Física e Introducción a la Biofísica

Ciclo Básico Común – Universidad de Buenos Aires

<u>Notas Teóricas de la Clase 1 (*)</u>

Cinemática: Sistemas de referencia - Rapidez y velocidad - M.R.U.

(*) Las notas que figuran a continuación fueron redactadas originalmente por Carmelo Randazzo, y corregidas y re-editadas por Cristian Rueda.

El movimiento de los cuerpos

La **cinemática** es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos sin ocuparse de las causas que lo producen. Este estudio permite identificar las magnitudes que intervienen en la descripción de los movimientos y establecer las relaciones existentes entre ellas. En el presente curso, sólo veremos como describir movimientos muy sencillos de trayectoria rectilínea, ya sea mediante ecuaciones o bien utilizando gráficos.

Todo alrededor nuestro es movimiento. Se mueven las personas, los autos, los pájaros y las nubes. Vemos moverse al Sol y a las estrellas, y una mirada atenta al mundo microscópico nos revela un universo de pequeñísimos objetos en continuo movimiento. Si bien a primera vista resulta sencillo decidir si un objeto se está moviendo o está quieto, una visión más profunda revela cierta relatividad en nuestras opiniones, determinando que el movimiento de los cuerpos es relativo a otros que consideramos quietos.

Cuando decimos que un auto se desplaza por una carretera con una velocidad de 60 km/h, ésta se refiere a objetos fijos, como árboles o carteles al costado del camino. Estos objetos considerados fijos (lo están respecto de la Tierra) constituyen lo que se denomina un **marco o sistema de referencia** respecto del cual realizaremos nuestras mediciones. La elección de este marco de referencia, entonces, es muy amplia y arbitraria, ya que se puede considerar al conductor del auto en reposo (y en realidad lo está respecto del volante y del interior del habitáculo, etc.) y pensar que la ruta se desplaza a 60 km/h pero en sentido contrario al que llevaba el conductor del auto. Por lo tanto al describir el movimiento de cualquier cuerpo es preciso definir de antemano cuál es el objeto que suponemos quieto respecto del cual el otro se mueve, ya que respecto de ese objeto considerado quieto es que vamos a referir todas nuestras mediciones.

Si bien en movimientos cotidianos resulta trivial determinar si un objeto está en movimiento o no, no debemos despreciar la importancia en la elección del sistema de referencia. Un caso emblemático es la conocida controversia acerca del movimiento de la Tierra y las dificultades que atravesaron quienes, como Galileo y Copérnico, pensaban que ésta no estaba fija en los cielos, proclamando que giraba en derredor del Sol.

Velocidad y rapidez

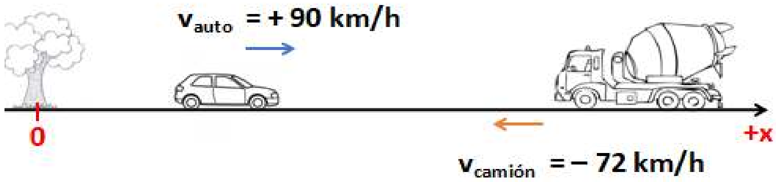
Existe en todos nosotros una noción intuitiva del concepto de rapidez (*que en uso cotidiano solemos identificarlo al concepto de velocidad*) cuando aplicamos el término a la descripción de algo que se mueve. Un cuerpo que se mueve recorre una determinada distancia en un tiempo dado. Cuanto menos tarde en recorrer esa distancia decimos que más rápido se mueve. Así que la **rapidez** es la relación entre la distancia recorrida y el tiempo empleado. Si una persona recorre una distancia de 100 m en 100 segundos decimos que se mueve a razón de 1 m/s .En realidad, para comenzar a expresarnos con propiedad, deberíamos llamar a esta rapidez como **rapidez media** ya que decir que la persona se mueve a razón de 1 m/s es verdad solamente si se mantuvo el mismo ritmo de marcha durante todo el trayecto, información que no disponemos. Decir que una persona recorrió 100 m en 100 segundos implica una variedad de sucesos posibles; puede haber mantenido el mismo ritmo, o bien haber caminado más deprisa los primeros 50 m (y por lo tanto con una rapidez mayor a la de 1 m/s) y luego mas lentamente los restantes 50 m (moviéndose, entonces, con una rapidez menor). O quizá se movió de manera completamente aleatoria, de modo que la rapidez media es como un valor “medio” para todo el trayecto pero no describe con exactitud el comportamiento en cada instante del recorrido. En definitiva, es la mejor aproximación que podemos hacer con la información que tenemos.

Es importante entender la diferencia (en términos físicos) entre la rapidez y la velocidad ya que en el lenguaje cotidiano las solemos usar de manera indistinta. Cuando el velocímetro de un auto marca 50 km/h, estamos hablando del módulo de la velocidad, o sea su rapidez. Para hablar de su **velocidad**, deberíamos referirnos también hacia donde viaja, es decir, debemos indicar, además del valor, su dirección y sentido, pues la velocidad es una **magnitud vectorial.** Entonces si dos camiones se desplazan a 50 km/h, uno de ellos hacia el Norte y el otro al Oeste ambos tendrán la misma rapidez pero sus velocidades serán diferentes por dirigirse en distintas direcciones (uno en dirección vertical y otro horizontal).

De aquí en adelante, al decir *velocidad* nos estaremos refiriendo a su módulo, y para indicar su sentido, se le asigna un signo + o – según hacia donde se mueva el cuerpo objeto de estudio. En cuanto a la dirección, en el presente curso, como ya dijimos, veremos movimientos rectilíneos, con lo que no habrá cambios en la dirección. De esta forma, queda definido el **vector velocidad**.

Como desarrollaremos solamente movimientos en línea recta, en los cuales los objetos se mueven hacia ambos lados, para diferenciar velocidades de objetos que se muevan en sentidos contrarios estableceremos arbitrariamente un sentido como positivo; las velocidades de objetos que se desplacen en ese sentido serán consideradas positivas y las de objetos que se muevan en sentido contrario serán negativas. Para efectuar nuestras mediciones con corrección, debemos considerar algún punto que nos sirva como referencia para observar el movimiento de otros cuerpos cercanos. Una vez elegido el punto de referencia (notado como $x = 0$), estableceremos un sistema de coordenadas.

A modo de ejemplo, supongamos que un auto y un camión se desplazan en una misma ruta recta en sentidos contrarios. El auto lo hace con una velocidad de módulo 90 km/h, dirigiéndose hacia la derecha y el camión con una velocidad de módulo 72 km/h hacia la izquierda.



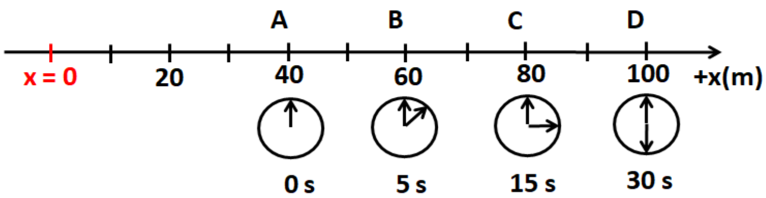
Para estudiar el movimiento de ambos cuerpos, debemos indicar el punto de referencia (x = 0) y un sentido positivo. En el esquema está elegido arbitrariamente el origen de posiciones en un árbol ubicado al costado de la ruta, y se ha elegido positivo el sentido hacia la derecha. Para esta elección, el auto se desplazará con velocidad *positiva,* y el camión lo hará con velocidad *negativa.* Las flechas indicadas con color en el auto y el camión representan el **vector velocidad** de cada uno.

Recuerde: En un movimiento rectilíneo y tomando como referencia un eje que coincida con la dirección de la trayectoria del móvil, el vector velocidad tendrá siempre esa dirección, reduciéndose la interpretación de su carácter vectorial al hecho de que será positivo o negativo en coincidencia con el hecho de que su sentido sea igual o contrario (respectivamente) al del eje de referencia. En tanto, se define rapidez como el módulo del valor de la velocidad.

Estudio del movimiento – Definiciones elementales

La figura nos muestra el estudio del movimiento de un cuerpo a lo largo de una línea recta, en la cual el punto considerado como referencia (x = 0) coincide con el origen de nuestro sistema de coordenadas y en donde hemos elegido el sentido positivo hacia la derecha. Por lo tanto, como ya hemos dicho, para dicha elección cualquier móvil que se desplace hacia la derecha viaja con velocidad positiva, y cualquiera que lo haga en sentido contrario viajará con velocidad negativa.

t(s)	x(m)
$t_A = 0$	$40 = x_A$
$t_B = 5$	$60 = x_B$
$t_C = 15$	$80 = x_C$
$t_D = 30$	$100 = x_D$



Hemos colocado observadores al costado del camino con sus cronómetros sincronizados y hemos registrado cuatro situaciones (A,B,C y D) anotando el punto del sistema de coordenadas que ocupaba el móvil (o sea la posición del móvil) y el instante de tiempo correspondiente obtenido consultando nuestros cronómetros. Así, cuando prendimos los cronómetros vimos el móvil pasaba por la coordenada de los 40 m (es decir x = 40 m respecto del 0), luego a los 5 segundos por la coordenada 60 m, etc, y con estos datos hemos confeccionado la tabla de valores de la izquierda.

Vamos a definir una magnitud llamada **desplazamiento,** como la diferencia entre dos posiciones del objeto cuyo movimiento estudiamos. Utilizando la letra **x** para nombrar la posición que ocupa el objeto (medido desde el 0 arbitrario que elegimos al principio), se define desplazamiento como:

$$\boxed{\Delta x := x_f - x_0}$$

expresión en donde x_f representa la posición final y x_0 la posición considerada inicial para un intervalo de tiempo dado de estudio.

Como se ve, entre cada una de nuestras mediciones el desplazamiento es de 20 m. El desplazamiento puede referirse a dos posiciones cualesquiera, no necesariamente consecutivas, como ser entre la primera y la tercera (en este caso 40 m). Por ejemplo, el desplazamiento entre la primera (A) y la cuarta (D) medición de nuestro estudio será:

$$\Delta x_{AD} = x_D - x_A = 100m - 40m = 60m$$

Idénticamente podemos definir el **lapso o intervalo de tiempo** entre dos medidas cualesquiera como la diferencia entre el registro temporal final y el inicial en ese lapso:

$$\boxed{\Delta t := t_f - t_0}$$

El intervalo de tiempo correspondiente al desplazamiento anterior será:

$$\Delta t_{AD} = t_D - t_A = 30s - 0s = 30s$$

Dadas estas definiciones, ahora vamos a definir otra magnitud, llamada **velocidad media**, como la relación entre las magnitudes antes definidas:

$$\boxed{v_m := \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0}}$$

La velocidad media correspondiente al trayecto entre los puntos A y D será:

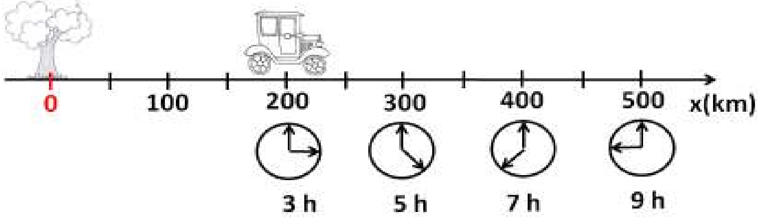
$$v_{m_{AD}} = \frac{100m - 40m}{30s - 0s} = 2\frac{m}{s}$$

Como práctica, calcule las velocidades medias correspondientes a los viajes entre los puntos A y B, B y C, C y D, B y D. <u>¡No siga con la lectura de éste apunte hasta no calcular lo pedido!</u>

Rtas.: $v_{m_{AB}} = 4\frac{m}{s}$ $\quad v_{m_{BC}} = 2\frac{m}{s}$ $\quad v_{m_{CD}} = 1{,}33\frac{m}{s}$ $\quad v_{m_{BD}} = 1{,}6\frac{m}{s}$

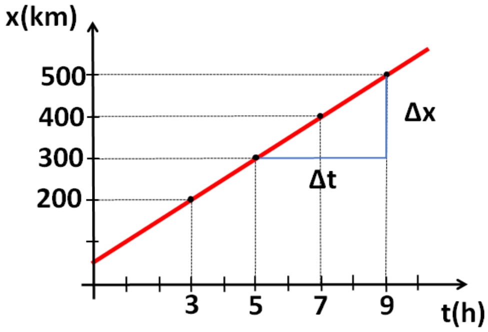
MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

La nueva imagen a continuación nos muestra un viejo automóvil que se desplaza por una ruta rectilínea en donde hemos hecho también 4 observaciones (indicando la posición y el instante de tiempo correspondiente en cada observación). Note que se ha tomado un sistema de referencia con origen en un árbol, y positivo hacia la derecha (esta decisión fue totalmente arbitraria).



Si calculamos la velocidad media para cualquier intervalo que se nos ocurra veremos que siempre se obtiene el mismo resultado (50 km/h, ¡hágalo!). Si esto se cumpliese para todos los puntos del recorrido estaríamos observando lo que se llama un **movimiento rectilíneo uniforme** (**MRU**), donde la velocidad media no depende del intervalo en el cual se la mida sino que <u>se mantiene constante a lo largo de todo el recorrido</u>. Si bien es un movimiento muy sencillo existen numerosos ejemplos en la naturaleza en los cuales el comportamiento de los objetos obedece estas condiciones. El ritmo de la marcha de los animales y personas es constante en muchas ocasiones, el movimiento de un glóbulo rojo en un tramo de arteria de sección constante, o de un impulso nervioso a lo largo de un axón, también lleva velocidad constante. Un estudio de sus características nos permitirá establecer una relación entre las posiciones que ocupan los móviles y el tiempo correspondiente y obtener conclusiones que podremos generalizar para aplicarlas al estudio de otros movimientos.

En el gráfico siguiente hemos llevado en el eje horizontal los valores del tiempo y en el eje vertical hemos colocado las posiciones que fue ocupando el automóvil. De esta forma, estamos definiendo una *función* que le asigna a cada valor de tiempo t un único valor de posición x. Como se ve, estos puntos se alinean formando una recta. Hemos marcado en azul el desplazamiento correspondiente a dos mediciones (la segunda y la cuarta) y el intervalo de tiempo que le está asociado. Como ya dijimos, el cociente entre estas magnitudes nos da la velocidad media, que, por ser constante, no depende del intervalo elegido, y en el MRU la llamaremos simplemente velocidad (v). En términos matemáticos, la velocidad es la pendiente de esa recta.



Para relacionar las distintas posiciones que ocupa sucesivamente el móvil con el instante de tiempo correspondiente vamos a utilizar una herramienta fundamental de la cinemática: **la ecuación horaria.**

Una ecuación horaria es una función que vincula alguna magnitud que nos interese conocer de un cuerpo en movimiento, con el tiempo transcurrido.

En el caso de un MRU, la posición depende del tiempo, y por lo tanto, nos interesará buscar la ecuación que relacione ambas variables. Dicha ecuación se obtiene a partir de la definición de la velocidad media:

$$v_m = v = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0} \Rightarrow v \cdot (t_f - t_0) = x_f - x_0 \Rightarrow x_f = x_0 + v \cdot (t_f - t_0)$$

Si ahora consideramos que la posición final es una **variable** que depende del tiempo, podemos escribir la expresión anterior de la siguiente forma, conocida como **ecuación horaria de la posición en función del tiempo para el MRU:**

$$\boxed{x(t) = x_0 + v \cdot (t - t_0)}$$

Esta expresión nos permite establecer una relación entre las diversas posiciones que ocupa el cuerpo y el instante de tiempo correspondiente a cada una de ellas. Para desarrollarla, debemos tener cierta información sobre el movimiento. Esta información debe ser:

- la **velocidad** con la que se mueve el cuerpo.
- una de sus coordenadas espacio-temporales (t_0 y x_0, llamadas tiempo y posición inicial, que se eligen convenientemente pero **deben corresponderse**[1]).

Con esta información reemplazamos en la ecuación horaria y lo que resulta es una función matemática que indica la posición en función del tiempo, como ya dijimos antes.

Volvamos al ejemplo: escribamos la ecuación horaria del auto sabiendo que:

- v = 50 km/h (positivo, pues el auto se desplaza en sentido positivo del sistema de referencia)
- Tomando t_0 = 3 h (por ejemplo), y x_0 = 200 km (observar en el dibujo que dicho instante se corresponde con esa posición)

Por lo tanto, al armar la ecuación horaria, quedará:

[1] se acostumbra tomar (t_0, x_0), como el instante y la posición iniciales de la etapa de movimiento que estamos estudiando, respectivamente. No es necesario que sean los valores "iniciales", *pero sí es fundamental que en $t = t_0$ en móvil esté en x_0 para esa etapa* (esto queda más claro en los ejemplos).

$$x(t) = 200\text{km} + 50\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot (t - 3\text{h}) \qquad (*)$$

Así, por ejemplo, se establece la relación entre la posición que ocupará el auto y el instante de tiempo respectivo. Por ejemplo, si quisiéramos saber donde estará el móvil a las 12 h reemplazaríamos t por 12 h en la ecuación (*) resultando:

$$x(12\text{h}) = 200\text{km} + 50\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot (12\text{h} - 3\text{h}) = 650\text{km} \Rightarrow x(12\text{h}) = 650\text{km}$$

Por lo tanto, si sigue con velocidad constante, a las 12 hs el móvil pasará por la posición de los 650 km, <u>medidos desde el árbol,</u> donde habíamos ubicado el origen del sistema de referencia.

Si realizáramos la distributiva del segundo miembro de la ecuación horaria obtenida (*) y agrupando nos quedará:

$$x(t) = 50\text{km} + 50\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t \qquad (**)$$

que representa la ecuación de una recta, de pendiente 50 km/h y ordenada al origen 50 km (¿qué significa este valor?), que es justamente la recta que obtuvimos al realizar el gráfico anterior.

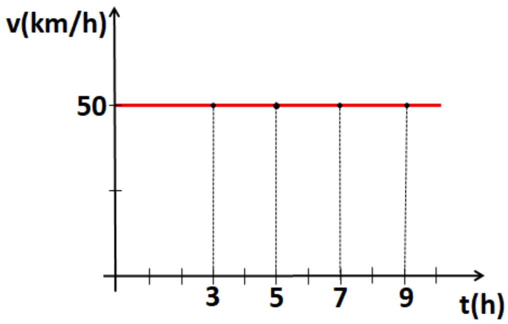
Por lo tanto, decimos que las ecuaciones horarias (*) y (**) son (para un sistema de referencia con origen en el árbol) *equivalentes*, es decir, dicen lo mismo.

También, con la ecuación horaria (cualquiera de las dos) podemos averiguar en qué instante t pasó el coche por determinada posición, por ejemplo, a qué hora pasa por la posición 1000 km (medidos desde el árbol), si sigue marchando con velocidad constante. En este caso, debemos determinar para que instante t la posición es x = 1000 km. Usemos la ecuación (**):

$$1000\text{km} = 50\text{km} + 50\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t \Rightarrow t = \frac{1000\text{km} - 50\text{km}}{50\text{km/h}} = 19\text{h}$$

Pruebe usted hacer el mismo procedimiento en la ecuación (*), y ¡cerciórese que el resultado sea el mismo!

Construyamos ahora un gráfico muy sencillo, que es el que representa la velocidad en función del tiempo. Como la velocidad del vehículo se mantuvo constante para todo intervalo de tiempo, el gráfico que debemos obtener es una recta paralela al eje de los tiempos:



Le proponemos que calcule el área que encierra el gráfico dado y el eje de los tiempos, entre los instantes t = 3 h y t = 9 h, y vincúlelos con las posiciones del vehículo en dichos instantes (busque estos valores de posición en el gráfico x(t) dado en el inicio del ejemplo). Si lo hace, podrá concluir que:

> El área encerrada entre la gráfica de velocidad respecto del tiempo, el eje horizontal t y dos instantes cualesquiera **equivale al desplazamiento del móvil en ese intervalo de tiempo.**

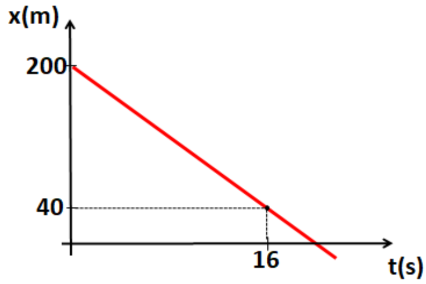
Esta no es una conclusión particular para el MRU, se verifica para el gráfico de la velocidad en función del tiempo de cualquier tipo de movimiento.

A modo de resumen, ¿cómo procedemos a resolver un problema de cinemática?

- Dibujamos la trayectoria, ubicando todos los datos (tiempos, posiciones, etc…) que aporta el enunciado del problema.
- Elegimos arbitraria y convenientemente un origen (x = 0) y sentido de referencia espacial, fijo a Tierra.

- Elegimos las constantes iniciales "t_0 y x_0" (muchas veces podremos elegirlas, pero deben corresponderse entre sí).
- Identificamos el movimiento del cuerpo y escribimos las ecuaciones horarias correspondientes a ese movimiento.
- Armamos la ecuación (o ecuaciones) horarias. Para ello, debemos reemplazar las constantes del movimiento (en el caso del MRU, x_0, t_0 y v). La ecuación debe dar cuenta de la dependencia funcional entre una variable y el tiempo. En el caso estudiado, la dependencia es x y t

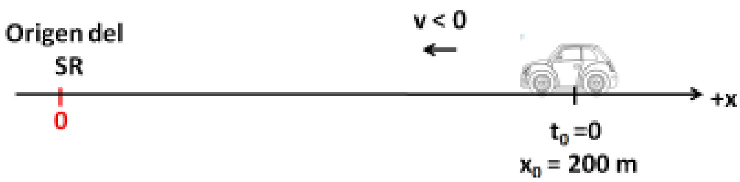
Ejemplo 1: *Dado el siguiente gráfico de la posición en función del tiempo para un cuerpo que se desplaza con movimiento rectilíneo:*



a) Obtener la velocidad con la que se desplaza.
b) Calcular su posición al cabo de 10 segundos
c) Determinar cuando pasará por delante el punto elegido como origen de coordenadas de posición.

Solución:

En el gráfico vemos una recta decreciente, o sea, de pendiente negativa. Sabemos que se trata de un MRU porque su gráfica x(t) es una recta y además como la pendiente de la recta representa la velocidad, esta debe ser negativa. Por lo tanto, el móvil se desplaza en el sentido de las x´s decrecientes (es decir, se mueve en sentido negativo del sistema de referencia). En efecto, conocemos dos coordenadas del recorrido ya que de acuerdo con el gráfico en tiempo t = 0 el móvil se hallaba en la posición x = +200 m y 16 segundos después se encontraba en la posición de los x = +40 metros, moviéndose hacia el origen de coordenadas. El esquema correspondiente a la situación descripta sería el siguiente:



a) Calculemos entonces su velocidad media (que, al tratarse de un MRU, será llamada simplemente la velocidad):

$$v_m = cte = v = \frac{40m - 200m}{16s - 0s} = \frac{-160m}{16s} = -10\frac{m}{s}$$

Si además definimos x_0 = 200 m y t_0 = 0 (observe que esto fue definido ya en el esquema), se puede plantear el modelo de ecuación horaria y armarla.

$$x(t) = x_0 + v \cdot (t - t_0) \Rightarrow \boxed{x(t) = 200m - 10\frac{m}{s} \cdot t}$$

b) Con esta ecuación horaria, armada para todo instante t, podemos calcular lo pedido por el ejercicio:

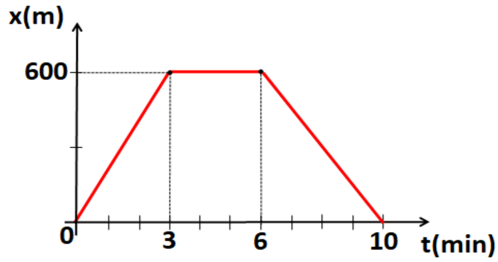
$$x(10s) = 200m - 10\frac{m}{s} \cdot 10s = 100m$$

c) Para saber cuando pasará por el origen de coordenadas (x = 0) sólo debemos reemplazar esta coordenada x, para luego despejar el tiempo:

$$0 = 200m - 10\frac{m}{s} \cdot t \Rightarrow t = 20s$$

Ejercicio: plantee el ejemplo anterior nuevamente, pero tomando otras coordenadas iniciales (t_0 y x_0).

Ejemplo 2: *Dado el siguiente gráfico de la posición en función del tiempo para un cuerpo que se desplaza con movimiento rectilíneo:*



a) Obtener la velocidad con la que se desplaza en los primeros 3 minutos, y en los 4 últimos.
b) Escribir la ecuación horaria para cada tramo del viaje.
c) ¿Cuál es la posición del móvil en t = 2 min? ¿Y en t = 8 min?
d) Graficar v(t).

Solución:

a) Hagamos una lectura del gráfico. Podemos observar que hay tres etapas bien diferenciadas:

- Tramo 1: durante los 3 primeros minutos la recta x(t) es creciente, iniciando desde 0, por lo tanto, el movimiento es a velocidad constante positiva, y puede calcularse por definición.

$$v_{m_1} = cte = v_1 = \frac{\Delta x_{tramo\,1}}{\Delta t_{tramo1}} = \frac{600m - 0m}{3min - 0min} = \frac{600m}{3min} = 200\frac{m}{min}$$

- Tramo 2: En los 3 minutos siguientes, el móvil permanece detenido (la posición del móvil permanece fija a 600 m del origen).

$$v_{m_2} = cte = v_2 = \frac{\Delta x_{tramo\,2}}{\Delta t_{tramo2}} = \frac{600m - 600m}{6min - 3min} = \frac{0\,m}{3min} = 0\frac{m}{min} = 0$$

- Tramo 3: En los último 4 minutos, el móvil disminuye la posición, con lo que "pega la vuelta" hasta llegar a la posición x = 0. Notar que este regreso lo hace con velocidad constante negativa, pues el gráfico x(t) es una recta decreciente.

$$v_{m_3} = cte = v_3 = \frac{\Delta x_{tramo\,3}}{\Delta t_{tramo3}} = \frac{0m - 600m}{10min - 6min} = \frac{-600m}{4min} = -150\frac{m}{min}$$

b) Para escribir la ecuación horaria de cada tramo, debemos sabemos saber la velocidad y las condiciones iniciales en cada tramo:

- Tramo 1: v= 200 m/min; $t_0 = 0$ y $x_0 = 0$ (salen del gráfico)

$$x(t) = x_0 + v\cdot(t - t_0) \Rightarrow \boxed{x(t) = 200\frac{m}{min}\cdot t} \qquad (*)\ \text{Ecuación Horaria en el tramo 1}$$

- Tramo 2: no hay movimiento

- Tramo 3: v = – 150 m/min, t_0 = 6 min, x_0 = 600 m (son las condiciones iniciales de este tramo)

$$x(t) = x_0 + v\cdot(t - t_0) \Rightarrow \boxed{x(t) = 600m - 150\frac{m}{min}\cdot(t - 6\,min)} \qquad (**)\ \text{Ecuación Horaria en el tramo 3}$$

c) Para calcular la posición en t = 2 min, debemos usar la ecuación horaria del tramo 1 (Ec *):

$$x(t) = 200\frac{m}{min}\cdot t \Rightarrow x(2\,min) = 200\frac{m}{min}\cdot 2\,min = 400m$$

Mientras que, para calcular la posición en t = 8 min, debemos usar la ecuación horaria del tramo 3 (Ec **)

$$x(t) = 600m - 150\frac{m}{min}\cdot(t - 6\,min) \Rightarrow x(8\,min) = 600m - 150\frac{m}{min}\cdot(8\,min - 6\,min) = 300\,m$$