TRABAJO (MECÁNICO) DE UNA FUERZA CONSTANTE

Se define trabajo mecánico (L) como el producto entre el módulo de una fuerza constante aplicada a un cuerpo, el módulo del desplazamiento del mismo y el coseno del ángulo que forman los vectores que indican la fuerza y el desplazamiento:

$$L = |F| \cdot |\Delta x| \cdot \cos\alpha$$

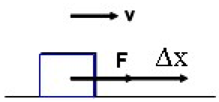
ó también

$$L = |F| \cdot \cos\alpha \cdot |\Delta x|$$

Para entender mejor esta definición diremos que el trabajo de una fuerza es la forma en que se le puede suministrar o quitar energía mecánica a un cuerpo y para facilitar su cálculo consideremos que $|F| \cdot \cos\alpha$ es la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento (F_x). Esto nos remite a tres situaciones:

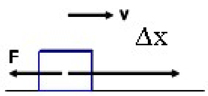
a)

Si aplicamos sobre un cuerpo una fuerza paralela al plano que lo empuje en el mismo sentido en que se desplaza, el cuerpo se moverá más rápido. Por lo tanto el cuerpo gana energía cinética. En este caso el ángulo α es de 0 º y como el cos 0º = 1 el cálculo del trabajo será simplemente L = F. Δx



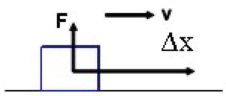
b)

Si le aplicamos una fuerza paralela al plano que lo empuje en el sentido contrario al que se desplaza, se moverá más lentamente y obviamente su energía cinética disminuirá. El ángulo es de 180 º y como el cos 180º = - 1 el trabajo será negativo, o sea, L = - F. Δx



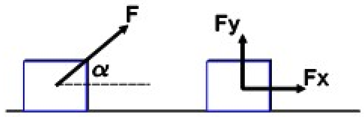
c)

¿Ysi la fuerza se le aplica en forma perpendicular a su desplazamiento?. En este caso el ángulo es de 90 º y al ser el cos 90 º = 0 el trabajo será nulo.



Si la fuerza actúa en forma oblicua al movimiento podemos calcular su trabajo fácilmente descomponiendo a la fuerza F en una dirección paralela al movimiento (que llamaremos F_x), y otra perpendicular (F_y) y luego calculamos el trabajo de F_x directamente, ya que como F_y es perpendicular al movimiento esta componente no le entrega ni le quita energía (el trabajo de F_y es cero).

$L_F = L_{Fx}$ debido a que $L_{Fy} = 0$

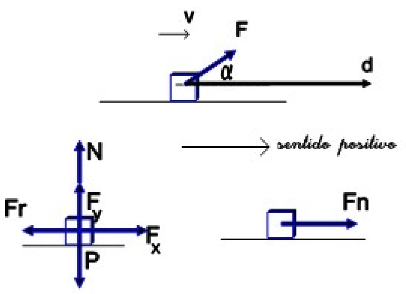


$$L_F = F_x \cdot d \qquad \text{con} \begin{cases} F_x > 0 & \text{si F esta a favor del movimiento} \\ F_x < 0 & \text{si F esta en contra del movimiento} \end{cases}$$

$$F_x = F \cdot \cos\alpha$$

Ejemplo:

Supongamos la siguiente situación: a un cuerpo apoyado sobre una superficie horizontal se le aplica durante 20 m una fuerza de 100 N que forma una ángulo de 60º con la dirección del movimiento. Además existe una fuerza de roce de 30 N.



a) Calcular el trabajo de cada una de estas fuerzas en el desplazamiento total:

Si observamos la segunda figura vemos las fuerzas aplicadas al cuerpo en un diagrama de cuerpo libre, en donde ya hemos descompuesto a la fuerza F en una componente paralela al movimiento Fx y otra perpendicular Fy. Es fácil sacar de antemano las siguientes conclusiones:

- Fx actúa a favor del movimiento y su trabajo será positivo. Le agregará energía al cuerpo.
- La fuerza de roce va en sentido contrario y por eso su trabajo será negativo. Esta fuerza le quitará energía.
- Las fuerzas verticales (El peso, la normal y la componente Fy) no modificarán la energía del cuerpo. Su trabajo será nulo.

Calculamos primero Fx = F cos α = 100 N × cos 60º = 50 N

$$L_{Fx} = 50\ N \times 20\ m = 1.000\ J$$

$$L_{Fr} = -30\ N \times 20\ m = -600\ J$$

$$L_{Fy} = L_P = L_N = 0\ J$$

b) *Calcular la suma de los trabajos de todas las fuerzas actuantes:*

Desde luego que debemos sumar todos los valores obtenidos anteriormente, donde los únicos distintos de cero son el de F_x y el de F_r:

(Sumatoria) $\sum L_F = 1.000\ J + (-600\ J) = 400\ J$

c) Calcular la fuerza neta actuante y su trabajo para el mismo recorrido:

La resultante será la diferencia entre la fuerzas Fx (a favor del movimiento) y la fuerza de roce Fr (que va en contra). Por lo tanto **Fn = Fx – Fr = 50 N – 30 N = 20 N** (el hecho de que este valor sea positivo indica que la resultante va a favor del movimiento). Para conocer su trabajo debemos multiplicar este valor por la distancia recorrida, o sea que: $L_{Fn} = 20\ N \times 20\ m = 400\ J$

Observando los resultados de b) y c) la suma de los trabajos de todas las fuerzas actuantes sobre una masa es igual al trabajo de la resultante de ese sistema de fuerzas!

$$\sum L_{\text{todas las fuerzas}} = L_{\text{resultante}}$$

Si en vez de ilustrar con movimientos horizontales, en los cuales vimos que el trabajo de las fuerzas incide en la variación de la energía cinética del cuerpo, hubiésemos abordado ejemplos en los cuales el cuerpo se desplaza en dirección vertical, veríamos que la acción de fuerzas en esa dirección (o de su componente vertical en el caso de ser la fuerza oblicua) incidirían en la variación de la energía potencial. Así que el trabajo de una fuerza puede modificar la energía mecánica de un cuerpo (cinética o potencial) aumentando o disminuyendo la misma.

Podemos generalizar la relación entre trabajo y energía (cinética, potencial o mecánica) mediante las siguientes expresiones:

$$L_{Resultante} = \sum L_{Todas\,las\,Fuerzas} = \Delta E_{cinética}$$

$$L_{Peso} = L_{Fuerzas\,conservativas} = -\Delta E_{potencial}$$

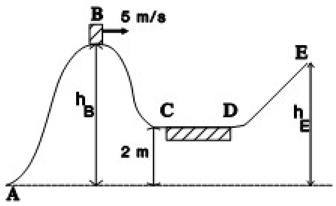
$$\sum L_{Fuerzas\,no\,conservativas} = \Delta E_{Mecánica}$$

La fuerza Peso integra un selecto grupo llamado fuerzas conservativas (también incluye a la fuerza elástica, la fuerza eléctrica - que veremos más adelante - y las nucleares fuertes y débiles)

Una fuerza es llamada conservativa cuando su trabajo no depende de la trayectoria, sino de los puntos iniciales y finales de su recorrido. De esta definición se puede establecer que el trabajo de una fuerza conservativa en una trayectoria cerrada (cuyos punto inicial y final coinciden) es nulo

Ejemplo:

Un cuerpo de 2 kg parte del reposo del punto A de la figura impulsado por un motor que actúa hasta el punto B, en donde lo abandona con una velocidad de 5 m/s. Desliza por una vía sin rozamiento, excepto entre los puntos C y D, separados por 5 m, entre los cuales actúa una fuerza de roce de 10 N y se detiene justo en el punto E. Si al pasar por D su velocidad es de 8 m/s calcular:



a) La altura del punto E.

Planteamos, considerando como punto inicial el D y como punto final el E

$$E_{mec\,E} - E_{mec\,D} = \sum L_{no\,conservativas}$$

La energía mecánica en D es la suma de las energías cinéticas y potencial en ese punto ya que posee velocidad (v_D = 8 m/s) y altura (h_D = 2 m.)

$$Em_D = Ec + Ep = ½.m.\,v_D^2 + m.g.h_D =$$

$$= ½.2\text{ kg}.\,(8\text{ m/s})^2 + 2\text{ kg}\,.\,10\text{ m/s}^2\,.\,2\text{ m} = 104\text{ J}$$

La energía mecánica en E es sólo potencial porque allí se detiene

$$Em_E = Ep = m \times g \times h_E$$

Finalmente veamos cuanta energía mecánica gana o pierde el cuerpo entre D y E (o sea cuanto vale el trabajo de las fuerzas no conservativas).

Entre esos puntos las fuerzas actuantes son el peso (que es conservativa y por lo tanto no nos interesa) y la normal, que si bien es no conservativa, es perpendicular al movimiento y por lo tanto su trabajo es nulo.

Entonces entre D y E

$$\sum L_{no\,conservativas} = 0\text{ J}$$

Vale decir que el cuerpo no gana ni pierde energía mecánica al ir de D a E, resultando obvio que la energía mecánica en E es **104 J**. Luego podemos calcular h_E

$$E_{mec\,E} - 104\,J = 0\,J \quad \Rightarrow \quad E_{mec\,E} = 104\,J \qquad h_E = \frac{E_{mec\,E}}{m \cdot g} = \frac{104J}{2kg \cdot 10m/s^2} = 5{,}2m$$

b) La altura del punto B

$$E_{\text{mec D}} - E_{\text{mec B}} = \sum \text{L}_{\text{no conservativas}}$$

Sabemos que la energía mecánica en B es potencial y cinética (25 J de energía cinética ya que la velocidad en ese punto es de 5 m/s) y del cálculo anterior sabemos que la energía mecánica en D es **104 J**

$$\text{Em B} = \text{m} . \text{g} . \text{h}_\text{B} + \tfrac{1}{2} . \text{m} . \text{v}_\text{B}^2 =$$

$$= 20\ \text{N} . \text{h}_\text{B} + 25\ \text{J} \quad \text{(I)}$$

$$\text{Em}_\text{D} = 104\ \text{J}$$

Para terminar veamos cuanta energía mecánica gana o pierde el cuerpo entre B y D. Entre B y C la situación es la misma que la comentada entre D y E; ahora entre C y D actúa además la fuerza de roce, cuyo trabajo es negativo y lo calculamos como el producto entre la fuerza de roce y la distancia recorrida. Su trabajo es **10 N. 5 m = - 50 J**

Entonces entre B y D el cuerpo pierde 50 J de energía mecánica, vale decir,

$$\sum \text{L}_{\text{no conservativas}} = -50\ \text{J}.$$

Despejando Em_B :

$$104\ J - E_{\text{mec B}} = -50\ J \quad \Rightarrow \quad E_{mec\ B} = 154\ J$$

Sabiendo que la energía mecánica en B es 154 J reemplazando en **(I)** podemos despejar h_B.

$$h_B = \frac{E_{mec\ B} - 25\ J}{20\ N} = \frac{154\ J - 25\ J}{20\ N} = 6{,}45\ m$$

c) El trabajo de las fuerzas no conservativas entre A y B

El trabajo de las fuerzas no conservativas entre A y B lo podemos calcular aplicando relacionando la variación de la energía mecánica y el trabajo de las fuerzas no conservativas entre los puntos A y B. La energía mecánica en A es nula ya que tanto la velocidad como la altura son nulas. La energía mecánica en B es 154 J así que la variación de la energía mecánica entre esos puntos es 154 J ($\text{Em}_\text{B} - \text{Em}_\text{A}$ = 154 J – 0 J). Luego el trabajo de las fuerzas no conservativas en AB es de 154 J.

d) Vuelve a pasar por el punto B?

Esta es una pregunta un poco más complicada. Ahora sabemos que el cuerpo ganó energía en el tramo AB (se la aportó el motor) y de allí partió con 154 J. Al pasar por la zona CD perdió 50 J (por el trabajo del roce) y llegó a D con 104 J. Con esta energía el cuerpo asciende hasta el punto E y regresa a D con la misma cantidad (ya que entre ambos puntos la única fuerza no conservativa actuante es la normal y es perpendicular). Ahora el cuerpo cruza la zona de roce del punto D hacia el C, perdiendo nuevamente 50 J de energía mecánica, con lo que llegará a C con 54 J. Veamos ahora si con esta energía el cuerpo puede llegar hasta el punto B. La mínima cantidad de energía necesaria para llegar a B es la energía potencial (suponiendo que llega justo hasta allí y se detiene). Si la calculamos su valor es de 129 J; así que se necesitan 129 J para llevar el cuerpo hasta B. Como al cuerpo solamente le quedan 54 J esta energía no le alcanzará para pasar por B nuevamente.

e) El trabajo de la fuerza peso A y D

No podemos calcular el trabajo aplicando la definición de trabajo de una fuerza constante porque peso a que el peso no cambia varía el ángulo que el vector represantativo del mismo forma con el vector desplazamiento (que es tangente a la trayectoria)(recordar la definición de TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE). Por eso recordemos que siempre resulta adecuadoo aplicar la expresión que nos permite su calculo a través de la variación de la energía potencial con signo cambiado:

$$\text{L}_{\text{peso}} = -(\text{m} \cdot \text{g} \cdot \text{h}_\text{f} - \text{m} \cdot \text{g} \cdot \text{h}_\text{i}) = -(40J - 0J) = -40J$$

Última modificación: viernes, 14 de marzo de 2014, 22:54