MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Aceleración

Es habitual que en el transcurso de su movimiento un cuerpo cambie su velocidad. Puede cambiar el valor, dirección o ambas cosas a la vez. Estos cambios de velocidad ocurren durante un intervalo de tiempo, no instantáneamente. Cuanto menor sea este intervalo más brusco será el cambio en el movimiento. Existe una magnitud que mide esta intensidad en el cambio y se denomina **aceleración**, definiéndose como el cociente entre la variación de la velocidad y el tiempo que éste demande. Así:

$$\text{aceleración} = \frac{\text{variación de velocidad}}{\text{intervalo de tiempo}} \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t}$$

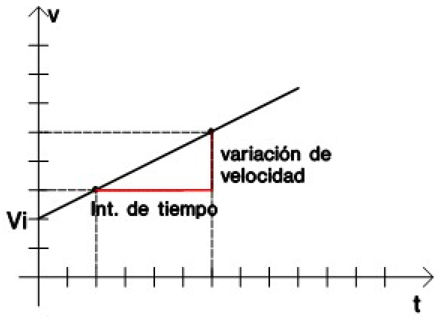
Estudiaremos un movimiento de dirección rectilínea en el cual la velocidad cambia su valor en forma lineal, registrándose en iguales intervalos de tiempo iguales cambios de velocidad. De esta forma su razón o cociente es siempre el mismo, resultando la aceleración una constante. El movimiento resultante se llama **movimiento rectilíneo uniformemente variado** (MRUV) pues la velocidad varía uniformemente con el tiempo. En estos casos, la velocidad puede aumentar (y la aceleración correspondiente tendrá un valor positivo), o disminuir (en cuyo caso la aceleración será negativa).

Velocidad instantánea

Si ahora despejamos de la expresión anterior el valor de la velocidad final obtendremos una relación que se conoce como la ecuación horaria de la velocidad en función del tiempo para un MRUV

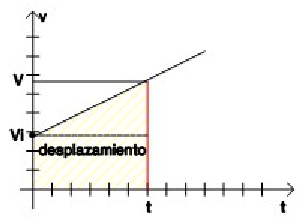
$$v_{(t)} = v_i + a \cdot t$$

La figura nos muestra el gráfico correspondiente a un objeto que se mueve con MRUV de aceleración positiva, ya que su velocidad aumenta. Como la aceleración es constante el gráfico resulta ser el de una recta **cuya pendiente es justamente la aceleración**



Ecuación horaria de la posición

Vimos que en un gráfico velocidad-tiempo el área delimitada por dos coordenadas de tiempo representaba el desplazamiento del móvil en dicho lapso. De allí podemos deducir la ecuación horaria de la posición en función del tiempo en un MRUV.



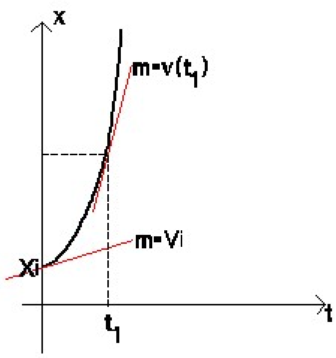
$$x_{(t)} = x_i + v_i \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Esta expresión establece una relación entre la posición del cuerpo y el instante de tiempo t.

Vemos que es una función de segundo grado cuya representación gráfica es la de una parábola.

En el gráfico posición-tiempo dibujado abajo, a modo de ejemplo, la parábola es cóncava, es decir, un MRUV con aceleración positiva (recordemos de matemática que si el signo del término de segundo grado es positivo la parábola es cóncava). Ahora analicemos como observar en este gráfico el comportamiento de la velocidad. Sabemos que esta aumenta pues la aceleración es positiva. Cuando vimos MRU, cuya gráfica x(t) era la de una recta, la velocidad estaba representaba por la pendiente (o sea la "inclinación") de dicha recta. En el caso de una curva, como es en este caso el de la parábola, podemos imaginarla compuesta de una serie continua de **rectas tangentes, cuya pendiente representará efectivamente a la velocidad en cada instante** (otra vez los conceptos matemáticos).

En el gráfico se han marcado dos rectas tangentes (cuya pendiente indicamos como m), una de ellas correspondiente al instante inicial y la otra a un tiempo cualquiera t_1. Esto permite comprobar que la velocidad ha ido en aumento, ya que si tenemos en cuenta que las pendientes de estas rectas representan las velocidades respectivas, vemos que la pendiente de la segunda de las rectas es mayor que la de la recta trazada por el punto inicial, de modo que la velocidad en el instante t_1 es superior a la del instante inicial.



Resumiendo:

M.R.U.V.
(eventualmente reemplazar t por $(t - t_0)$
o t por Δt)

Ecuaciones Horarias

$$x_{(t)} = x_i + v_i \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$v_{(t)} = v_i + a \cdot t$$

Complementarias

$$\Delta x = \frac{(v_i + v_f).t}{2}$$

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2.\Delta x}$$

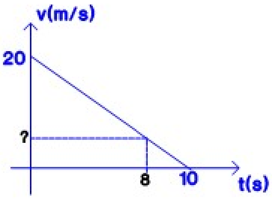
La pendiente de la recta tangente al gráfico de la posición en función del tiempo, en un instante cualquiera, representa la velocidad en ese momento.

La pendiente de la recta definida en el gráfico de la velocidad en función del tiempo representa la aceleración.

El área bajo la gráfica de la velocidad en un intervalo de tiempo cualquiera representa el desplazamiento.

Ejemplo 2

Dado el siguiente gráfico v(t) para un cuerpo con movimiento rectilíneo:



a) *Calcular la aceleración.*

b) *Escribir v(t) y calcular la velocidad a los 8 seg.*

c) *Escribir x(t) tomando como origen x_i= 0 y calcular la posición en el instante antes referido. Graficar.*

d) *¿Qué distancia recorre desde los 6 seg hasta los 8 seg?*

a) Estudiando el gráfico vemos que la velocidad decrece desde un valor de 20 m/s hasta anularse luego de 10 seg, por lo que su aceleración debe ser negativa.

Reemplazando en (2) y despejando a:

$$a = \frac{0 - 20m/s}{10s} = -2m/s^2$$

b) Podemos ahora escribir la ecuación de la velocidad en función del tiempo **(2)**:

$$v_{(t)} = 20m/s - 2m/s^2.t$$

Esta función nos permite conocer el valor de la velocidad para cualquier instante de tiempo entre 0 y 10 seg. En particular a los 8 seg su velocidad será:

$$v_{(t)} = 20m/s - 2m/s^2 \cdot 8s = 4m/s$$

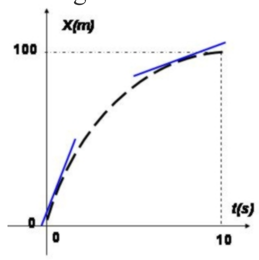
c) Si reemplazamos ahora en **(1)**:

$$x_{(t)} = 20m/s \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-2m/s^2) \cdot t^2 = 20m/s \cdot t - 1m/s^2 \cdot t^2$$

A los 8 seg estará en la posición:

$$x_{(t)} = 20m/s \cdot 8s - 1m/s^2 \cdot (8s)^2 = 96m$$

El gráfico de la posición en función del tiempo debe ser una parábola convexa, ya que al ser la aceleración negativa el coeficiente de t^2 será negativo.



Se han trazado dos rectas tangentes para dos instantes cualquiera verificándose que la pendiente de la segunda es menor que la de la primera lo cual indica que la velocidad disminuye, lo que es consecuente con el hecho de que la aceleración sea negativa.

También se ha marcado la posición alcanzada al cabo de los 10 seg o sea cuando el móvil detuvo su marcha

(en este instante la parábola alcanza su máximo, pues la velocidad es cero - recta tangente horizontal).

e) Para contestar esta pregunta debemos calcular la posición del móvil a los 6 seg y a los 8 seg y calcular luego el desplazamiento respectivo. Ya conocemos la posición a los 8 seg (96 m) de modo que ahora la calcularemos a los 6 seg:

$$x_{(t)} = 20m/s \cdot 6s - 1m/s^2 \cdot (6s)^2 = 84m$$

Por lo tanto el desplazamiento en ese intervalo de tiempo será:

$$\Delta x = x_f - x_i = 96m - 84m = 12m$$

Última modificación: miércoles, 29 de enero de 2014, 15:25