

# Física e Introducción a la Biofísica

Ciclo Básico Común – Universidad de Buenos Aires

## Notas Teóricas de la Clase 5 (\*)

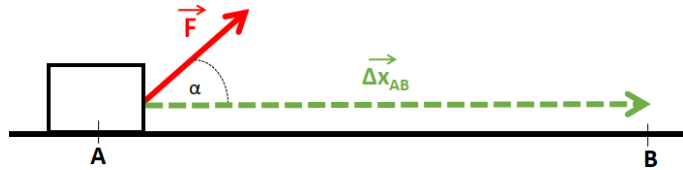
### Trabajo y Energía – Leyes de Conservación

(\*) Las notas que figuran a continuación fueron redactadas originalmente por Carmelo Randazzo, y corregidas y re-editadas por Cristian Rueda.

#### TRABAJO (MECÁNICO) DE UNA FUERZA CONSTANTE

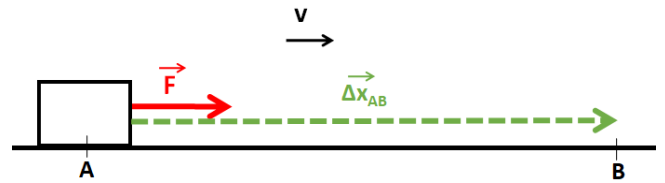
Se define trabajo mecánico ( $L$ ) como el producto entre el módulo de una fuerza constante aplicada a un cuerpo, el módulo del desplazamiento del mismo y el coseno del ángulo que forman los vectores que indican la fuerza y el desplazamiento:

$$L_{A \rightarrow B}^F := |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{x}_{AB}| \cdot \cos \alpha$$

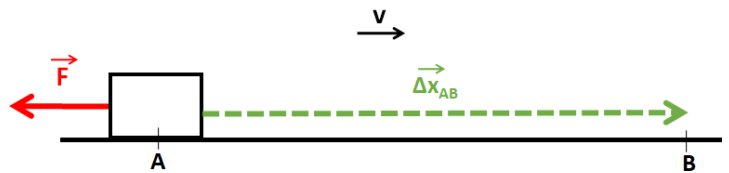


Para entender mejor esta definición diremos que el trabajo de una fuerza es la forma en que se le puede suministrar o quitar energía mecánica a un cuerpo y para facilitar su cálculo consideremos que  $|\vec{F}| \cdot \cos \alpha$  es la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento ( $F_x$ ). Esto nos remite a cuatro situaciones:

- a) Si aplicamos sobre un cuerpo una fuerza paralela al plano que lo empuje en el mismo sentido en que se desplaza, el cuerpo se moverá más rápidamente. En este caso el ángulo  $\alpha$  es de  $0^\circ$  y como el  $\cos 0^\circ = 1$  el cálculo del trabajo será simplemente  $L_{A \rightarrow B}^F := |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{x}_{AB}|$

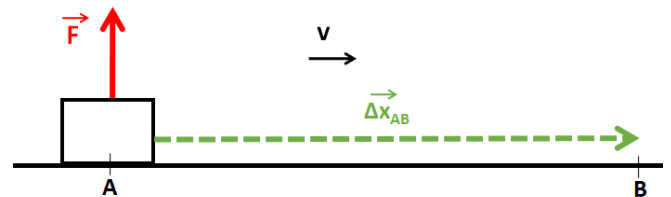


- b) Si le aplicamos una fuerza paralela al plano pero de sentido contrario al que se desplaza, se moverá más lentamente. El ángulo es de  $180^\circ$  y como el  $\cos 180^\circ = -1$  el trabajo será negativo, o sea,  $L_{A \rightarrow B}^F := -|\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{x}_{AB}|$



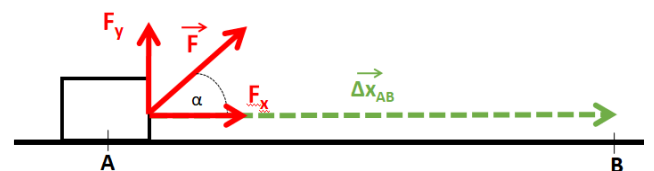
- c) ¿Y si la fuerza se le aplica en forma perpendicular a su desplazamiento? En este caso el ángulo es de  $90^\circ$  y al ser el  $\cos 90^\circ = 0$  el trabajo será nulo.

$$L_{A \rightarrow B}^F := 0$$



- d) Si la fuerza actúa en forma oblicua al movimiento podemos calcular su trabajo fácilmente descomponiendo a la fuerza  $F$ . Luego calculamos el trabajo de  $F_x$  directamente, ya que como  $F_y$  es perpendicular al movimiento esta componente no hace trabajo.

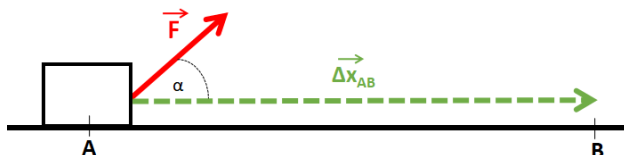
$$L_{A \rightarrow B}^F := L_{A \rightarrow B}^{F_x}$$



Resumiendo: Si llamamos  $d = |\Delta x_{AB}|$ , y tomando como convención que  $F_x$  es positiva a favor del movimiento, y negativa si está en contra del movimiento, podemos escribir:

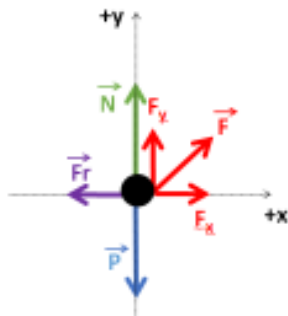
$$L_{A \rightarrow B}^F = F_x \cdot d \begin{cases} \text{positivo si } F \text{ está a favor del movimiento} \\ \text{negativo si } F \text{ está en contra del movimiento} \\ 0 \text{ si } F \text{ es perpendicular al desplazamiento} \end{cases}$$

**Ejemplo:** Supongamos la siguiente situación: a un cuerpo apoyado sobre una superficie horizontal se le aplica durante 20 m una fuerza de 100 N que forma un ángulo de 60° con la dirección del movimiento. Además existe una fuerza de roce de 30 N.



a) Calcular el trabajo de cada una de las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo en el desplazamiento total:

Confeccionemos un DCL



Si observamos la figura vemos las fuerzas aplicadas al cuerpo en un diagrama de cuerpo libre, en donde ya hemos descompuesto a la fuerza F en una componente paralela al movimiento  $F_x$  y otra perpendicular  $F_y$ . Es fácil sacar de antemano las siguientes conclusiones:

- $F_x$  actúa a favor del movimiento y su trabajo será positivo. (ya veremos que le agregará energía al cuerpo).
- La fuerza de roce va en sentido contrario y por eso su trabajo será negativo. Esta fuerza le quitará energía.
- Las fuerzas verticales (El peso, la normal y la componente  $F_y$ ) no harán trabajo.

Calculamos primero  $F_x = F \cos \alpha = 100 \text{ N} \cdot \cos 60^\circ = 50 \text{ N}$ . Como  $d = 20 \text{ m}$ :

$$L_{A \rightarrow B}^F := L_{A \rightarrow B}^{F_x} = 50 \text{ N} \cdot 20 \text{ m} = 1000 \text{ N} \cdot \text{m} = 1000 \text{ J}$$

Observar que la unidad de trabajo es  $\text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$  (Joule)

$$L_{A \rightarrow B}^{F_r} := -30 \text{ N} \cdot 20 \text{ m} = -600 \text{ J}$$

$$L_{A \rightarrow B}^{F_y} = L_{A \rightarrow B}^N = L_{A \rightarrow B}^P = 0$$

b) Calcular la suma de los trabajos de todas las fuerzas actuantes:

Desde luego que debemos sumar todos los valores obtenidos anteriormente, donde los únicos distintos de cero son el de  $F_x$  y el de  $F_r$ :

$$\sum L_{A \rightarrow B}^F = 1000 \text{ J} + (-600 \text{ J}) = 400 \text{ J}$$

c) Calcular la fuerza neta actuante y su trabajo para el mismo recorrido:

La resultante (en el eje x) será la diferencia entre las fuerzas  $F_x$  (a favor del movimiento) y la fuerza de roce  $F_r$  (que va en contra). Por lo tanto, la fuerza resultante será  $R_x = F_x - F_r = 50 \text{ N} - 30 \text{ N} = 20 \text{ N}$  (el hecho de que este valor sea positivo indica que la resultante va a favor del movimiento). Para conocer su trabajo debemos multiplicar este valor por la distancia recorrida, o sea que:

$$L_{A \rightarrow B}^R := 20 \text{ N} \cdot 20 \text{ m} = 400 \text{ J}$$

Observando los resultados de b) y c) la suma de los trabajos de todas las fuerzas actuantes sobre una masa es igual al trabajo de la resultante de ese sistema de fuerzas!

$$\boxed{\sum L_{A \rightarrow B}^F = L_{A \rightarrow B}^R}$$

## ENERGÍA

La energía es el concepto más fundamental de toda la ciencia. Hay energía en el Sol, en las plantas y en las personas, en los lugares y en las cosas. No solamente la materia está formada por “paquetitos” de energía, sino también la luz. Existen un gran número de formas diferentes de energías, y podemos calcular su valor con expresiones matemáticas para cada una de ellas.

Pero más importante que decir que es la energía, es entender como se transforma. El estudio de las diversas formas de energía y sus transformaciones de unas en otras condujo a una de las mayores generalizaciones de la física, conocida como la “Ley de Conservación de la Energía”

En el transcurso de nuestro estudio, veremos distintos tipos de energía, sus expresiones matemáticas, como se producen los cambios de una forma de energía a otra. En este capítulo sólo estudiaremos una pequeña fracción de estas manifestaciones energéticas, las energías cinética y potencial gravitatoria, que determinan la energía mecánica, pero el concepto de energía lo usaremos en el desarrollo de todo el curso.

### ENERGÍA POTENCIAL Y CINÉTICA

Hay una energía que podríamos llamarla “energía de movimiento” o la **energía cinética** de un cuerpo, que depende de la velocidad del cuerpo (mientras más velocidad tenga el cuerpo, más energía cinética posee). ¿Por qué un cuerpo tiene más energía cuanto mayor sea su velocidad? Cuando un cuerpo está quieto (en ausencia de fuerzas) no puedo hacer nada con él; en cambio cuando tiene velocidad puedo por ejemplo: producir sonido al chocar con una pared, darle velocidad a otro cuerpo si choca con él... es decir, cuanto más energía tiene, más capacidad tiene de transformar su entorno.

Pensemos en un péndulo ideal (una pesita atada a un hilo vertical que oscila), cuando la pesa pasa por la posición más baja, tiene energía cinética (pues tiene velocidad), esta energía se va perdiendo a medida que la masa sube, pero cuando vuelve a la posición más baja, vuelve a tener la misma energía cinética que antes (si se desprecia el rozamiento). Por lo tanto esa energía cinética se transforma en otra cosa, la tiene “guardada” el cuerpo a medida que aumenta su altura para luego volver a entregarla cuando desciende. Esta energía cinética se transforma en una **energía potencial** que depende de la altura que ocupa el cuerpo, esta energía potencial se debe a la existencia de la fuerza peso, que hace disminuir la velocidad cuando sube y aumentarla cuando baja, por eso se la llama **energía potencial gravitatoria**.

#### Energía potencial gravitatoria

Obviamente una caja no sube sola hasta un estante, ya que para poder elevarla necesitamos vencer la acción del peso de la misma, nos “cuesta trabajo” hacerlo. Esto es así porque debemos entregarle trabajo. Esa energía que le entregamos a la caja para subirla, la ganó a expensas nuestra, o sea que nosotros perdimos energía (notamos cierto cansancio luego de hacerlo), y esa energía es ganada por la caja. ¿De qué depende esa energía que gana la caja? Depende del peso del cuerpo (cuánto más pesado sea, más trabajo nos cuesta subirlo). Además, depende de la altura a la cual lo subimos, ya que no nos cuesta el mismo trabajo subirlo 1 m que 2 m. Veremos que la energía ganada por el cuerpo es equivalente al producto de la intensidad del peso de la caja y la altura que éste ha ascendido, esta cantidad de energía que perdemos<sup>1</sup> al levantarla decimos que es la energía ganada por la caja. Como esta energía es consecuencia del campo gravitatorio terrestre (desde luego que si las cosas no pesaran, no nos costaría trabajo levantarlas), se llama, como ya dijimos, energía potencial gravitatoria:

$$\text{Energía Potencial Gravitatoria en un punto A: } \boxed{E_{pg_A} := P \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_A}$$

Es importante notar que el aumento de energía potencial gravitatoria (en adelante, directamente energía potencial, ya que es la única que veremos en este capítulo) es independiente de la forma en la que levantemos al cuerpo: si lo hacemos verticalmente, o mediante un plano inclinado, usando una escalera, etc. La energía potencial ganada por el cuerpo será sólo función de la altura alcanzada (y desde luego, de la masa del cuerpo).

Surge una pregunta: ¿respecto de qué punto considero el nivel de altura cero? Si bien cualquier punto puede ser considerado como nivel de altura cero (lo único relevante es la variación de energía potencial), para simplificar nuestros cálculos, vamos a considerar como nivel de altura cero el nivel del punto más bajo de la

---

<sup>1</sup> En realidad, por razones metabólicas (más adelante, en Termodinámica) se pierde más cantidad de energía ya que pierde energía calórica, por ejemplo. Por el momento no entraremos en detalles ya que la intención es concentrarse en esa energía que acumula el cuerpo, relacionada con la fuerza y el desplazamiento.

trayectoria del cuerpo que estemos estudiando. Si elegimos como nivel de  $h = 0$  un punto ubicado más arriba (por ejemplo, el techo) del punto más bajo, la energía potencial tomará valores negativos cuando el cuerpo pase por debajo de ese punto.

¿Qué sucede si la caja cae del estante? En este caso, el cuerpo se mueve a favor del peso, y la energía potencial que le habíamos entregado a la caja se pierde y se transforma en energía cinética.

### Energía Cinética

Esta pérdida de energía potencial se compensa por la aparición de una nueva manifestación energética, una “energía de movimiento”. La experiencia nos muestra que si soltamos un cuerpo que habíamos elevado hasta cierta altura comienza a descender moviéndose cada vez más rápido. Se puede demostrar que bajo la acción **única** de la fuerza peso (una de las llamadas *fuerzas conservativas*), **toda** la energía almacenada en forma de energía potencial se transformará en “energía de movimiento” llamada **energía cinética**, que está asociada a la velocidad que adquiere un cuerpo de masa  $m$  y cuya expresión matemática es:

$$\text{Energía Cinética en un punto A: } E_{c_A} := \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2$$

Observar que, tanto la energía cinética como la potencial, se expresan en N.m, que habíamos definido para el trabajo, J (Joule).

### Energía Mecánica

Empecemos con el ejemplo más sencillo de un cuerpo en caída libre (donde recordamos solamente actúa sobre el cuerpo la fuerza peso) observamos que la “energía de altura” se convierte en “energía de movimiento”. Al descender el cuerpo disminuye la energía potencial que había acumulado (por el hecho de estar a cierta altura) transformándose en energía cinética. Al instante de tocar el piso, toda la energía potencial se habrá transformado en energía cinética. Se puede demostrar que en todo instante, la suma de las energías potencial y cinética es una cantidad que se mantiene constante a medida que el cuerpo cae. A la suma de las energías la llamaremos **energía mecánica**.

$$\text{Energía Mecánica en un punto A: } E_{m_A} = E_{p_{g_A}} + E_{c_A} = m \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2$$

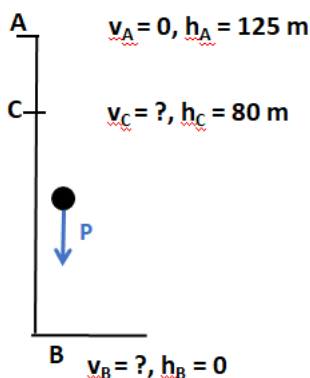
En el caso de la caída libre anterior, si llamamos A al punto donde se dejó caer el cuerpo, y B al punto donde el cuerpo impacta con el piso, entonces bajo las hipótesis mencionadas sucede que:

$$E_{m_A} = E_{m_B}$$

**Ejemplo:** Para un cuerpo de masa 4 kg que cae libremente desde el reposo, desde una altura de 125 m del suelo, calcular:

- La energía mecánica inicial
- La energía cinética en el instante de tocar el piso
- La velocidad con que choca contra el piso.
- La energía potencial y cinética a una altura de 80 m
- La altura en la cual la velocidad es la mitad de la final.

Las energías involucradas en este problema son únicamente la potencial ( $E_p$ ) y cinética ( $E_c$ ), y como sobre la masa actúa solamente la fuerza peso, **la energía mecánica se mantiene constante durante la caída**.



- a) Podemos empezar calculando la energía mecánica inicial del cuerpo (llamemos A a dicho punto inicial, en el punto más alto). Debido a que parte del reposo, la energía cinética en ese punto es 0 pues su velocidad ahí es 0 ( $v_A = 0$ )

$$Em_A = Ec_A + Ep_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = 0 + 40N \cdot 125m = 5000 \text{ J}$$

- b) Cuando llega al piso (punto B), como la altura ahí es 0, la energía potencial en B será nula. Entonces, toda la energía mecánica en B es cinética (5000 J).
- c) Como los 5000 J corresponden solamente a la energía cinética, la velocidad en B será:

$$Em_B = Ec_B + Ep_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + 0 = 5000 \text{ J} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ kg} \cdot v_B^2 = 5000 \text{ J} \Rightarrow v_B = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- d) A los 80 m de altura (punto C), la energía potencial será:

$$Ep_C = m \cdot g \cdot h_C = 40N \cdot 80m = 3200 \text{ J}$$

Como sabemos que la energía mecánica vale 5000 J en toda la trayectoria, la energía cinética a los 80 m de altura será:

$$Em_C = Ec_C + Ep_C \Rightarrow 5000 \text{ J} = Ec_C + 3200 \text{ J} \Rightarrow Ec_C = 1800 \text{ J}$$

- e) Primero debemos calcular la altura cuando la velocidad es 25 m/s (punto D). ¡Cuidado, no es la mitad de la altura inicial! Si la velocidad en D es de 25 m/s podemos calcular la energía cinética en ese punto, y como la energía mecánica debe ser 5000 J, podemos calcular la altura:

$$Ec_D = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_D^2 \Rightarrow Ec_D = \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ kg} \cdot \left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 1250 \text{ J}$$

$$\Rightarrow Em_D = Ec_D + Ep_D \Rightarrow 5000 \text{ J} = 1250 \text{ J} + Ep_D \Rightarrow Ep_D = 3750 \text{ J}$$

$$Ep_D = m \cdot g \cdot h_D \Rightarrow 3750 \text{ J} = 40N \cdot h_D \Rightarrow h_D = 93,75 \text{ m}$$

Para alcanzar la mitad de la velocidad final, sólo debe recorrer la cuarta parte de la altura total!

¿Qué ocurre con la energía mecánica cuando el cuerpo choca contra el piso? La respuesta varía porque si el cuerpo es muy elástico rebotará varias veces antes de quedar quieto o puede ser que se estrelle contra el piso y quede en reposo si es una pelota de plastilina, pero básicamente lo que sucede es que se pierde energía mecánica, ya que el piso le ejerce una fuerza al cuerpo y ya no actúa solamente la fuerza peso. La energía mecánica perdida se transformará en otras formas (como calórica o sonora) que no estudiaremos en este momento.

NOTA: que la suma de la energía cinética y gravitatoria (es decir, la energía mecánica) sea constante en todo el recorrido vale no solo para un objeto en caída libre. Si lanzamos un objeto verticalmente, éste ascenderá perdiendo velocidad a medida que gana altura, de manera que toda la energía cinética que pierde se transforma en energía potencial, y al bajar se produce el efecto inverso, de manera tal que en todo el recorrido la energía mecánica se conserva.

En general, para un cuerpo que desliza sobre una superficie **sin roce ni ninguna otra fuerza que no sean el peso y, eventualmente la fuerza que realiza la superficie de apoyo (normal)**. Si por ejemplo, un cuerpo está apoyado sobre un plano inclinado sin roce, si el cuerpo baja disminuye su energía potencial transformándose en energía cinética, y si sube, la energía cinética se transforma en potencial. La fuerza normal que ejerce el plano sobre el cuerpo no aporta ningún tipo de energía nueva, ya que es perpendicular a la trayectoria y por lo tanto **no realiza trabajo**.

## RELACIONES ENTRE TRABAJO Y LA ENERGÍA

### 1) Teorema del Trabajo y la Energía

Supongamos que un cuerpo se encuentra apoyado sobre una superficie horizontal, inicialmente en reposo. Sabemos que, si queremos que el cuerpo adquiera cierta aceleración, debemos aplicarle una **fuerza resultante** no nula. Si, al hacerlo, observamos que el cuerpo se desplaza, esa fuerza resultante (compuesta por quizás varias fuerzas) realizará trabajo.

Ahora bien, al acelerar al cuerpo, éste modificará su velocidad, y por lo tanto variará su energía cinética. No es difícil demostrar (no lo haremos en este apunte) que entonces la energía cinética varía debido a que la fuerza resultante realiza trabajo no nulo:

$$L_{A \rightarrow B}^R = \Delta E_{c_{AB}} = E_{c_B} - E_{c_A} \quad \text{TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGIA}$$

## 2) Teorema de Conservación de la Energía Mecánica

Si la única fuerza que actúa y hace trabajo sobre un cuerpo es el peso<sup>2</sup>, entonces la energía mecánica se conserva. Si actúan otras fuerzas además del peso, entonces la energía mecánica **puede** variar, y la variación de energía mecánica es la suma de los trabajos de las fuerzas que le entregan o quitan energía al cuerpo, llamadas *fuerzas no conservativas*, pues modifican la energía del mismo. Dentro de estas fuerzas incluimos a todas salvo (en este capítulo) al peso:

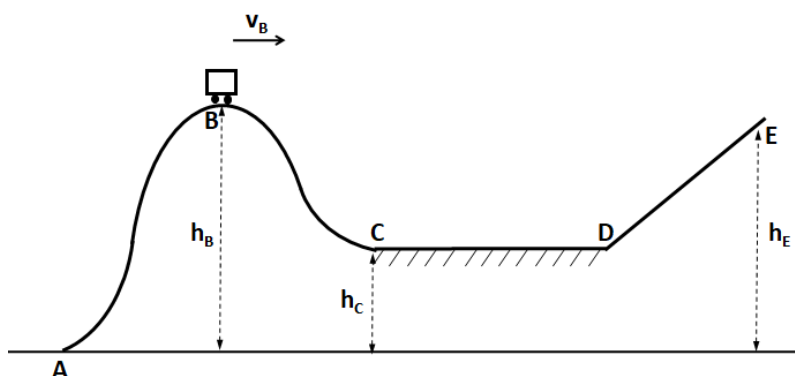
$$L_{A \rightarrow B}^{F \text{ no cons}} = \Delta E_{m_{AB}} = E_{m_B} - E_{m_A} \quad \text{TEOREMA DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA}$$

## 3) Teorema de Variación de la Energía Potencial

De los dos teoremas anteriores, puede demostrarse que el trabajo de las **fuerzas conservativas** (en este capítulo, simplemente el peso) siempre es igual a la variación de energía potencial, *cambiado de signo*

$$L_{A \rightarrow B}^P = -\Delta E_{p_{AB}} = -(m \cdot g \cdot h_B - m \cdot g \cdot h_A) \Rightarrow L_{A \rightarrow B}^P = -m \cdot g \cdot (h_B - h_A)$$

**Ejemplo:** Un cuerpo de 2 kg parte del reposo del punto A de la figura impulsado por un motor que actúa hasta el punto B, en donde lo abandona con una velocidad de 5 m/s. Desliza por una vía sin rozamiento, excepto entre los puntos C y D, separados por 5 m, entre los cuales actúa una fuerza de roce de 10 N y se detiene justo en el punto E. Si al pasar por D, donde  $h_C = h_D = 2$  m, su velocidad es de 8 m/s calcular:



a) La altura del punto E.

Planteamos, considerando como punto inicial el D y como punto final el E

$$L_{D \rightarrow E}^{F \text{ no cons}} = \Delta E_{m_{DE}} = E_{m_E} - E_{m_D}$$

La energía mecánica en D es la suma de las energías cinéticas y potencial en ese punto ya que posee velocidad ( $v_D = 8$  m/s) y altura ( $h_D = 2$  m.)

$$E_{m_D} = E_{c_D} + E_{p_D} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_D^2 + m \cdot g \cdot h_D = \frac{1}{2} \cdot 2\text{kg} \cdot \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2\text{m} = 104\text{J}$$

<sup>2</sup> La fuerza Peso integra un selecto grupo llamado fuerzas conservativas (también incluye a la fuerza elástica, la fuerza eléctrica - que veremos más adelante - y las nucleares fuertes y débiles). Una fuerza es llamada conservativa cuando su trabajo no depende de la trayectoria, sino de los puntos iniciales y finales de su recorrido. De esta definición se puede establecer que el trabajo de una fuerza conservativa en una trayectoria cerrada (cuyos punto inicial y final coinciden) es nulo

La energía mecánica en E es sólo potencial porque allí se detiene ( $v_E = 0$ )

$$Em_E = Ep_E = m \cdot g \cdot h_E$$

Finalmente veamos cuanta energía mecánica gana o pierde el cuerpo entre D y E (o sea cuanto vale el trabajo de las fuerzas no conservativas). Entre esos puntos las fuerzas actuantes son el peso (que es conservativa y por lo tanto no nos interesa) y la normal, que si bien es no conservativa, es perpendicular al movimiento y por lo tanto su trabajo es nulo.

Entonces entre D y E

$$L_{D \rightarrow E}^{F \text{ no cons}} = 0$$

Vale decir que el cuerpo no gana ni pierde energía mecánica al ir de D a E, resultando obvio que la energía mecánica en E es **104 J**. Luego podemos calcular  $h_E$

$$L_{D \rightarrow E}^{F \text{ no cons}} = Em_E - Em_D \Rightarrow 0 = Em_E - 104J \Rightarrow Em_E = 104J \Rightarrow 2\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot h_E = 104J$$

$$h = 5,2 \text{ m}$$

b) *La altura del punto B*

Nuevamente planteamos, considerando como punto inicial el B y como punto final el D

$$L_{B \rightarrow D}^{F \text{ no cons}} = \Delta Em_{BD} = Em_D - Em_B$$

Sabemos que la energía mecánica en B es potencial y cinética (25 J de energía cinética ya que la velocidad en ese punto es de 5 m/s) y del cálculo anterior sabemos que la energía mecánica en D es **104 J**

- $Em_B = Ec_B + Ep_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B = \frac{1}{2} \cdot 2\text{kg} \cdot \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot h_B = 25J + 20N \cdot h_B$
- $Em_D = 104 \text{ J}$

Para terminar veamos cuanta energía mecánica gana o pierde el cuerpo entre B y D. Entre B y C la situación es la misma que la comentada entre D y E, la energía se conserva; ahora entre C y D actúa además la fuerza de roce, cuyo trabajo es negativo y lo calculamos como el producto entre la fuerza de roce y la distancia recorrida. Su trabajo es **10 N · 5 m = - 50 J**

Entonces entre B y D el cuerpo pierde 50 J de energía mecánica, vale decir,

$$L_{B \rightarrow D}^{F \text{ no cons}} = -50 \text{ J}$$

Despejando  $Em_B$  :

$$L_{B \rightarrow D}^{F \text{ no cons}} = Em_D - Em_B \Rightarrow -50J = 104J - Em_B \Rightarrow Em_B = 154J$$

$$154J = 25J + 20N \cdot h_B \Rightarrow h_B = 6,45 \text{ m}$$

c) *El trabajo de las fuerzas no conservativas entre A y B*

El trabajo de las fuerzas no conservativas entre A y B lo podemos calcular aplicando relacionando la variación de la energía mecánica y el trabajo de las fuerzas no conservativas entre los puntos A y B. La energía mecánica en A es nula ya que tanto la velocidad como la altura son nulas. La energía mecánica en B es 154 J así que la variación de la energía mecánica entre esos puntos es 154 J ( $Em_B - Em_A = 154 \text{ J} - 0 \text{ J}$ ). Luego el trabajo de las fuerzas no conservativas en AB es de 154 J.

d) *Vuelve a pasar por el punto B?*

Esta es una pregunta un poco más complicada. Ahora sabemos que el cuerpo ganó energía en el tramo AB (se la aportó el motor) y de allí partió con 154 J. Al pasar por la zona CD perdió 50 J (por el trabajo del roce) y llegó a D con 104 J. Con esta energía el cuerpo asciende hasta el punto E y regresa a D con la misma cantidad (ya que entre ambos puntos la única fuerza no conservativa actuante es la normal y es perpendicular). Ahora el cuerpo cruza la zona de roce del punto D hacia el C, perdiendo nuevamente 50 J de energía mecánica, con lo que llegará

a C con 54 J. Veamos ahora si con esta energía el cuerpo puede llegar hasta el punto B. La mínima cantidad de energía necesaria para llegar a B es la energía potencial (suponiendo que llega justo hasta allí y se detiene). Si la calculamos su valor es de 129 J; así que se necesitan 129 J para llevar el cuerpo hasta B. Como al cuerpo solamente le quedan 54 J esta energía no le alcanzará para pasar por B nuevamente.

e) *El trabajo de la fuerza peso A y D*

No podemos calcular el trabajo aplicando la definición de trabajo de una fuerza constante porque pese a que el peso no cambia, varía el ángulo que el vector representativo del mismo forma con el vector desplazamiento (que es tangente a la trayectoria)(recordar la definición de TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE). Por eso recordemos que siempre resulta adecuado aplicar la expresión que nos permite su calculo a través de la variación de la energía potencial con signo cambiado:

$$L_{A \rightarrow D}^P = -m \cdot g \cdot (h_D - h_A)$$

$$L_{A \rightarrow D}^P = -2 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2 \text{ m} - 0) = -40\text{J}$$