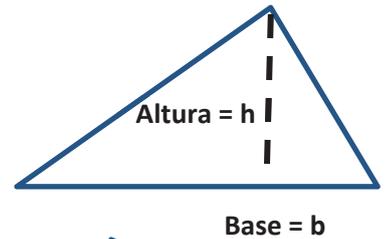


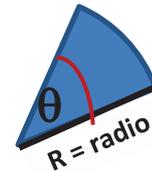
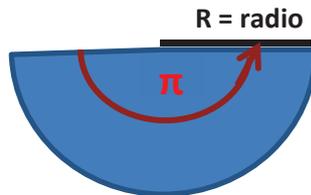
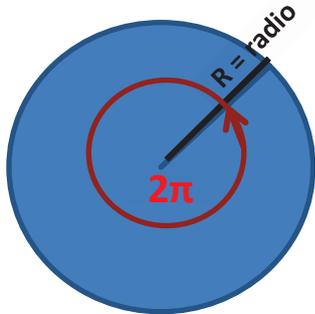
Cálculo de la derivada  $\frac{\text{sen } x}{x}$

**(I) Antes de calcular derivas de las funciones trigonométricas veamos un límite importante. Para ello necesitamos algunos cálculos previos, a saber:**

1-Superficie/área de un triángulo  $S_T = \frac{1}{2} b \cdot h \rightarrow$



2- Observemos estas áreas:



Superficie (área) de un círculo =  $\pi R^2 = (\text{ángulo} / 2) * R^2$

Superficie de  $\frac{1}{2}$  círculo =  $\frac{\pi}{2} R^2 = (\text{ángulo} / 2) * R^2$

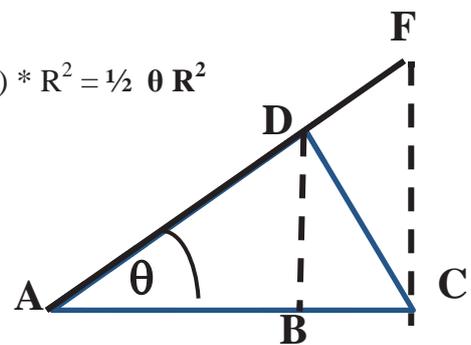
Superficie de un casquete esférico de ángulo  $\theta = (\text{ángulo} / 2) * R^2 = \frac{1}{2} \theta R^2$

3- Triángulo ACF  $\tan \theta = CF / AC$

Triángulo ACD Área =  $\frac{1}{2} AC * BD$

Triángulo ACD  $\text{sen } \theta = BD / AD$

Si  $AD=1\text{m} \rightarrow \text{sen } \theta = BD$



4- Ahora Consideremos una circunferencia de radio unidad  $AC = R = 1\text{m}$

(4-1) Área del triángulo ACD < Área del casquete circular < Área ACF

(Es fácil de ver que queda un pedacito en blanco)

Área del triángulo ACD ( $AC=1\text{m}$ )

$$= \frac{1}{2} AC * BD = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \text{sen } \theta;$$

Área del casquete  $\frac{\theta}{2} R^2 = \frac{1}{2} \theta$

Y en el triángulo ACF  $\tan \theta = CF / AC = CF$

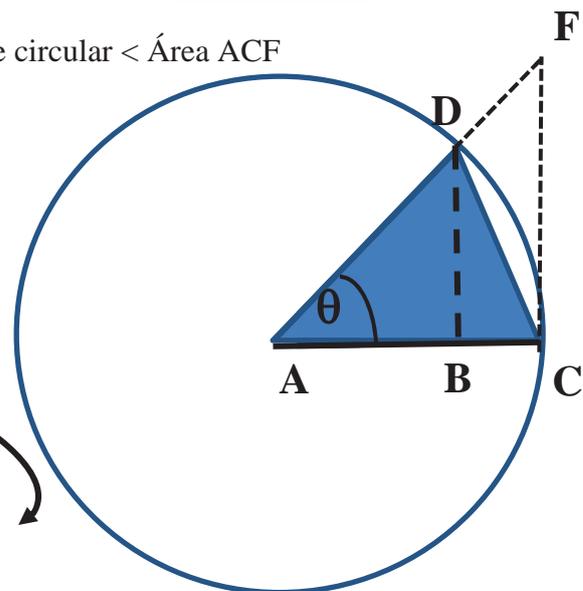
Área ACF =  $\frac{1}{2} AC * CF = \frac{1}{2} CF = \frac{1}{2} \tan \theta$

De (4-1)  $\frac{1}{2} \text{sen } \theta < \frac{1}{2} \theta < \frac{1}{2} \tan \theta$

$\rightarrow \text{sen } \theta < \theta < \tan \theta$  dividido por  $\text{sen } \theta$

$\rightarrow 1 < \theta / \text{sen } \theta < 1 / \cos \theta \rightarrow$  tomo la inversa

$1 > \text{sen } \theta / \theta > \cos \theta$



Cuidado que se invierten los signos de desigualdad.