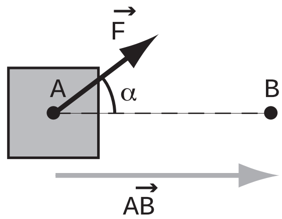
Trabajo

La noción de trabajo se vincula directamente con la posibilidad de generar cambios en la velocidad de un cuerpo a partir de la acción de fuerzas a lo largo de un desplazamiento. Históricamente, el concepto de trabajo cobró importancia durante la Revolución Industrial, cuando se analizó la posibilidad de transformar en trabajo mecánico la energía obtenida a partir de la quema del carbón, combustible mayoritario en esa época.



Comenzaremos analizando el caso de un cuerpo que se traslada entre dos posiciones **A** y **B** siguiendo una trayectoria rectilínea. Consideremos que en toda la trayectoria actúa, entre otras, una fuerza $\vec{F}$ constante.

Se define el trabajo de esta fuerza como el producto escalar entre el vector fuerza y el vector desplazamiento entre **A** y **B**.

$$L_{\vec{F}}^{A \to B} = \vec{F} \bullet \overrightarrow{AB}$$

Recordando la definición de producto escalar, el trabajo se calcula como el producto del módulo de la fuerza por el módulo del desplazamiento por el coseno del ángulo comprendido entre los dos vectores. El trabajo así definido es una magnitud escalar*. En símbolos:

$$L_{\vec{F}}^{A \to B} = \left|\vec{F}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \cos\left(\vec{F}, \overrightarrow{AB}\right)$$

Reordenando esta expresión se obtiene:

$$\left[\left|\vec{F}\right| \cdot \cos\left(\vec{F}, \overrightarrow{AB}\right)\right] . \left|\overrightarrow{AB}\right| = F_t . \left|\overrightarrow{AB}\right|$$

Donde F_t es la componente de la fuerza en la dirección tangente a la trayectoria; su signo es positivo si tiene el mismo sentido que el movimiento y es negativo si el sentido es contrario. Es decir que sólo la componente de la fuerza paralela al movimiento es la que realiza trabajo. En el caso particular de fuerzas perpendiculares al desplazamiento el trabajo es cero:

$$\text{Si } \vec{F} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow L_{\vec{F}} = 0$$

Observemos que, en algunos casos, la definición de trabajo parece contradecir nuestro concepto intuitivo de trabajo relacionado con el esfuerzo muscular. El forzudo de la figura no realiza trabajo sobre las pesas cuando la sostiene quietas o cuando las mueve con velocidad horizontal constante. La cuestión es que sí existe trabajo muscular ya que los impulsos nerviosos producen contracciones de las fibras musculares que, a diferencia de un hueso o una barra de acero, no pueden sostener una carga estáticamente y necesitan contraerse y relajarse repetidamente. En cada contracción hay trabajo interno que se manifiesta en una pérdida de energía interna del hombre aunque la fuerza resultante que ejerce el hombre sobre el medio exterior (la pesa) no hace trabajo.

El **joule** es una unidad de trabajo pequeña. Para tener alguna idea: es el trabajo que entregamos al levantar una copa para brindar. Para elevar una copa con 200 cm^3 de sidra unos 50 cm, hay que aplicarle una fuerza aproximadamente igual a su peso (2 N) en un trayecto de 0,5 m, o sea entregar un trabajo de 1 J.

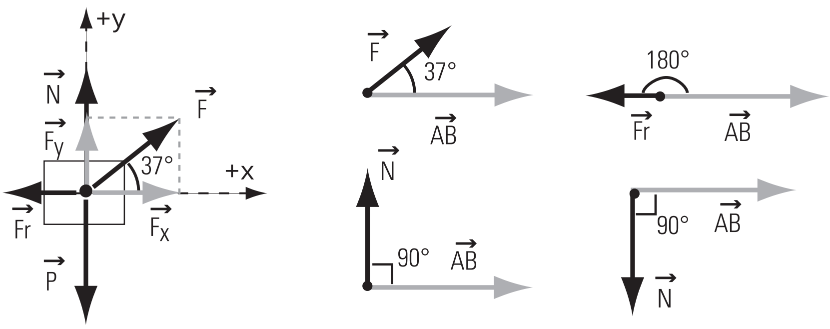
En el SIMELA el trabajo es una magnitud derivada de las magnitudes fuerza y longitud. La unidad es "newton x metro" que se denomina **joule** (J):

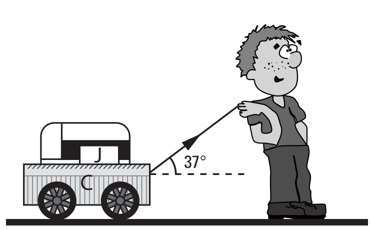
1 J = 1 N.m = 1 kg m^2 s^{-2}

*Recordemos que una magnitud vectorial es la que tiene dirección y sentido, por ejemplo la velocidad y la fuerza; y que una escalar carece de esos atributos, por ejemplo la masa y la temperatura.

Ejemplo

Nicolás recorre 4 m arrastrando una carro de masa 10 kg por un piso horizontal como indica la figura. La fuerza que aplica es constante de 15 N de intensidad y forma un ángulo de 37° con la horizontal. En todo el trayecto actúa una fuerza de rozamiento con el piso de 5 N.





Calcule el trabajo de cada una de las fuerzas que actúan sobre la carro y el trabajo total (suma de los trabajos de todas las fuerzas.)

$$L_{\vec{F}_N}^{A\rightarrow B} = \left|\vec{F}_N\right| \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \cos\left(\vec{F},\overrightarrow{AB}\right) = 15N.4m.\cos 37° = 48J \quad ó$$

$$L_{\vec{F}_N}^{A\rightarrow B} = F_{Nx} \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| = 15N.\cos 37°.4m = 48J$$

$$L_{\vec{P}}^{A\rightarrow B} = \left|\vec{P}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \cos 90° = 0$$

$$L_{\vec{N}}^{A\rightarrow B} = \left|\vec{N}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \cos 90° = 0$$

$$L_{\vec{F}_r}^{A\rightarrow B} = \left|\vec{Fr}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \cos 180° = 5N.4m.(-1) = -20J$$

$$\sum L_{\vec{F}}^{A\rightarrow B} = 48J + (-20J) = 28J$$

Un resultado importante para el cálculo del trabajo de un conjunto de fuerzas, es que la suma de los trabajos de todas las fuerzas es igual al trabajo de la resultante. Es decir que se pueden sumar las fuerzas primero (vectorialmente) y calcular luego el trabajo de la resultante, o bien calcular los trabajos individuales y luego sumarlos para hallar el trabajo total.

$$L_{\vec{R}} = \sum_{1}^{n} L_{\vec{F}_i} \quad \text{donde} \quad \vec{R} = \sum_{1}^{n} \vec{F}_i$$

Trabajo y Energía Cinética

La **energía cinética** de un cuerpo de masa **m** que se mueve con una velocidad de módulo v se define como:

$$Ec = \frac{1}{2} m v^2$$

Es sencillo verificar que las unidades de energía cinética son las mismas que las de trabajo. Esta unidad en el SIMELA es el **joule** (**J**).

Notemos que la energía cinética es una magnitud escalar nunca negativa que depende del módulo de su velocidad y no de su dirección y sentido.

La definición de energía cinética surge a partir de un resultado de gran importancia que la vincula con el trabajo de todas las fuerzas actuantes sobre el cuerpo. Este resultado se conoce con el nombre de **teorema del trabajo y la energía cinética** y establece que:

> *La suma de los trabajos de todas la fuerzas actuantes sobre un cuerpo es igual a la variación de la energía cinética del mismo.*

*salvo en los casos en que se pueda considerar a la gravedad constante, tanto en módulo como en dirección y sentido, en todos aquellos casos en los que los desplazamientos sean muy chicos en comparación con el tamaño de la Tierra o las distancias astronómicas.

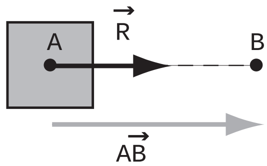
Es decir, si un cuerpo sobre el cual actúan varias fuerzas, se desplaza entre la posición inicial **A** y la posición final **B**, el efecto del trabajo total (o trabajo de la fuerza resultante) es cambiar la energía cinética del cuerpo. En símbolos:

$$L_{total}^{A\rightarrow B} = \Delta E_C^{A\rightarrow B} = E_{C_B} - E_{C_A}$$

Si el trabajo total es positivo, el cuerpo gana energía cinética y si es negativo la pierde.

Este teorema puede demostrarse a partir de la segunda ley de Newton de manera general, tanto para fuerzas constantes como variables y cualquiera sea la trayectoria del cuerpo. Como veremos en algunas aplicaciones, en eso radica su utilidad.

Ejemplo



Sobre un piso horizontal liso (sin fricción) un bloque de 5 kg es empujado por una fuerza $\vec{F}$ tambien horizontal de 80 N a lo largo de 20 metros. Si parte del reposo, ¿qué velocidad tendrá el bloque al final del recorrido?

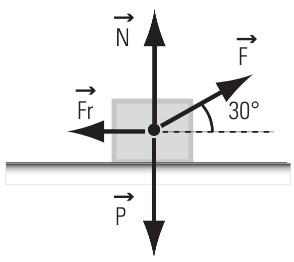
Como ni el peso ni la normal hacen trabajo por ser perpendiculares a la trayectoria, la única fuerza que hace trabajo es $\vec{F}$, tendremos:

$$L_{\vec{F}}^{A\rightarrow B} = \Delta E_C \Rightarrow 80\ N \cdot 20\ m \cdot \cos 0° = \frac{1}{2} \cdot 5\ kg \cdot v^2 \Rightarrow v = 25,3\frac{m}{s}$$

Este sencillo problema resulta más simple de resolver de este modo que empleando cinemática y dinámica.

Otra aplicación de este teorema es que midiendo los cambios de velocidad tendremos una medida directa del trabajo realizado por la resultante, que de otro modo requeriría conocer todas las fuerzas.

Ejemplo



Se observa que un bloque que es arrastrado 10 m por un plano horizontal mediante una fuerza $\vec{F}$ de 120 N que forma un ángulo de 30° con el piso, se mueve a velocidad constante. ¿Cuál es el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento?

$$v = cte \Rightarrow \Delta E_C = 0 \Rightarrow \sum L_{\vec{F}}^{A\rightarrow B} = 0$$

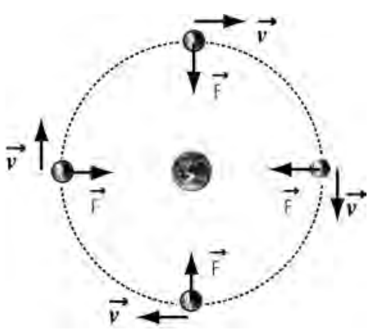
$$\Rightarrow L_{\vec{F}}^{A\rightarrow B} + L_{\vec{F}_R}^{A\rightarrow B} + L_{\vec{P}}^{A\rightarrow B} + L_{\vec{N}}^{A\rightarrow B} = 0$$

Como ni el peso ni la normal hacen trabajo por ser perpendiculares a la trayectoria:

$$L_{\vec{F}}^{A\rightarrow B} = -L_{\vec{F}_R}^{A\rightarrow B} \Rightarrow L_{\vec{F}_R}^{A\rightarrow B} = -120N \cdot 10m \cdot \cos 30° = -1039,2J$$

Aunque no conozcamos detalles acerca de la fuerza de rozamiento en este caso, podemos calcular su trabajo y por supuesto su valor:

$$-1039,2J = F_R \cdot 10m \cdot \cos 180° \Rightarrow F_R = 103,92m$$



La fuerza gravitatoria que la Tierra le hace a la Luna no hace trabajo porque es siempre perpendicular a la trayectoria y en correspondencia la energía cinética de la Luna es constante, es decir, no cambia el módulo de la velocidad.

Hay casos en los cuales la fuerza resultante sobre un cuerpo es distinta de cero pero el trabajo que realiza es nulo. Esto ocurre para fuerzas perpendiculares a la trayectoria en los que el cuerpo se mueve a velocidad de módulo constante y cambia su dirección. Así por ejemplo, el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra puede describirse como aproximadamente circular. La fuerza que la Tierra ejerce sobre la Luna es la de atracción gravitatoria. Esta fuerza es radial y al ser perpendicular a la trayectoria circular no realiza trabajo. La energía cinética de la Luna permanece constante y el módulo de la velocidad no cambia. Bajo estas condiciones el movimiento es además de circular, uniforme.

Energía Potencial

Un objeto en movimiento tiene energía cinética, pero esté o no en movimiento puede tener otra forma de energía: energía potencial. Veremos que el concepto de energía potencial, como el de energía cinética, está asociado al trabajo que puede realizar este objeto sobre otro u otros.

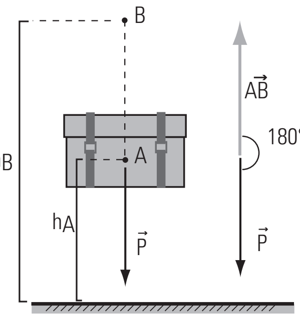
Toda fuerza que actúa sobre un cuerpo puntual es el resultado de la interacción con otro cuerpo. Hay algunas fuerzas de interacción, como las gravitatorias, las eléctricas o las elásticas, que dependen sólo de la posición relativa entre ambos. En esos casos, se puede asociar a cada posición del objeto, una energía potencial.

Veremos la expresión de la energía potencial para el caso de un cuerpo en las proximidades de la Tierra, y para el caso de un cuerpo sometido a una fuerza elástica. Estos dos casos son abarcativos de muchos fenómenos, ya que la interacción gravitatoria interviene en todo movimiento de cuerpos cerca de la Tierra y en el movimiento de todos los cuerpos celestes, y la interacción elástica es una buena aproximación de las fuerzas que actúan entre partículas al nivel molecular, que son responsables de muchas de las propiedades observables de los cuerpos macroscópicos (dureza, estado de agregación, calores específicos, puntos de fusión etc.)

El piano tiene energía potencial gravitatoria relativa al nivel del piso, cuando cae se va tranformando en energía cinética.

Trabajo de la fuerza peso. Energía potencial gravitatoria

Analicemos las características del trabajo realizado por la fuerza peso cuando un cuerpo se mueve entre dos posiciones cualesquiera sin tener en cuenta las otras fuerzas que pueden actuar sobre el mismo. Comenzaremos considerando un cuerpo de peso $\vec{P}$ que asciende verticalmente desde una altura h_A hasta una altura h_B, ambas con respecto al piso.

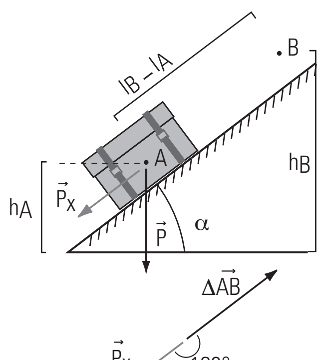


El trabajo realizado al comprimir el resorte redunda en energía potencial elástica que luego se tranforma en energía potencial cinética del muñeco.

$$L^{A\to B}_{\vec{P}} = \left|\vec{P}\right|\left|h_B - h_A\right| \cos 180º = -m\left|\vec{g}\right|(h_B - h_A)$$

En adelante utilizaremos el símbolo g para designar el módulo de la aceleración de la gravedad,

Verifiquemos ahora que si el cuerpo asciende una altura ($h_B - h_A$), cualquiera sea su trayectoria el trabajo del peso sigue teniendo el mismo valor. En efecto, si el cuerpo asciende por un plano inclinado un angulo α con respecto a la horizontal:



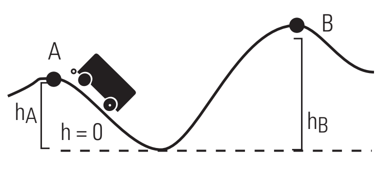
$$L^{A\to B}_{\vec{P}} = \left|\vec{P}_x\right| \cdot \left|l_B - l_A\right| \cdot \cos 180º =$$

$$= -m \cdot g \cdot sen\alpha \cdot \frac{(h_B - h_A)}{sen\alpha} =$$

$$= -m \cdot g \cdot (h_B - h_A)$$

Esto se puede generalizar para cualquier tipo de trayectoria entre la posición inicial a una altura h_A y la posicion final a una altura h_B.

El trabajo de la fuerza peso cuando un cuerpo se desplaza desde una posición a otra es el mismo cualquiera sea la trayectoria y sólo depende de la diferencia de alturas entre ambas posiciones y del peso del cuerpo.



El trabajo de la fuerza peso cuando un cuerpo se desplaza desde una posición a otra es el mismo cualquiera sea la trayectoria y sólo depende de la diferencia de alturas entre ambas posiciones y del peso del cuerpo.

$$L^{A\to B}_{\vec{P}} = -m \cdot g \cdot (h_B - h_A)$$

Si el cuerpo vuelve a la posición inicial entonces el trabajo total realizado por la fuerza peso es cero. Las trayectorias que comienzan y terminan en la misma posición se llaman **trayectorias cerradas**. Se llaman fuerzas conservativas aquellas cuyo trabajo en **cualquier** trayectoria cerrada es cero.* Asociamos una energía potencial a cada fuerza conservativa. Se dice, entonces, que la fuerza peso es una fuerza conservativa a la que se le puede asociar una **energía potencial gravitatoria** que, para un objeto determinado, sólo depende de la posición y que se define como:

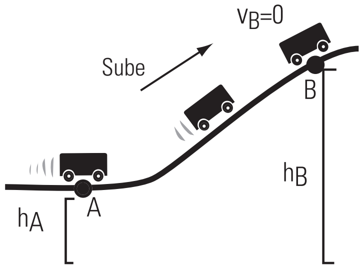
$$E_{P_G} = mgh$$

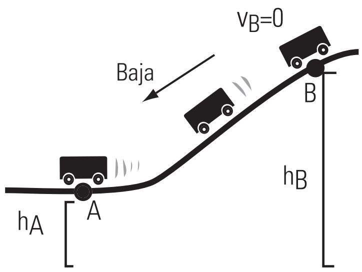
de modo que su variación entre dos posiciones está relacionada con el trabajo realizado por la fuerza peso entre las mismas posiciones de la siguiente manera:

$$L^{A \rightarrow B}_{\vec{P}} = -m \cdot g \cdot (h_B - h_A) = -\left(Ep_{GB} - Ep_{GA}\right)$$

Es inmediato, de su expresión, que las unidades de energía potencial son las mismas que las de trabajo.

El siguiente ejemplo ilustrado a la izquierda sirve para aclarar estos conceptos. El carrito, sobre el cual supondremos que no hay rozamiento, pasa por la posición **A**, llega a una altura **B** y vuelve a la posición **A**. Durante la subida la energía cinética disminuye pues el trabajo del peso es negativo y la fuerza normal no realiza trabajo. Al llegar a **B** su energía cinética es cero y al bajar aumenta debido al trabajo positivo del peso. Cuando vuelve a pasar por la posición **A** tiene la misma energía cinética que al comienzo pues el trabajo del peso en una trayectoria cerrada (**ABA**) es cero.





La energía cinética en A de ida y de vuelta es la misma porque el trabajo del peso en un camino cerrado es cero.

Se puede pensar que la energía cinética inicial en **A** se "ha guardado" al llegar a **B** como energía potencial asociada al peso y luego es recuperada al volver a la posición inicial. Esto justifica la calificación de conservativa para la fuerza peso. Obviamente, no todas las fuerzas son conservativas. Por ejemplo, en el caso de actuar el rozamiento entre el objeto y el piso, el trabajo realizado por esta fuerza es negativo tanto en la ida como en la vuelta y por lo tanto cuando el carrito vuelva a su posición inicial tendrá menos energía cinética.

Observaciones:

• En la expresión $E_{PG} = m.g.h$ se ha adoptado energía potencial gravitatoria cero en el nivel de referencia ($h=0$). Suele tomarse la convención de elegir la superficie de la Tierra como el nivel cero. Cuanto más elevado esté un cuerpo, mayor será su energía potencial gravitatoria. La fórmula es válida en las proximidades de la Tierra, donde pueda considerarse que la fuerza peso no varía con la altura.

• Estrictamente hablando la energía potencial gravitatoria no es del cuerpo sino del sistema cuerpo- Tierra. Hemos supuesto que en esta interacción la Tierra permanece en reposo y es, en esas condiciones, que hablamos resumidamente de energía potencial del cuerpo.

• En la expresión $L_P = -\Delta E_{PG}$ el signo negativo refleja el hecho de que cuando el peso hace trabajo positivo (el cuerpo baja) la energía potencial disminuye y cuando el peso hace trabajo negativo (el cuerpo sube) la energía potencial aumenta.

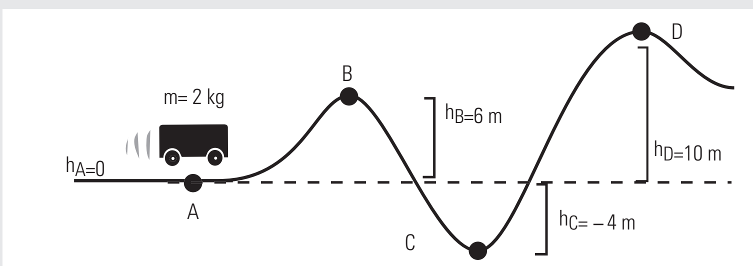
$$E_{P_G} = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{P_{GA}} = 2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 0 = 0$$

$$E_{P_{GB}} = 2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 6m = 120J$$

$$E_{P_{GC}} = 2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot \left(-4m\right) = -80J$$

$$E_{P_{GD}} = 2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 10m = 200J$$



*Las fuerzas de vínculo no trabajan y por tanto cumplirían con la definición de fuerzas conservativas, casi todos los autores acuerdan en no considerarlas ni conservativas, ni no conservativas. Esa distinción carece de importancia práctica.

Energía Mecánica

Recordemos que la variación de energía cinética de un cuerpo es igual a la suma de los trabajos de todas las fuerzas que actúan sobre él:

$$L_{total}^{\;i \to f} = \Delta E_C^{\;i \to f}$$

El concepto de fuerza conservativa y de energía potencial asociada a ella, nos permite escribir este teorema de otra manera que es de gran ayuda para analizar muchas situaciones físicas. En efecto, el trabajo total puede descomponerse en la suma de los trabajos de todas las fuerzas conservativas (en nuestro caso peso y elástica) y la suma de los trabajos realizados por las otras fuerzas, que llamaremos **no conservativas.**

$$L_{\vec{P}}^{i \to f} + L_{\vec{F}_{elas}}^{i \to f} + \sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{i \to f} = \Delta E_C^{\;i \to f}$$

Recordando la relación entre el trabajo de una fuerza conservativa y la variación asociada de energía potencial:

$$-\Delta E_{P_{grav}}^{\;i \to f} - \Delta E_{P_{elast}}^{\;i \to f} + \sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{i \to f} = \Delta E_C^{\;i \to f}$$

$$\sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{i \to f} = \Delta E_C^{\;i \to f} + \Delta E_{\ P_{grav}}^{\ i \to f} + \Delta E_{\ P_{elast}}^{\ i \to f} =$$

$$\sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{i \to f} = \Delta \left(E_C^{\;i \to f} + E_{\ P_{grav}}^{\ i \to f} + E_{\ P_{elast}}^{\ i \to f} \right)$$

La **energía mecánica** de un cuerpo se define como la suma de sus energías potenciales y de su energía cinética. En símbolos:

$$E_M = E_C + E_{P_{grav}} + E_{P_{elast}}$$

Actividad. Describa las transformaciones enegéticas presentes en el salto ornamental del nadador.

Por lo tanto la propiedad anterior puede escribirse

$$\sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{i \to f} = \Delta E_M^{\;i \to f}$$

> *La variación de la energía mecánica de un cuerpo es igual al trabajo de las fuerzas no conservativas.*

Si entre la posición inicial y la posición final la suma de los trabajos de las fuerzas no conservativas es cero, las energías mecánicas inicial y final son iguales, aunque puede darse que en los puntos intermedios la energía mecánica haya variado respecto al valor inicial.

Son de especial interés los casos en los que, durante el movimiento del cuerpo a lo largo de su trayectoria la energía mecánica no cambia al transcurrir el tiempo, es decir, tiene un valor constante. Decimos entonces que la energía mecánica se **conserva**:

$$\Delta E_M^{\;i \to f} = 0$$

$$\Delta E_C^{\;i \to f} + \Delta E_P^{\;i \to f} = 0$$

que significa que, entre dos posiciones cualesquiera de la trayectoria, todo lo que se gana de energía cinética se pierde de potencial y viceversa, de modo tal que la energía mecánica se mantiene constante

$$E_M = \text{constante}$$

En los ejemplos siguientes analizaremos lo útil que puede resultar la aplicación de esta propiedad.

Ejemplo

Un caso muy sencillo es el de un objeto lanzado verticalmente desde el suelo con velocidad inicial v_0. Mientras el cuerpo está en el aire, la única fuerza que actúa sobre él es el peso (despreciamos el rozamiento con el aire). Inicialmente posee energía cinética, y a medida que se eleva, ésta disminuye y aumenta su energía potencial, de modo que la suma de ambas, es decir la energía mecánica del objeto, es constante a lo largo de todo el movimiento. Empleando la conservación de la energía, se puede calcular la altura máxima que alcanza el objeto, así como la velocidad a cualquier altura que se desee.

La altura máxima se calcula teniendo en cuenta que al alcanzarla toda la energía cinética inicial se ha convertido en potencial:

$$\sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{A\rightarrow B} = \Delta E_M^{\ A\rightarrow B} = 0$$

$$E_{MA} = E_{MB} \Rightarrow E_{CA} = E_{PGB}$$

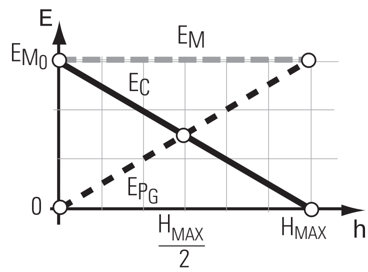
$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_A^{\ 2} = m\cdot g\cdot H_B \quad \Rightarrow \quad H_B = \frac{v^2}{2\cdot g}$$

Si bien podríamos haber obtenido el mismo resultado por consideraciones cinemáticas, el planteo energético no incluye el tiempo y por lo tanto resulta más sencillo.

Es útil construir un gráfico de energías en función de la altura. La energía mecánica es constante, la energía potencial es función lineal de la altura y la energía cinética es la resta de ambas y por lo tanto su gráfico también es una recta.

La velocidad a una dada altura h se calcula a partir de:

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_R^{\ 2} = E_{MA} - m\cdot g\cdot h$$

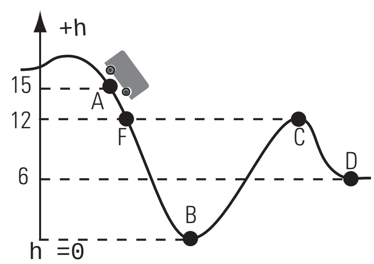


La energía mecánica es constante, al subir todo lo que gana de energía potencial lo pierde de cinética. Cuando baja la transformación es inversa de manera que en cada posición tiene el mismo módulo de velocidad al subir que al bajar.

Este gráfico se puede analizar para el trayecto de bajada, comenzando el recorrido en $h = H_{max}$. Recorriendo el gráfico de derecha a izquierda vemos que al caer, la energía potencial se va transformando en energía cinética, de manera que el valor de la energía mecánica no cambia. Una consecuencia de esto, es que la velocidad que tendrá el objeto al llegar al piso será del mismo módulo que la velocidad con la que fue lanzado.

Ejemplo

Un carrito de 50 kg se desplaza por un riel, que supondremos sin fricción, como indica la figura. Comienza a caer sin velocidad inicial desde **A** a una altura de 15 metros por encima del punto más bajo de la trayectoria (**B**). ¿Qué velocidad tendrá en los puntos indicados por **B**, **C** y **D**?



Obsérvese que se ha elegido arbitrariamente el cero del nivel de referencia para las alturas en el punto **B**.

Las fuerzas sobre el carrito son el peso y la fuerza que le ejerce el riel (la normal) entonces, para todo el recorrido se cumple que

$$\sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{i\rightarrow f} = \Delta E_M^{\ i\rightarrow f}$$

$$L_{\vec{N}}^{i\rightarrow f} = \Delta E_M^{\ i\rightarrow f}$$

El trabajo de la normal (N) es cero por ser en todo punto perpendicular a la trayectoria, entonces

$$\Delta E_M^{\ i\rightarrow f} = 0 \Rightarrow E_M = \text{constante} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{MA} = E_{MB} = E_{MC} = E_{MD} = m\cdot g\cdot h_A = 7500J$$

Dado que la energía potencial en **B** es cero, porque en ese punto

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = 7500J \Rightarrow v_B = 17,32\, \frac{m}{s}$$

tomamos la referencia h = 0, la velocidad en **B** será tal que:

$$7500J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_D^2 + m \cdot g \cdot h_D \Rightarrow 7500J - 3000J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_D^2$$

$$\Rightarrow v_D = 13,4\, \frac{m}{s}$$

La velocidad en **D** deberá cumplir que:

Actividad:

1.- Calcule la velocidad en **C** y en **F**.

2.- Si el punto **C** hubiese estado a una altura, respecto a **B**, de 16 m, indique si el carrito llega al punto **D** y en ese caso con qué velocidad.

3.- ¿Cuáles de los resultados anteriores se modifican si la masa del carrito fuese de 100 kg?

Ejemplo

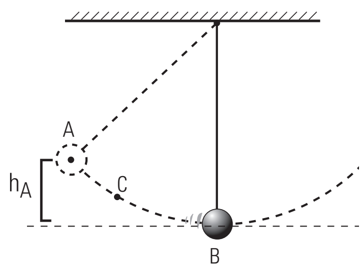
Los osciladores mecánicos tales como las hamacas, péndulos o cuerpos ligados a resortes son sistemas conservativos en el caso de poder despreciar la fricción.

Se hace oscilar un péndulo dejándolo caer desde **A** a una altura h_A respecto al nivel más bajo que alcanza (punto **B**). Suponiendo despreciable el rozamiento, encuentre:

a) La máxima velocidad que adquiere, ¿en qué posición la alcanza?

b) Cuando pasa por la posición **C,** a la mitad de la altura inicial, la velocidad: ¿es la mitad de la máxima? Justifique

c) ¿Hasta qué altura llega del otro lado?



a) Se puede plantear la conservación de la energía mecánica porque si bien actúa la tensión de la cuerda (una fuerza no conservativa) **no** hace trabajo porque es siempre perpendicular a la trayectoria. Considerando h=0 en el nivel de **B** se puede afirmar que toda la energía potencial gravitatoria del cuerpo en **A** se tranforma en energía cinética en **B**. En los demás puntos de la trayectoria la velocidad es menor porque la energía mecánica es en parte potencial.

$$E_{PC} = E_{CB} \Rightarrow m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_B}^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_A}$$

Este resultado no depende de cuál sea la masa del péndulo y aparte es la misma velocidad que tendría el cuerpo en caída libre cayendo desde la misma altura inicial.

b) (i) La energía potencial en **C** es la mitad de la energía potencial en **A**, ya que esta energía depende linealmente de la altura.

(ii) La otra mitad de la energía mecánica en ese lugar es energía cinética. Es decir que la energía cinética en **C** es la mitad de la energía cinética en **B**.

(iii) Dado que esta energía no depende linealmente de la velocidad, la velocidad en **C no** es la mitad de la máxima en **B**.

$$(i)\quad E_{PC} = m \cdot g \cdot h_C = m \cdot g \cdot \frac{h_A}{2} = \frac{E_{PA}}{2} = \frac{E_M}{2}$$

$$(ii)\quad E_{CC} = E_M - \frac{E_M}{2} = \frac{E_M}{2} = \frac{E_{CB}}{2}$$

$$(iii)\quad \frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_C}^2 = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_B}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v_C = \sqrt{\frac{{v_B}^2}{2}} = 0,7 \cdot v_B$$

c) Sube hasta la altura inicial ya que vuelve a convertir toda la energía mecánica en potencial gravitatoria.