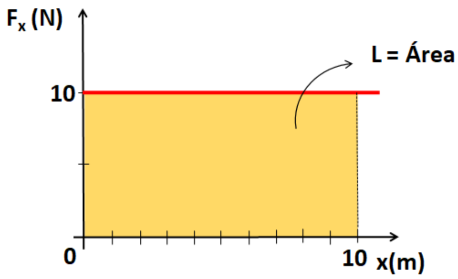
Trabajo y Energía (continuación) - Potencia

(*) Las notas que figuran a continuación fueron redactadas originalmente por Carmelo Randazzo, y corregidas y re-editadas por Cristian Rueda.

TRABAJO DE FUERZAS VARIABLES

Una complicación matemática adicional es que las fuerzas que actúen sobre el cuerpo no sean constantes, es decir, fuerzas que modifican su intensidad a lo largo de la trayectoria. Por ejemplo, si a lo largo de un recorrido se le aplica a un cuerpo una fuerza inicialmente nula, pero que aumenta linealmente con la distancia de manera tal que luego de 10 m su valor sea de 10 N. No podemos calcular el trabajo de esta fuerza multiplicando su intensidad con la distancia recorrida por el cuerpo ya que el valor de F varía. ¿Cómo procedemos entonces?

Veamos el siguiente gráfico en donde actúa una fuerza constante de 10 N durante 10 m. Obviamente (aplicando la definición de las notas de la clase anterior), su trabajo será de 100 J. Este resultado coincide con el área encerrada bajo la gráfica de la fuerza y el eje x!

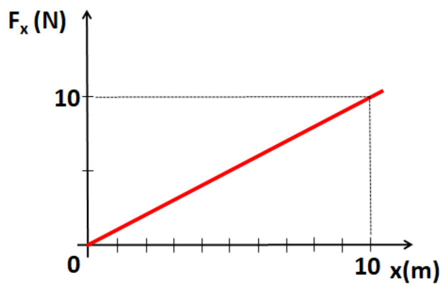


Para calcular el trabajo de una fuerza variable debemos calcular el área entre la gráfica de la fuerza y el eje x. Matemáticamente implica realizar una integral de la fuerza sobre todo el recorrido.

$$\boxed{L^F_{A\to B} = \text{Área bajo el gráfico } F_x(x) \text{ entre } x_A \text{ y } x_B = \int_{x_A}^{x_B} F_x(x).dx}$$

Ahora resolvamos el problema planteado inicialmente.

Ejemplo 1: *La figura muestra la **fuerza resultante** en la dirección del movimiento, aplicada sobre un cuerpo de 4 kg. Si el cuerpo parte del reposo, determinar su velocidad luego de recorrer 10 m.*

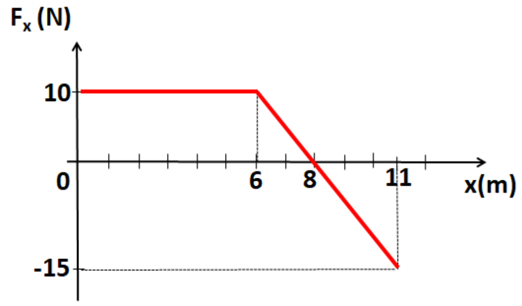


Sabemos que la suma de los trabajos de las fuerzas actuantes sobre un cuerpo es igual a la variación de su energía cinética. Como nos dan el gráfico de **la fuerza resultante**, su trabajo es directamente la variación de la energía cinética (por el teorema del trabajo y la energía). Vimos que el trabajo de dicha fuerza se puede calcular con el área entre la gráfica de F_x y el eje x. Vemos que se forma un triángulo cuya área es:

$$L^R_{0m\to 10m} = \text{Area} = \frac{\text{base}\cdot\text{altura}}{2} = \frac{10\text{m}\cdot 10\text{N}}{2} = 50\text{J}$$

Por lo tanto, el cuerpo gana 50 J de energía cinética. Como la energía cinética inicial es nula (ya que el cuerpo parte del reposo), la energía cinética final será de 50 J, y de allí podemos despejar la velocidad del móvil (5m/s).

Ejemplo 2: *Sobre una masa de 30 kg actúa una resultante que varía de acuerdo con el siguiente gráfico. Si sabemos que parte del reposo calcular la velocidad del cuerpo a los 6, 8 y 11 m de su recorrido.*



Calculemos para empezar el trabajo efectuado sobre el cuerpo en los primeros 6 m, luego entre los 6 m y los 8 m y finalmente entre estos y los 11 m.

En los primeros 6 m actúa una fuerza constante de 10 N, por lo tanto el trabajo de la fuerza en ese recorrido es de 60 J, resultado que coincide con el área respectiva: $\mathbf{L_{0\text{-}6m} = 60\ J}$.

Luego entre los 6 m y los 8 m la fuerza disminuye su intensidad linealmente hasta anularse a los 8 m. El área encerrada es la de un triángulo (base x altura /2)de base 2 m y altura 10 N, así que el trabajo en ese desplazamiento es: $\mathbf{L_{6\text{-}8} = 10\ J}$.

Finalmente entre los 8 y 11 m la fuerza es variable y de signo negativo, por lo tanto contraria al movimiento. El área encerrada es nuevamente la de un triángulo de base 3 m y altura –15 J resultando: $\mathbf{L_{8\text{-}11} = -\ 22{,}5\ J}$.

Ahora aplicando el teorema del trabajo y la energía en los intervalos mencionadas podemos calcular la velocidad en los puntos pedidos:

$$L^{R}_{0m\to 6m} = Ec_{6m} - Ec_{0n} \Rightarrow 60J = Ec_{6m} - 0J$$

Como parte del reposo la energía cinética a los 0 m es nula por lo que la energía cinética del cuerpo a los 6 m es de 60 J. De allí despejamos la velocidad (2 m/s).

Aplicando el teorema nuevamente pero entre 6 m y 8 m:

$$L^{R}_{6m\to 8m} = Ec_{8m} - Ec_{6n} \Rightarrow 10\,J = Ec_{8m} - 60J$$

La energía cinética a los 8 m es de 70 J (60 J que era la inicial más 10 J que le aportó la fuerza) por lo que su velocidad es de 2,16 m/s. Finalmente:

$$L^{R}_{8m\to 11m} = Ec_{11m} - Ec_{8m} \Rightarrow \text{-}22{,}5J = Ec_{11m} - 70J$$

La energía cinética a los 11 m es de 47,5 J debido a que tenía 70 J a los 8 m y perdió 22,5 J entre los 8 y los 11 m (ya que la fuerza resultante actuó en contra del desplazamiento) con una velocidad final de 1,78 m/s.

POTENCIA

En muchos problemas nos va a interesar calcular no solo la energía que recibe un cuerpo, sino también la rapidez con la que recibe esta energía. Si dos grúas levantan igual peso, a la misma altura, las dos realizan el mismo trabajo. Pero para la grúa que lo levante más rápido decimos que la potencia desarrollada es mayor porque el trabajo que realiza por unidad de tiempo es mayor (realiza el mismo trabajo pero más rápido). La unidad más común de potencia es el Watt equivalente a Joule/s, es decir una potencia de un Watt significa que en un segundo realiza un trabajo de un Joule.

La “potencia instantánea” realizada por una fuerza, o de la máquina que realiza tal fuerza, es la fuerza que realiza en la dirección del movimiento por la velocidad en ese instante, la “potencia media” es el trabajo realizado en toda la trayectoria dividido por el tiempo que tarda en realizarlo. Si la fuerza es constante y la velocidad del cuerpo es constante la potencia media y la instantánea son iguales.

Potencia media: $\overline{Pot} := \dfrac{L^{F}_{A \to B}}{\Delta t_{AB}}$

Potencia instantánea: $Pot := F_x \cdot v$

En muchos problemas nos interesa calcular la potencia realizada por una máquina que le entrega energía a un cuerpo, una máquina *"levanta"* a un cuerpo o le *"entrega velocidad"*, en tales casos como el trabajo de la fuerza que realiza la máquina es igual a la variación de energía mecánica, resulta cómodo calcular la potencia como la variación de energía sobre el tiempo que tarda en transferir esa energía.

$$Pot = \frac{\Delta Em_{AB}}{\Delta t_{AB}}$$

Unidades de potencia

Watt = Joule / s 1 Kgf m / s » 10 Watt 1 HP = 745,7 Watt

Una unidad de ***energía*** derivada del watt es el KWh (kilowatt-hora), que es la energía que entrega una máquina de 1000 Watts de potencia durante una hora

$1KWh = 1000\ W \times 3600s = 3.6 \times 10^6$ Joules

Ejemplo: *Calcular la potencia que realiza una máquina para elevar en 10 seg, un cuerpo de 50 kg, hasta una altura de 20 m en los siguientes casos:*

a) Verticalmente a velocidad constante.

b) Verticalmente desde el reposo, hasta una velocidad final de 20 m/s.

La manera más sencilla de calcular la potencia, si conozco el tiempo, es tratando de averiguar cuanta energía le transfiere la máquina al cuerpo en los distintos casos. En todos los casos el cuerpo no sube solo, la energía aumenta y esta energía que recibe el cuerpo es la que le entrega la máquina.

a) Si el ascenso se produce a velocidad constante la energía entregada por la máquina aumenta la energía potencial gravitatoria del cuerpo, ya que la cinética es constante. Por lo tanto, la variación de energía mecánica será la variación de la energía potencial.

$$Pot = \frac{\Delta Em_{AB}}{\Delta t_{AB}} = \frac{500N \cdot 20m}{10s} = 1000W$$

b) En este caso el cuerpo no solamente aumenta su energía gravitatoria, también el trabajo de la máquina le hace aumentar la energía cinética. Como la energía mecánica inicial es 0 (pues h y v = 0), entonces:

$$Pot = \frac{\Delta Em_{AB}}{\Delta t_{AB}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 50kg \cdot \left(20\frac{m}{s}\right)^2 + 500N \cdot 20m}{10s} = 2000W$$