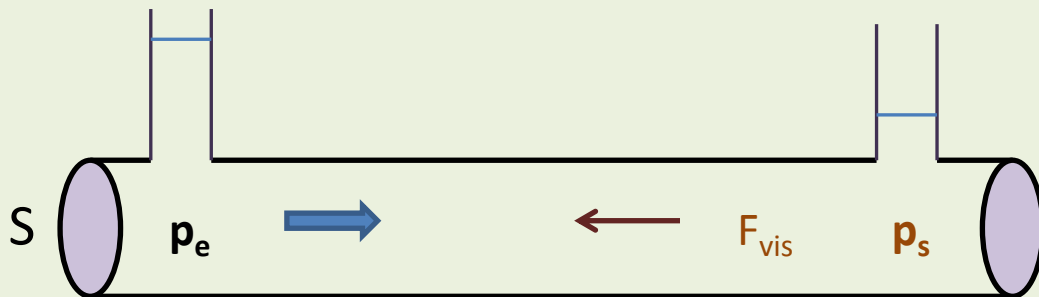


Fluidos reales (viscosos)

Un **fluido real**, también se dicen **viscoso**.

La **viscosidad** en los fluidos aparece como una **resistencia al movimiento**, es decir, aparecen **fuerzas de rozamiento** en el fluido que se oponen al movimiento del mismo.



Este es un **tramo horizontal** de una tubería de sección **S uniforme**. Si el fluido fuese **ideal (no viscoso)**, la **presión** sería **la misma** a lo largo de la tubería ($p_e = p_s$; **Bernoulli**). Cuando el fluido que circula es **viscoso**, aparecen fuerzas de rozamiento (**fuerzas viscosas**), **paralelas** y de **sentido contrario** a su movimiento. Como consecuencia, se produce una **caída de la presión** en el sentido de movimiento del **liquido**, es decir:

$$p_s < p_e \quad ; \quad \text{caída de presión:} \quad \Delta p = p_e - p_s$$

Ley de Ohm para hidrodinamica

- Solo vale para fluidos viscosos: Si se cumple que el **Q** es **constante** (flujo estacionario), y el **flujo** es **laminar** (sin torbellinos), entonces, para un tramo de **tuberia horizontal** y de **seccion uniforme** vale:

- Δp es proporcional al **Q** es decir, $\frac{\Delta p}{Q} = \text{constante}$
 $\frac{\Delta p}{Q} = R$ (**Resistencia hidrodinamica**)

R depende de la **geometria** de la tuberia, su longitud **L** y su seccion **S** y de la **viscosidad** del fluido que circula por la tuberia.

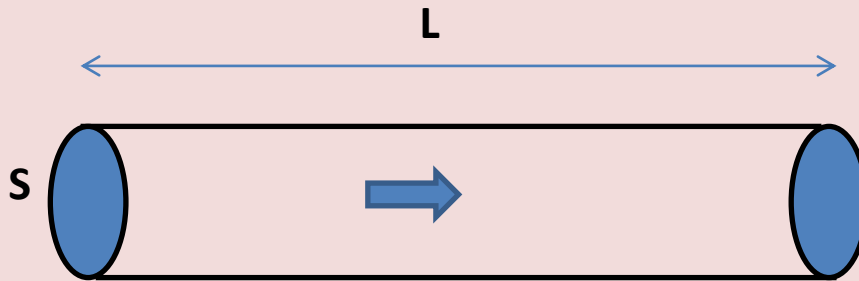
$$[R] = [\Delta p] / [Q] = (\text{Pa}) / (\text{m}^3/\text{s}) = \text{Pa}\cdot\text{s}/\text{m}^3$$

Simbolo:



Ley de Poiseuille (tuberías de sección circular)

- Da una expresión para la resistencia **hidrodinámica** de una tubería de **sección circular** uniforme **S** y longitud **L**:



$$R = \frac{8\pi L\eta}{S^2}$$

Como la sección de un círculo $S = \pi \cdot r^2$:

$$R = \frac{8L\eta}{\pi r^4}$$

η es la **viscosidad** del líquido que fluye por la tubería: $[\eta] = \text{Pa}\cdot\text{s}$

Unidades en que se mide la **viscosidad** :

$[\eta] = \text{Pa}\cdot\text{s}$ (SI) ; Centipoise: **cp** ; $1 \text{ cp} = 1/1000 \text{ Pa}\cdot\text{s} = 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$

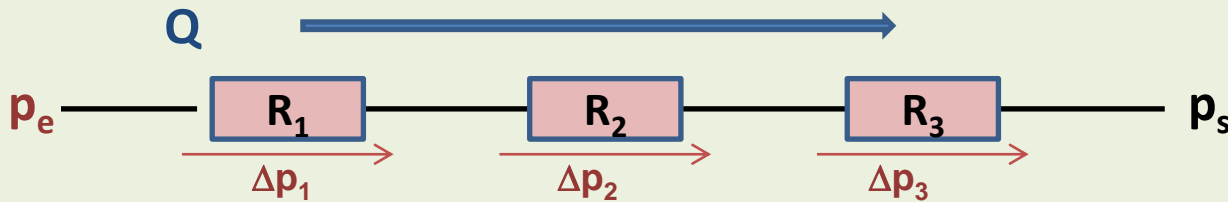
Ejemplos: $\eta_{\text{agua}} = 1 \text{ cp}$ (20°C) ; $\eta_{\text{sangre}} = 3 \text{ cp}$ (37°C)

La viscosidad depende de la **temperatura**. En la mayoría de los líquidos, **disminuye** con la temperatura.

Conexión de tuberías (resistencias hidrodinámicas)

- Conexión de tuberías en serie : Cuando se disponen una a continuación de la otra:

Supongamos que conectamos 3 tuberías de resistencias R_1 , R_2 y R_3 en serie:



En este tipo de conexión se cumple:

- 1- El caudal Q es **igual** en las 3 (o en todas) las resistencias conectadas en **serie** (vale por la **conservación del caudal**).
- 2-La caída de presión Δp entre la **entrada** y la **salida** es igual a la **suma** de las **caídas de presión** en cada una de las resistencias:

$$\Delta p_{e,s} = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3 = Q \cdot (R_1 + R_2 + R_3) \longrightarrow \frac{\Delta p_{e,s}}{Q} = R_{e,s} = R_1 + R_2 + R_3$$

Resistencia equivalente serie: R_{es}

$$R_{es} = R_1 + R_2 + R_3$$

En general, si conecto **N** resistencias en serie; R_1, R_2, \dots, R_N :

$$R_{es} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

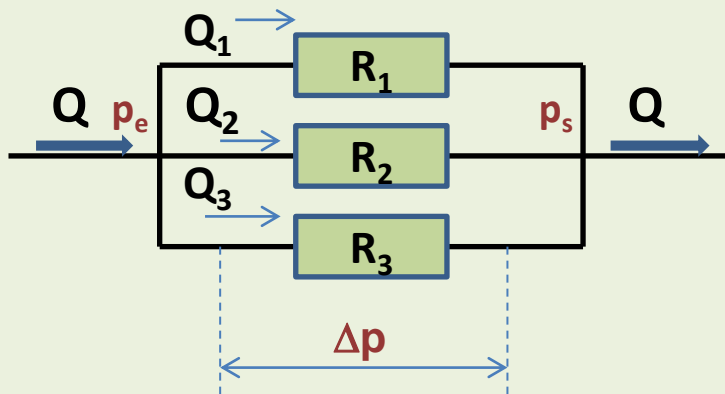
Observar que este modo de conexión **aumenta** el valor de la resistencia equivalente.

Si todas las **N** resistencias son **iguales** y valen **R**:

$$R_{es} = N.R$$

Conexion de tuberias (o resistencias) en paralelo

Supongamos que las 3 resistencias R_1 , R_2 y R_3 las conectamos en **paralelo**.



Al conectar resistencias **en paralelo** se cumple:

1-El caudal Q se divide, y por la **conservacion del caudal**: $Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q$.

2-En **todas** las resistencias **en paralelo** (3), tengo la misma **caida de presion**.

En cada resistencia se cumple la ley de Ohm, entonces:

$$R_1 = \frac{\Delta p}{Q_1} \quad ; \quad R_2 = \frac{\Delta p}{Q_2} \quad ; \quad R_3 = \frac{\Delta p}{Q_3}$$

Si reemplazo las 3 resistencias, por una **única resistencia, equivalente** a estas tres:

$$R_{ep} = \frac{\Delta p}{Q}$$

Combinando “1” y “2”, se obtiene:

$$\frac{1}{R_{ep}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Y en general, para **N** resistencias conectadas **en paralelo**:

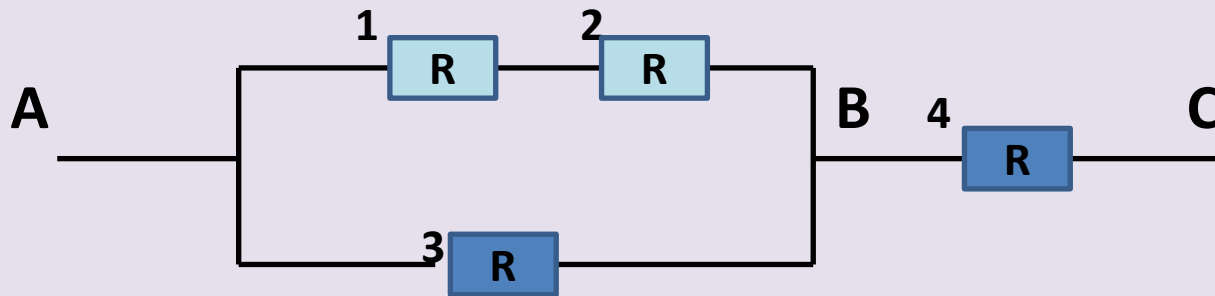
$$\frac{1}{R_{ep}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

Si las resistencias son todas **iguales**, y valen **R**:

$$\frac{1}{R_{ep}} = N \cdot \frac{1}{R} \rightarrow R_{ep} = \frac{R}{N}$$

Combinacion de resistencias en serie y paralelo

Veamos el siguiente ejemplo, de 4 resistencias iguales a R , y conectadas de la siguiente forma:

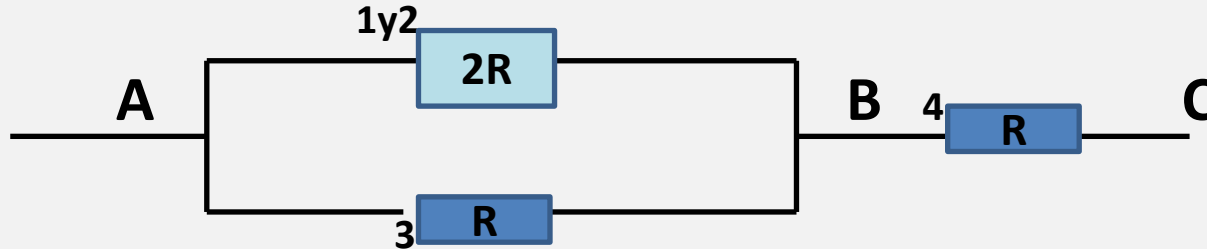


Quiero hallar la **resistencia equivalente** que tengo entre **A** y **C**.

Las resistencias **1** y **2** estan en **serie**, las puedo reemplazar por su resistencia equivalente, que valdra **$2R$** (la llamo **1y2**). Me queda el siguiente **circuito equivalente**:

Circuito equivalente

Asi queda



En **este** circuito, puedo ver que las resistencias **1y2** (vale **2R**) y la **3** estan en **paralelo**. Como ambas estan conectadas entre **A** y **B**, las reemplazo por su **resistencia equivalente paralelo**, que voy a llamar R_{AB} .

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{2R} \quad \longrightarrow \quad R_{AB} = \frac{2}{3} R$$

Finalmente, R_{AB} esta en serie con **4** (que vale **R**), es decir, me queda este circuito equivalente:



$$R_{AC} = \frac{2}{3} R + R = \frac{5}{3} R = 1,67R$$

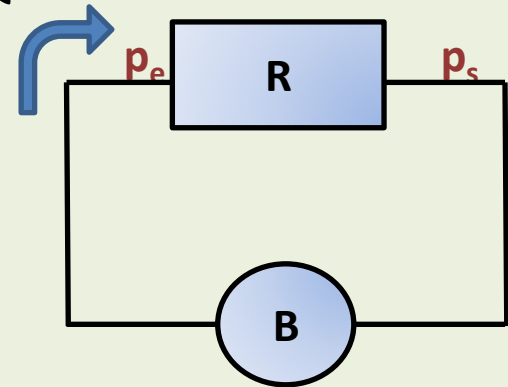
Potencia de bombeo

Para transportar un fluido se necesita mantener una **diferencia de presión Δ_p** constante. Se consigue con **bombas hidráulicas**. Si el caudal que circula es **Q**:

$$P_{ot} = \Delta_p \cdot Q ;$$

$$\Delta_p = Q \cdot R$$

$$P_{ot} = Q^2 \cdot R = \Delta_p^2 / R$$



P_{ot} es la potencia que entrega la **bomba** al **circuito hidráulico**.