Hidrodinamica: Liquidos (fluidos) en Movimiento

Caudal (**Q**): Mide la cantidad de lìquido que se desplaza, o **fluye** por unidad de tiempo.

La cantidad se puede referir a "**masa de liquido que fluye**", o a "**volumen de liquido que fluye**" por unidad de tiempo.

En el presente curso, consideraremos **volumen de liquido.**

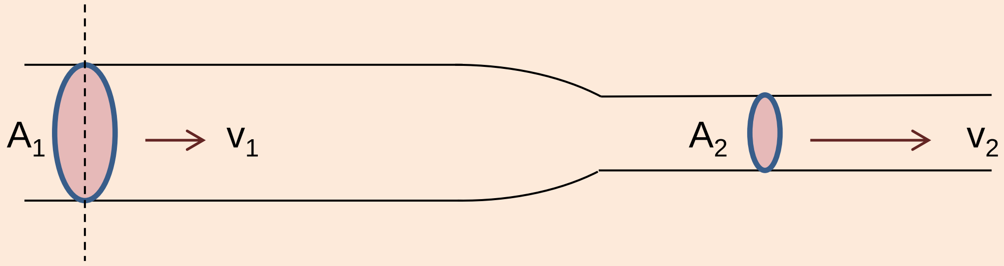
$$Q = \frac{\text{Volumen}}{\Delta t}$$

[Q]= (m^3/s ; **lts/min** ; **cm^3/seg** ; etc..**)**

Por ejemplo, si se tarda 2 minutos en llenar un balde de 10 litros, entonces, el **Q = 5lts/min.**

<u>Conservacion del Caudal y Ecuacion de continuidad</u>

- **<u>Conservacion del Caudal</u>**: Si considero una tuberìa rigida, sin perdidas o pinchaduras entonces, en cualquier instante, el **caudal** debe ser **el mismo** en **cualquier sección** de la tuberia.
- **Importante:** Vale **solo** para **líquidos,** porque son **incompresibles.**



Si considero las secciones en “1” y en “2”, que son $\mathbf{A_1}$ y $\mathbf{A_2}$, entonces:

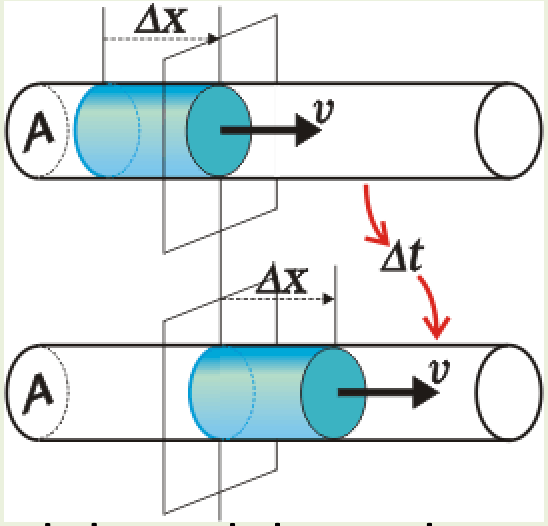
$$\mathbf{Q_1 = Q_2}$$ y en **cualquier seccion** de la tuberìa.

Ecuacion de continuidad

- Expresa como se relaciona el caudal **Q** en una tuberia, con su seccion **A** y la velocidad **v** del liquido a traves de ella.

$$Q = \frac{Vol}{\Delta t}$$

$$Q = \frac{A.\Delta x}{\Delta t}$$

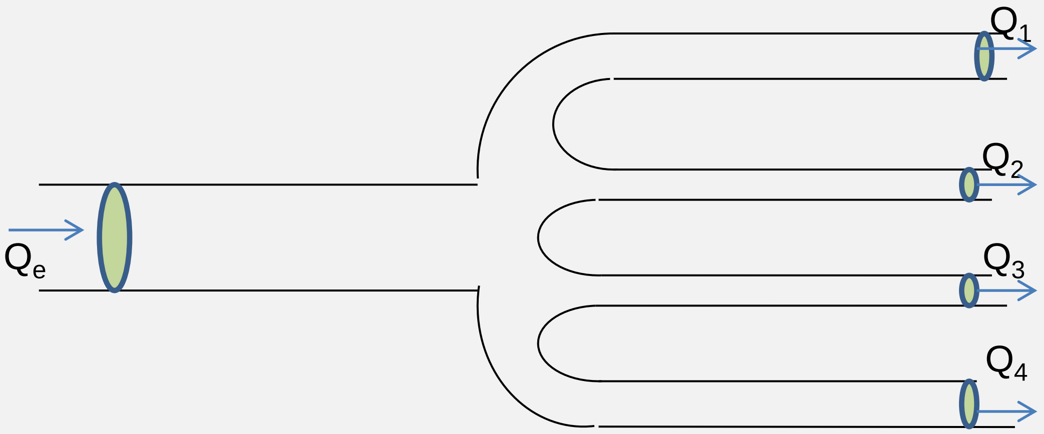


- **Q=A*v**
- Uniendo la conservacion del caudal con la ecuacion de continuidad, tenemos que:
- $A_1 * v_1 = A_2 * v_2$ (A **menor** seccion, **mayor** velocidad)

(A **mayor** seccion, **menor** velocidad)

Tuberia con ramificaciones

- Supongamos una tuberia que a la salida tenga varias ramificaciones, como se muestra en la siguiente figura:



El liquido entra por la tuberia izquierda, con un caudal $\mathbf{Q_e}$, y sale por los 4 tubitos de la derecha, con caudales $\mathbf{Q}_1$, $\mathbf{Q_2}$, $\mathbf{Q_3}$ y $\mathbf{Q_4}$.

Por la conservacion del caudal vale:

$$\mathbf{Q_e = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4}$$

Si la tuberia tuviese **N** ramificaciones, es decir, tuviesemos **N** tubos a la salida, entonces:

$$Q_e = Q_1 + Q_2 + Q_3 \ldots + Q_N$$

Si en particular, todas estos **N** tubos **son iguales**, es decir, tienen la **misma seccion**, entonces, circularan por cada uno de ellos el **mismo caudal** de liquido, y, por la **ecuacion de continuidad,** con la **misma velocidad** en cada uno de ellos.

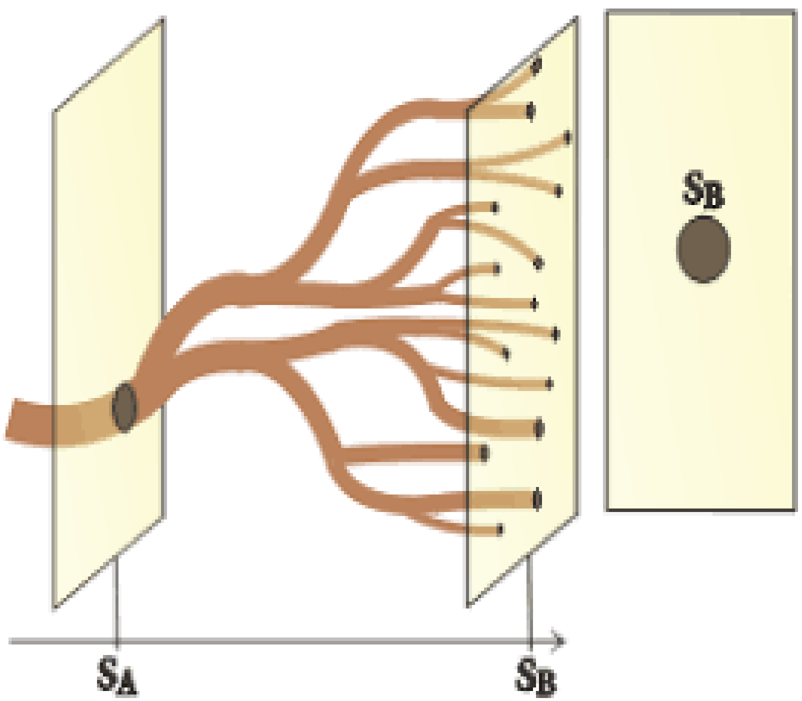
$$Q_e = N^* \, Q_{cada\ tubo}$$

Usando la **ecuacion de continuidad** para la **tuberia de entrada**, y para cada uno de los **N tubos de salida**:

$$V_e{}^*A_e = N^* v_{tubo}{}^* A_{tubo}$$

Ejemplo de ramificación: Ej. 12 (guia)

- La aorta se ramifica en arterias que se van haciendo cada vez mas finas hasta ser capilares por los que circula la sangre. El caudal sanguíneo para una persona en reposo es 5 litros/min y los radios disminuyen desde 10 mm para la aorta a 0,008 mm para los capilares y la sección total de los capilares es de aprox. 2000 cm². Determinar:



A) el número de capilares y el caudal en c/u de ellos:

- A) el número de capilares :
- $Q\ t = N \ . \ Q\ cap$
- $N = S\ total\ cap / S\ cap$
- $N = 2000\ cm^2 / \pi \ . \ (R\ cap)^2$
- $N = 2000\ cm^2 / \pi \ . \ (0{,}0008\ cm)^2$
- $N = 2000\ cm^2 / 2{,}01 \ . \ 10^{-6}\ cm^2$
- $N = 1 \ . \ 10^9$
- *aclaracion: 5 l/min = 83 cm^3/s

El caudal en c/u:

$Q\ cap = Q\ t / N$

$$Q\ cap = \frac{5\ l/min}{1 \ . \ 10^9}$$

$Q\ cap = 5 \ . \ 10^{-9}\ l/min$

o

$Q\ cap = 8{,}4.10^{-8}\ cm^3/s$

b) La velocidad de la sangre en la aorta y en c/u de los capilares:

- Velocidad en la aorta:

- Q t = V aorta . S aorta
- Despejando:
- V aorta = Q t / S aorta
- $V\ aorta = \dfrac{83\ cm^3/s}{\pi.(1\ cm)^2}$
- V aorta = 26,5 cm/s

Velocidad en cada capilar:

V cap = Q cap / S cap

O

V cap = Q tot/ S tot cap

$$V\ cap = \frac{83\ cm^3/s}{2000\ cm^2}$$

V cap = 0,042 cm/s

Teorema de Bernoulli

Condiciones de validez del Teorema de Bernoulli:

1. **Fluido ideal:** Es decir, **no** es **viscoso**. Significa que no presenta resistencia al movimiento.

2. Debe ser **incompresible,** es decir, su **densidad** no cambia.

3. **Flujo estacionario:** Esto significa que el caudal **Q** es **constante.**

4. **Flujo laminar:** Esto significa que no se forman **remolinos** o **vortices** (**no turbulento**).

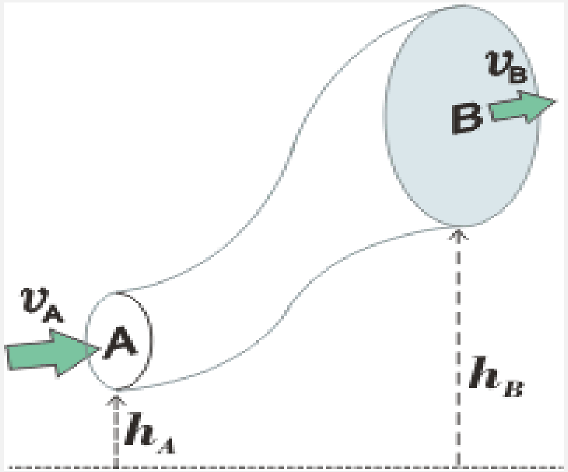
Linea de corriente: Es un concepto que se aplica a fluidos en movimiento, es simplemente la **trayectoria** que sigue una **porción de fluido** cuando se mueve.

Teorema de Bernoulli

- El Teorema de Bernoulli establece que:

$$p + ½.\delta.v^2 + \delta.g.h$$

es **constante** a lo largo de una línea de corriente.



$$p_A + ½.\delta.v_A^2 + \delta.g.h_A = p_B + ½.\delta.v_B^2 + \delta.g.h_B$$

Aplicados a los puntos A y B, conectados por una línea de corriente.

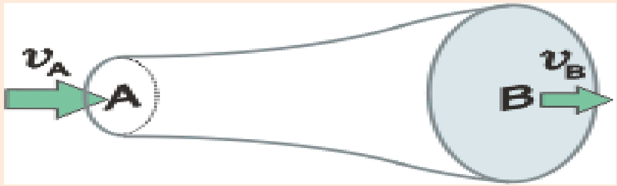
Veamos algunos casos particulares:

Fluido en reposo: Los términos de velocidad desaparecen y queda:

$\mathbf{p_A + \delta.g.h_A = p_B + \delta.g.h_B \longrightarrow p_A - p_B = \delta.g.(h_B - h_A)}$ da positivo.

Fluido que se mueve a lo largo de una tubería horizontal:

Como $h_A = h_B$ entonces;



$$p_A + ½.\delta.v_A^2 = p_B + ½.\delta.v_B^2$$

de donde resulta:

$$p_B - p_A = ½.\delta.(v_A^2 - v_B^2) > 0 \longrightarrow p_B > p_A$$

Donde el fluido se mueve **mas rápido** (en A) la **presión** es **menor** y la **sección es menor**;
Donde el fluido se mueve **mas lento** (en B) la **presión es mayor** y la **sección es mayor.**

Resumiendo, si en una tuberia:

$S_A < S_B \longrightarrow p_A < p_B$ y $v_A > v_B$

Algunas consideraciones: Los términos de la ecuación de Bernoulli :

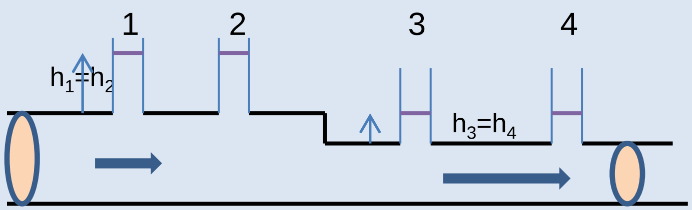
$1/2\ \delta v^2$ $\longrightarrow$ **energía cinética /Volumen**

δgh $\longrightarrow$ **energía potencial /Volumen**

p $\longrightarrow$ **Trabajo de la Fuerza/volumen** **($L = F.\Delta x = \frac{F}{A}.A\Delta x = p.Vol$)** $\longrightarrow$ $p = \frac{L}{Vol}$

Tubería horizontal con manómetros

- Tubería horizontal con 2 secciones distintas:



Los tubitos verticales “**1**”,”**2**” “**3**” y “**4**” son **manometros (piezómetros).** La presión (manométrica) dentro de la tubería esta dada por la altura de líquido en cada tubito; por ejemplo, en “**1**” y “**2**” la **presión es mayor** que en “**3**” y “**4**”, entonces la **altura de líquido** en los tubos “**1**” y “**2**” será mayor que en los tubos “**3**” y “**4**”.

Potencia de bombeo: En los fluidos: **p= L / Vol**, entonces; **L = p*Vol.**

Cuando se mueve un volumen de líquido, y hay una **diferencia de presión** a la **entrada** y a la **salida** por ejemplo**,** cuando se utiliza una **bomba de agua,** entonces el trabajo que entrega la bomba para mover un volumen de líquido es :

$$\mathbf{L = \Delta p.Vol} \Longrightarrow \text{Potencia} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\Delta p.\,Vol}{\Delta t} = \Delta p * Q$$